

经全国中小学教材审定委员会

2004 年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学 1

必修

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心



人民教育出版社

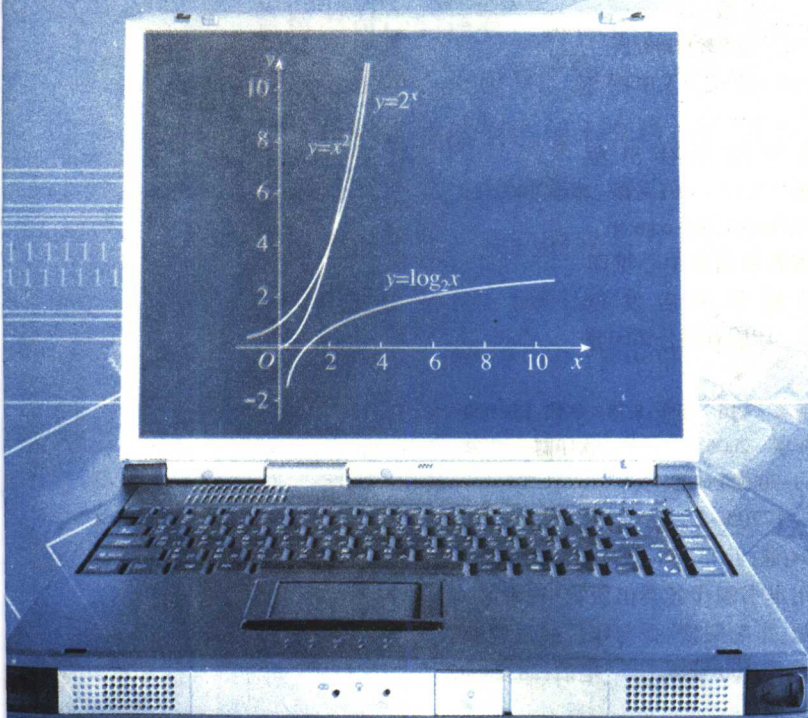
A 版

普通高中课程标准实验教科书

数学 1

必修

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心



人民教育出版社
A版

普通高中课程标准实验教科书

数学 1

必修

A 版

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
中学数学课程教材研究开发中心

*

人 民 教 育 出 版 社 出 版

(北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编:100081)

网址:<http://www.pep.com.cn>

天津统编教材出版中心重印

天 津 市 新 华 书 店 发 行

天津新华二印刷有限公司印装

*

开本:890 毫米×1 240 毫米 1/16 印张:8.75 字数:159 000

2004 年 5 月第 1 版 2006 年 7 月第 1 次印刷

印数:1-30 000 (2006 秋)

ISBN 7-107-17705-2 定价:7.60 元

G·10794(课)

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究
如发现印、装质量问题,影响阅读,请与印厂联系调换。

厂址:天津市河西区尖山路 100 号 电话:28324042

主 编：刘绍学
副 主 编：钱珮玲 章建跃

本册主编：钱珮玲
主要编者：谷 丹 王 嵘 钱珮玲 鲁 彬 郭慧清 白 涛 章建跃
责任编辑：王 嵘
美术编辑：王俊宏 王 艾
封面设计：林荣桓

主 编 寄 语

同学们，欢迎大家使用这套普通高中数学教科书，希望它能够成为你们学习数学的好朋友。

作为这套教科书的主编，在大家开始用这套书学习数学之前，对于为什么要学数学，如何才能学好数学等问题，我有一些想法与你们交流。

为什么要学数学呢？我想从以下两个方面谈谈认识。

数学是有用的。在生活、生产、科学和技术中，在这套教科书中，我们都会看到数学的许多应用。实际上，“数量关系与空间形式”，在实践中，在理论中，在物质世界中，在精神世界中，处处都有，因而研究“数量关系与空间形式”的数学，处处都有用场。数学就在我们身边，她是科学的语言，是一切科学和技术的基础，是我们思考和解决问题的工具。

学数学能提高能力。大家都觉得，数学学得好的人也容易学好其他理论。实际上，理论之间往往有彼此相通和共同的东西，而“数量关系与空间形式”、逻辑结构及探索思维等正是它们的支架或脉络，因而数学恰在它们的核心处。这样，在数学中得到的训练和培养会很好地帮助我们学习其他理论，数学素质的提高对于个人能力的发展至关重要。

那么，如何才能学好数学呢？我想首先应当对数学有一个正确的认识。

数学是自然的。在这套教科书中出现的数学内容，是在人类长期的实践中经过千锤百炼的数学精华和基础，其中的数学概念、数学方法与数学思想的起源与发展都是自然的。如果有人感到某个概念不自然，是强加于人的，那么只要想一下它的背景，它的形成过程，它的应用，以及它与其他概念的联系，你就会发现它实际上是水到渠成、浑然天成的产物，不仅合情合理，甚至很有人情味。这将有助于大家的学习。

数学是清楚的。清楚的前提，清楚的推理，得出清楚的结论，数学中的命题，对就是

对，错就是错，不存在丝毫的含糊。我们说，数学是易学的，因为它是清楚的，只要大家按照数学规则，按部就班地学，循序渐进地想，绝对可以学懂；我们又说，数学是难学的，也因为它是清楚的，如果有人不是按照数学规则去学去想，总想把“想当然”的东西强加给数学，在没有学会加法的时候就想学习乘法，那就要处处碰壁，学不下去了。

在对数学有一个正确认识的基础上，还需要讲究一点方法。

学数学要摸索自己的学习方法。学习、掌握并能灵活应用数学的途径有千万条，每个人都可以有与众不同的数学学习方法。做习题、用数学解决各种问题是必需的，理解概念、学会证明、领会思想、掌握方法也是必需的，还要充分发挥问题的作用，问题使我们的学习更主动、更生动、更富探索性。要善于提问，学会提问，“凡事问个为什么”，用自己的问题和别人的问题带动自己的学习。在这套书中，我们一有机会就提问题，希望“看过问题三百个，不会解题也会问”。类比地学、联系地学，既要从一般概念中看到它的具体背景，不使概念“空洞”，又要在具体例子中想到它蕴含的一般概念，以使事物有“灵魂”。

同学们，**学数学趁年轻。**你们正处在一生中接受数学训练、打好数学基础的最佳时期。这个时期下点儿功夫学数学，将会终生受益。我们构建了这片数学天地，期盼它有益于大家的成长。你们是这片天地的主人，希望大家在学习的过程中能对它提出宝贵的改进意见。预祝同学们愉快地生活在这片数学天地中。

本 册 导 引

我们根据《普通高中数学课程标准（实验）》编写了这套实验教科书。

本书是高中数学必修课程 5 个模块中的一个，包括“集合与函数概念”“基本初等函数（I）”“函数的应用”三章内容。集合语言是现代数学的基本语言，它可以简洁、准确地表达数学内容；函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型，它的思想方法贯穿了高中数学课程的始终，如用二分法求方程的近似解、解不等式、数列问题，等等；指数函数、对数函数、幂函数是三类基本的、重要的函数，在数学、其他科学以及生产实践中都有着广泛的应用。

在数学史上，函数概念的发展与完善经历了 200 多年的时间。在“集合与函数概念”中，同学们将运用集合与对应的语言，在初中学习的基础上，进一步刻画函数概念；通过观察、分析、概括，从不同的角度学习函数的基本性质；在解决问题的过程中感受函数的思想方法和广泛应用。

“基本初等函数（I）”引领同学们进入了缤纷的函数世界。在这一章里，同学们将通过具体实例学习三种基本而又重要的函数：指数函数、对数函数和幂函数。它们分别刻画了现实世界中三类具有不同变化规律的现象。学习了本章，同学们会了解这三种函数的特征与性质，并利用它们解决身边以及其他学科中的相关问题。

面对实际问题时，如何选择恰当的函数模型解决它们呢？“函数的应用”将会告诉同学们不同函数模型间增长的差异，以及选择函数模型解决问题的方法。不仅如此，同学们还将看到函数与方程之间的密切联系，学习利用函数的性质和图象求方程近似解的方法——二分法。

学习始于疑问。在本书中，我们将通过适当的问题情境，引出需要学习的数学内容，然后在“观察”“思考”“探究”等活动中，引导同学们发现问题、提出问题，通过亲身实践、主动思维，经历不断的从具体到抽象、从特殊到一般的抽象概括活动来理解和掌握数学基础知识，打下坚实的数学基础。

学而不思则罔。只有通过自己的独立思考，同时掌握科学的思维方法，才能真正学会数学。在本书中，我们将利用数学内容之间的内在联系，特别是蕴涵在数学知识中的数学思想方法，启发和引导同学们学习类比、推广、特殊化、化归等数学思考的常用逻辑方法，使同学们学会数学思考与推理，不断提高数学思维能力。

学习的目的在于应用。在本书中，我们将努力为同学们提供应用数学知识解决各种数学内外问题的机会，以使同学们加深对数学概念本质的理解，认识数学知识与实际的联系，并学会用数学知识和方法解决一些实际问题。另外，我们还开辟了“观察与猜想”“阅读与思考”“探究与发现”“信息技术应用”等拓展性栏目，为同学们提供选学素材，有兴趣的同学可以自主选择其中的一些内容进行探究。

祝愿同学们通过本册书的学习，不但学到更多的数学知识，而且在数学能力、用数学解决问题的能力等方面都有较大的提高，并培养起更高的数学学习兴趣，形成对数学的更加全面的认识。

本书部分数学符号

$\in$	$x \in A$	x 属于 A ; x 是集合 A 的一个元素
$\notin$	$y \notin A$	y 不属于 A ; y 不是集合 A 的一个元素
$\{, \dots, \}$	$\{a, b, c, \dots, n\}$	诸元素 $a, b, c, \dots, n$ 构成的集合
$\{ \}$	$\{x \in A p(x)\}$	使命题 $p(x)$ 为真的 A 中诸元素之集合
$\emptyset$		空集
$\mathbf{N}$		非负整数集; 自然数集
$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$		正整数集
$\mathbf{Z}$		整数集
$\mathbf{Q}$		有理数集
$\mathbf{R}$		实数集
$\subseteq$	$B \subseteq A$	B 含于 A ; B 是 A 的子集
$\subsetneq$	$B \subsetneq A$	B 真包含于 A ; B 是 A 的真子集
$\cup$	$A \cup B$	A 与 B 的并集
$\cap$	$A \cap B$	A 与 B 的交集
$\complement$	$\complement_A B$	A 中子集 B 的补集或余集
$[,]$	$[a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b 的闭区间
$(,)$	(a, b)	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b 的开区间
$[,)$	$[a, b)$	$\mathbf{R}$ 中由 a (含于内) 到 b 的右半开区间
$(,]$	$(a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 a 到 b (含于内) 的左半开区间
$f(x)$		函数 f 在 x 的值
$f: A \rightarrow B$		集合 A 到集合 B 的映射

目 录

第一章 集合与函数概念 1

1.1 集合 2

阅读与思考 集合中元素的个数 14

1.2 函数及其表示 16

阅读与思考 函数概念的发展历程 29

1.3 函数的基本性质 30

信息技术应用 用计算机绘制函数图象 41

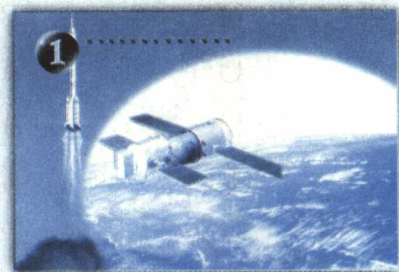
实习作业 44

小结 46

复习参考题 48

第二章 基本初等函数 (I) 51

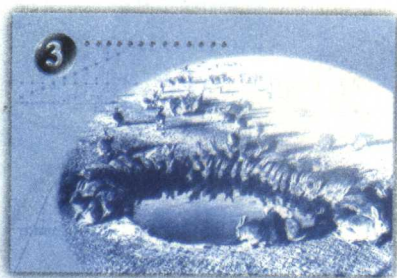
2.1 指数函数 52



信息技术应用 借助信息技术探究指数函数 的性质	67
2.2 对数函数	68
阅读与思考 对数的发明	75
探究与发现 互为反函数的两个函数图象 之间的关系	84
2.3 幂函数	85
小结	88
复习参考题	90

第三章 函数的应用

3.1 函数与方程	94
阅读与思考 中外历史上的方程求解	101
信息技术应用 借助信息技术求方程的 近似解	103
3.2 函数模型及其应用	106
信息技术应用 收集数据并建立函数模型	122
实习作业	123
小结	124
复习参考题	125



第一章

集合与函数概念

1.1

集 合

1.2

函数及其表示

1.3

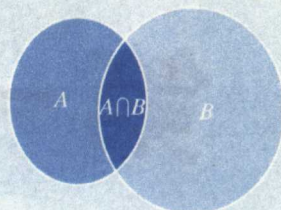
函数的基本性质



现实世界中的许多运动变化现象都表现出变量之间的依赖关系. 数学上, 我们用函数模型描述这种依赖关系, 并通过研究函数的性质了解它们的变化规律.

函数是高中数学的重要内容之一. 函数的基础知识在现实生活、社会、经济及其他学科中有着广泛的应用; 函数与代数式、方程、不等式等内容联系非常密切; 函数概念及其反映出的数学思想方法已广泛渗透到数学的各个领域, 是进一步学习数学的重要基础; 函数的概念是运动变化和对立统一等观点在数学中的具体体现.

集合是现代数学的基本语言, 可以简洁、准确地表达数学内容. 在本章, 我们将学习集合的一些基本知识, 用集合语言表示有关数学对象, 并运用集合和对应的语言进一步描述函数概念, 感受建立函数模型的过程和方法, 初步运用函数思想理解和处理生活、社会中的简单问题.



1.1.1 集合的含义与表示

在小学和初中，我们已经接触过一些集合，例如，自然数的集合，有理数的集合，不等式 $x-7 < 3$ 的解的集合，到一个定点的距离等于定长的点的集合（即圆），到一条线段的两个端点距离相等的点的集合（即这条线段的垂直平分线）……

那么，集合的含义是什么呢？我们再来看下面的一些例子：

- (1) 1~20 以内的所有质数；
- (2) 我国从 1991~2003 年的 13 年内所发射的所有人造卫星；
- (3) 金星汽车厂 2003 年生产的所有汽车；
- (4) 2004 年 1 月 1 日之前与我国建立外交关系的所有国家；
- (5) 所有的正方形；
- (6) 到直线 l 的距离等于定长 d 的所有的点；
- (7) 方程 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 的所有实数根；
- (8) 新华中学 2004 年 9 月入学的所有的高一学生。

例 (1) 中，我们把 1~20 以内的每一个质数作为元素，这些元素的全体就是一个集合；同样地，例 (2) 中，把我国从 1991~2003 年的 13 年内发射的每一颗人造卫星作为元素，这些元素的全体也是一个集合。



上面的例 (3) 到例 (8) 也都能组成集合吗？它们的元素分别是什么？归纳总结这些例子，你能说出它们的共同特征吗？

一般地，我们把研究对象统称为**元素** (element)，把一些元素组成的总体叫做**集合** (set) (简称为**集**)。

给定的集合，它的元素必须是确定的。也就是说，给定一个集合，那么任何一个元素在不在这个集合中就确定了。例如，“中国的直辖市”构成一个集合，北京、上海、天津、重庆在这个集合中，杭州、南京、广州……不在这个集合中。“身材较高的人”不能构成集合，因为组成它的元素是不确定的。

一个给定集合中的元素是互不相同的。也就是说，集合中的元素是不重复出现的。

只要构成两个集合的元素是一样的，我们就称这两个集合是**相等**的。



判断以下元素的全体是否组成集合，并说明理由：

(1) 大于 3 小于 11 的偶数；

(2) 我国的小河流。

我们通常用大写拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合，用小写拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合中的元素。

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a **属于** (belong to) 集合 A ，记作 $a \in A$ ；如果 a 不是集合 A 中的元素，就说 a **不属于** (not belong to) 集合 A ，记作 $a \notin A$ 。

例如，我们用 A 表示“1~20 以内的所有质数”组成的集合，则有 $3 \in A, 4 \notin A$ ，等等。

数学中一些常用的数集及其记法

全体非负整数组成的集合称为非负整数集（或自然数集），记作 $\mathbf{N}$ ；

所有正整数组成的集合称为正整数集，记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ ；

全体整数组成的集合称为整数集，记作 $\mathbf{Z}$ ；

全体有理数组成的集合称为有理数集，记作 $\mathbf{Q}$ ；

全体实数组成的集合称为实数集，记作 $\mathbf{R}$ 。

从上面的例子看到，我们可以用自然语言描述一个集合。除此之外，还可以用什么方式表示集合呢？

列举法

我们可以把“地球上的四大洋”组成的集合表示为{太平洋, 大西洋, 印度洋, 北冰洋}, 把“方程 $(x-1)(x+2)=0$ 的所有实数根”组成的集合表示为{1, -2}.

像这样把集合的元素一一列举出来, 并用花括号“{ }”括起来表示集合的方法叫做**列举法**.

例 1 用列举法表示下列集合:

- (1) 小于 10 的所有自然数组成的集合;
- (2) 方程 $x^2=x$ 的所有实数根组成的集合;
- (3) 由 1~20 以内的所有质数组成的集合.

解: (1) 设小于 10 的所有自然数组成的集合为 A , 那么

$$A=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

由于元素完全相同的两个集合相等, 而与列举的顺序无关, 因此集合 A 可以有不同的列举方法. 例如

$$A=\{9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0\}.$$

- (2) 设方程 $x^2=x$ 的所有实数根组成的集合为 B , 那么
- $$B=\{0, 1\}.$$

- (3) 设由 1~20 以内的所有质数组成的集合为 C , 那么
- $$C=\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}.$$



- (1) 你能用自然语言描述集合{2, 4, 6, 8}吗?
- (2) 你能用列举法表示不等式 $x-7<3$ 的解集吗?

描述法

我们不能用列举法表示不等式 $x-7<3$ 的解集, 因为这个集合中的元素是列举不完的. 但是, 我们可以用这个集合中元素所具有的共同特征来描述.

例如, 不等式 $x-7<3$ 的解集中所含元素的共同特征是: $x \in \mathbf{R}$, 且 $x-7<3$, 即 $x<10$. 所以, 我们可以把这个集合表示为

$$D=\{x \in \mathbf{R} | x < 10\}.$$

又如, 任何一个奇数都可以表示为 $x=2k+1(k \in \mathbf{Z})$ 的形式. 所以, 我们可以把所有奇数的集合表示为

$$E=\{x \in \mathbf{Z} | x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}.$$

用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为描述法. 具体方法是: 在花括号内先写上表示这个集合元素的一般符号及取值(或变化)范围, 再画一条竖线, 在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征.

例 2 试分别用列举法和描述法表示下列集合:

- (1) 方程 $x^2-2=0$ 的所有实数根组成的集合;
- (2) 由大于 10 小于 20 的所有整数组成的集合.

解: (1) 设方程 $x^2-2=0$ 的实数根为 x , 并且满足条件 $x^2-2=0$, 因此, 用描述法表示为

$$A=\{x \in \mathbf{R} | x^2-2=0\}.$$

方程 $x^2-2=0$ 有两个实数根 $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$, 因此, 用列举法表示为

$$A=\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}.$$

(2) 设大于 10 小于 20 的整数为 x , 它满足条件 $x \in \mathbf{Z}$, 且 $10 < x < 20$, 因此, 用描述法表示为

$$B=\{x \in \mathbf{Z} | 10 < x < 20\}.$$

大于 10 小于 20 的整数有 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 因此, 用列举法表示为

$$B=\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}.$$

要指出的是, 如果从上下文的关系来看, $x \in \mathbf{R}$, $x \in \mathbf{Z}$ 是明确的, 那么 $x \in \mathbf{R}$, $x \in \mathbf{Z}$ 可以省略, 只写其元素 x . 例如, 集合 $D=\{x \in \mathbf{R} | x < 10\}$ 也可表示为 $D=\{x | x < 10\}$; 集合 $E=\{x \in \mathbf{Z} | x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$ 也可表示为 $E=\{x | x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$.

思考?

(1) 结合上述实例, 试比较用自然语言、列举法和描述法表示集合时, 各自的特点和适用的对象.

(2) 自己举出几个集合的例子, 并分别用自然语言、列举法和描述法表示出来.

练习

1. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1) 设 A 为所有亚洲国家组成的集合, 则:

中国 $\underline{\hspace{1cm}}$ A , 美国 $\underline{\hspace{1cm}}$ A ,

印度 $\underline{\hspace{1cm}}$ A , 英国 $\underline{\hspace{1cm}}$ A ;

(2) 若 $A = \{x | x^2 = x\}$, 则 $-1 \underline{\hspace{1cm}}$ A ;

(3) 若 $B = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, 则 $3 \underline{\hspace{1cm}}$ B ;

(4) 若 $C = \{x \in \mathbf{N} | 1 \leq x \leq 10\}$, 则 $8 \underline{\hspace{1cm}}$ C , $9.1 \underline{\hspace{1cm}}$ C .

2. 试选择适当的方法表示下列集合:

(1) 由方程 $x^2 - 9 = 0$ 的所有实数根组成的集合;

(2) 由小于 8 的所有素数组成的集合;

(3) 一次函数 $y = x + 3$ 与 $y = -2x + 6$ 的图象的交点组成的集合;

(4) 不等式 $4x - 5 < 3$ 的解集.

1.1.2 集合间的基本关系

思考?

实数有相等关系、大小关系, 如 $5 = 5$, $5 < 7$, $5 > 3$, 等等. 类比实数之间的关系, 你会想到集合之间的什么关系?

观察下面几个例子, 你能发现两个集合间的关系吗?

(1) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;