

小学教师进修中等师范教材

算术基础理论 与 小学数学教材教法 复习指导

XIAOJIAOJINXIUZHONGSHIJIADCAI



黄文选 朱振武

河南大学出版社



小学教师进修中等师范教材
算术基础理论
与
小学数学教材教法

黄文选 朱振武

河南大学出版社

**算术基础理论
与
小学数学教材教法
复习指导**

编 著 黄文选

朱振武

责任编辑 程 庆

*

河南大学出版社出版
开封市第五印刷厂印刷

*

开本：787×1092 1/32 印张：9.5 字数 206千字

1986年7月第1版 1986年7月第1次印刷

印数：1—20,000

统一书号：7435·015 定价：1.35元

说 明

由五省、市协编的一套小学教师进修中等师范教材已被广大小学教师进修学习所采用。本书是这套教材中《算术基础理论》和《小学数学教材教法》两书的复习指导，目的是帮助进修教师透彻理解、复习掌握原教材的主要内容，以达到小学教师进修中师教学大纲中规定的要求。

本书第一部分是《算术基础理论》复习指导，由黄文选编写；第二部分是《小学数学教材教法》复习指导，由朱振武、徐志伦、陈继麟、司德桐编写。

《算术基础理论》复习指导按照原书各章次序编排（除将原书第五章中的百分数内容归入本书第四章外）。每章开始首先简要概述本章内容，然后重点是疑难问题辨析。第四、五两章还安排了错例分析。每章都重新编写了典型例题和习题，最后附有本书各章习题的答案与提示，以供参考。

《小学数学教材教法》复习指导，按照原书的章、节次序，以问答的形式，对每节主要内容概括提炼出若干问题，给出简明扼要回答，以帮助读者在复习时抓住重点，提高效率。

由于编写时间仓促，不当之处在所难免，希望读者批评指正。

编 者

一九八六年四月

目 录

《算术基础理论》复习指导

第一章 集合与映射	(1)
一、内容概述.....	(1)
二、疑难问题辨析.....	(2)
1.集合的四个特征.....	(2)
2.集合的表示法.....	(2)
3.单元素集与空集.....	(3)
4.集合间的关系.....	(4)
5.集合的运算.....	(4)
6.集合的运算律.....	(9)
7.映射.....	(9)
8.一一映射.....	(10)
9.等价集合.....	(11)
10.基数.....	(12)
习题一.....	(12)
第二章 整数	(14)
一、内容概述.....	(14)
二、疑难问题辨析.....	(15)
1.数和数字.....	(15)

2. 计数单位和数位	(16)
3. 整数的位数的规定	(17)
4. 写数的位值原则	(17)
5. 自然数的双重意义——基数与序数	(18)
6. “0”的意义	(18)
7. 二进数与十进数相互改写	(19)
8. 整数加法、减法定义的思路	(21)
9. 整数乘法、除法定义的思路	(21)
10. “0”不能作除数	(22)
11. 在整数范围内，有余数除法总可以施行	(22)
12. 加法运算定律与减法运算性质	(23)
13. 乘法运算定律与除法运算性质	(24)
14. 几种证明的方法	(25)
15. 算术平均数问题	(27)
16. 归一问题与倍比问题	(28)
17. 和倍与差倍问题	(29)
18. 和差问题	(32)
19. 相遇与追及问题	(34)
20. 按两个差求未知数的问题	(36)
21. 植树问题	(37)
习题二	(38)
第三章 數的整除性	(41)
一、内容概述	(41)
二、疑难问题辨析	(42)
1. 一个除式是否为“整除”的判断	(42)
2. 约数和倍数是相互依存的	(42)

3. 充分条件不一定是结论成立的唯一条件……	(43)
4. 用否定的语气来叙述命题，便于判断条件的必要性……	(43)
5. 用“原命题”和“否命题”来判断条件的充分必要性……	(44)
6. 用通俗方法说明能被9整除的数的特征……	(44)
7. 用通俗方法说明能被11整除的数的特征……	(45)
8. 用通俗方法说明能被7、11、13整除的数的特征……	(48)
9. 质数与合数要同奇数与偶数的概念区分开…	(49)
10. 用试除法判定质数的几个问题……	(50)
11. 把一个数表示成质因数的乘积的形式，是可能的并且是唯一的……	(51)
12. “互质”与“两两互质”是有区别的……	(52)
13. 用图解法说明用辗转相除法求最大公约数的道理……	(52)
14. 弃九验算法……	(53)
15. 对“中国剩余定理”的通俗解释……	(55)
三、错例分析……	(56)
习题三……	(57)
第四章 分数……	(62)
一、内容概述……	(62)
二、疑难问题辨析……	(62)
1. 分数的定义……	(62)
2. 分数加法定义的思路……	(64)
3. 分数减法定义的思路……	(65)

4. 分数乘法定义的思路	(65)
5. 分数乘法的应用	(66)
6. 分数除法定义的思路	(67)
7. 分数除法的应用	(67)
8. 分数乘除法应用题	(68)
9. 百分数的定义	(74)
10. 百分数和分数、小数的互化	(74)
11. 百分数应用题	(76)
三、错例分析	(78)
1. 两个带分数相乘	(78)
2. 有关百分数的应用题	(79)
习题四	(80)
第五章 小数	(84)
一、内容概述	(84)
二、疑难问题解析	(85)
1. 分数不能包括所有小数	(85)
2. 小数的基本性质	(85)
3. 小数大小的比较	(86)
4. 小数四则运算	(86)
5. 循环小数的形成	(88)
6. 循环小数的性质	(88)
7. 近似数的截取方法	(88)
8. 怎样理解化分数为有限小数的定理	(89)
9. 怎样理解化分数为纯循环小数的定理	(90)
10. 怎样理解化分数为混循环小数的定理	(92)
11. 化循环小数为分数的推导方法	(93)

12. 绝对误差与绝对误差范围	(94)
13. 相对误差与相对误差范围	(94)
14. 近似数的加、减法	(95)
15. 近似数的乘、除法	(96)
16. 近似数的混合运算	(97)
习题五	(98)
第六章 量的计量	(100)
一、 内容概述	(100)
二、 疑难问题辨析	(101)
1. 不连续量和连续量	(101)
2. 计量、计量单位及量数	(101)
3. “时”和“小时”	(101)
4. 名数四则运算的简化	(102)
习题六	(104)
第七章 比和比例	(106)
一、 内容概述	(106)
二、 疑难问题辨析	(106)
1. 比的意义	(106)
2. 比例的意义	(108)
3. 成比例的量	(108)
4. 正、反比例应用题	(109)
习题七	(110)
习题答案与提示	(113)
《小学数学教材教法》复习指导	
第一章 小学数学教学的目的和内容	(121)

第一节	小学数学教学在小学教育中的地位和作用	(121)
第二节	小学数学的教学目的	(122)
第三节	小学数学的教学内容	(124)
第二章	小学数学教学的基本方法	(127)
第一节	小学数学教学的基本过程	(127)
第二节	教学原则在小学数学教学中的应用	(132)
第三节	教育心理学在小学数学教学中的应用	(134)
第四节	小学数学教学的基本方法	(137)
第五节	小学数学课本的使用	(140)
第六节	直观教具和幻灯的使用	(142)
第三章	小学数学教学工作的组织	(144)
第一节	教学计划的拟定	(144)
第二节	课堂教学的实施	(146)
第三节	数学作业的布置与批改	(152)
第四章	整数的教学	(157)
第一节	整数教学的内容、要求和教材的编排	(157)
第二节	整数认识的教学	(159)
第三节	整数四则运算意义的教学	(161)
第四节	整数四则计算方法的教学	(164)
第五节	整数四则混合运算的教学	(174)
第六节	整数四则运算定律、性质的教学	(176)
第七节	珠算的教学	(180)
第八节	简单应用题的教学	(182)
第九节	复合应用题的教学	(194)
第五章	小数的教学	(207)

第一节	小数教学的内容、要求和教材的编排	(207)
第二节	小数的认识的教学	(208)
第三节	小数四则运算的教学	(213)
第六章 分数的教学		(217)
第一节	分数教学的内容、要求和教材的编排	(217)
第二节	分数的认识的教学	(218)
第三节	约数和倍数的教学	(221)
第四节	约分和通分的教学	(225)
第五节	分数四则运算的教学	(227)
第六节	分数四则混合运算和繁分数的教学	(231)
第七节	分数应用题的教学	(232)
第八节	百分数的教学	(234)
第七章 量的计量的教学		(236)
第一节	量的计量教学的内容、要求和教材的编排	(236)
第二节	计量单位的认识的教学	(237)
第三节	名数的化法与聚法的教学	(239)
第八章 比和比例的教学		(240)
第一节	比和比例教学的内容、要求和教材的编排	(240)
第二节	比的意义和性质的教学	(241)
第三节	比例的意义和性质的教学	(245)
第四节	成正、反比例的量的教学	(246)
第五节	比例应用题的教学	(248)
第九章 几何初步知识的教学		(252)
第一节	几何初步知识教学的内容、要求和教材	

	的编排	(252)
第二节	平面几何图形的认识的教学	(254)
第三节	面积概念和面积计算的教学	(262)
第四节	立体图形的认识的教学	(268)
第五节	体积概念和体积计算的教学	(270)
第十章	代数初步知识的教学	(273)
第一节	代数初步知识教学的内容、要求和教材 的编排	(273)
第二节	用字母表示数的教学	(274)
第三节	简易方程的教学	(277)
第十一章	统计图表的教学	(284)
第一节	统计表的教学	(284)
第二节	统计图的教学	(286)

第一章 集合与映射

一、内 容 概 述

本章教材内容主要有：集合的概念，集合之间的包含与相等关系，集合的运算及其基本运算律，对应、映射和一一映射，等价集合与可数集合等。

集合是近代数学的一个基本概念。把一些确定的对象看成一个整体便形成一个集合。集合里的对象可以是任何事物，每一个事物叫做集合的元素。

集合也可以进行运算。本章研究的运算有：并运算、交运算、差运算、补运算。

映射是研究两个集合元素之间的关系的重要工具。一一映射是一个特殊的映射，如果从集合A到集合B上存在一一映射，则称集合A与集合B是等价集合（对等集合）。凡与自然数等价的集合，叫做可数集。

复习时要达到如下要求：

1. 理解集合的特征，掌握集合的表示法；
2. 理解集合运算的概念，掌握集合的运算法则（并、交、差、补）；
3. 理解映射与一一映射的概念，能够正确判断两个集合元素之间是否存在一一映射；
4. 理解等价集与可数集的概念，并能正确进行判断。

二、疑难问题辨析

1. 集合的四个特征

(1) 整体性：集合是指某一类事物的全体，而不是指组成它的个别事物(元素)。例如：30以内所有质数的集合，包含2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29，缺一不可。

(2) 确定性：对于任何一个对象，都能确定它是否属于某一集合。也就是说，一个集合的界限必须是分明的，不能含混不清。例如：身高满1.90米的人的集合，有确定的界限，能组成一个集合；而“身材高大的人”，界限不明确，不能组成集合。

(3) 元素的互异性：一个集合的各元素之间互不相同，即一个集合中一般不允许有同一个元素重复出现的现象。例如，由红、黄、蓝、白四种颜色可以组成一个集合，但不能由红、红、白、白组成一个集合。事实上，它是由红、白两种颜色组成的集合。

(4) 元素的无顺序性：一个集合的各元素之间一般没有顺序关系。例如：由1、2、3组成的集合与由2、3、1或者3、2、1组成的集合，我们认为是同一个集合。也就是说，当我们只讨论集合是由哪些元素组成的时候，这些元素的书写次序是无关紧要的。

2. 集合的表示法

(1) 图示法(也叫做韦恩图法)

把集合的所有元素用一条封闭曲线圈起来表示一个集

合，叫做图示法。在小学数学教学中常采用这种方法。

(2) 列举法

把一个集合的所有元素都写出来，再用大括号括起来表示一个集合，叫做列举法。

例1 由1至10的奇数组成的集合A，可记作

$$A = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}.$$

例2 由一年四季组成的集合B，可记作

$$B = \{ 春, 夏, 秋, 冬 \}$$

例3 3、5、7的最小公倍数的集合C，可记作

$$C = \{ 105 \}.$$

(3) 描述法

用语言或者数学表达式给出一个集合中元素的特征，叫做描述法。

例4 由6的约数组成的集合D，可记作

$$D = \{ 6 \text{ 的约数} \}.$$

例5 小于10的自然数组成的集合E，可记作

$$E = \{ \text{小于10的自然数} \},$$

或记作 $E = \{ x \mid x \in \mathbb{N}, x < 10 \}.$

例6 方程 $x^2 - 12x + 35 = 0$ 的根的集合M，可记作

$$M = \{ x \mid x^2 - 12x + 35 = 0 \}.$$

3. 单元素集与空集

只含有一个元素的集合，叫做单元素集。例如：3和7的最小公倍数的集合 $P = \{ 21 \}$ ，集合P只有一个元素，是单元素集。

一个元素也没有的集合，叫做空集。空集一般用 \emptyset (或 { }) 来表示。例如：设小于1的正整数的集合为G，则集

合 G 是空集，即 $G = \emptyset$ 。

注意： \emptyset 与 $\{0\}$ 是不同的两个集合。集 \emptyset 没有元素，而集 $\{0\}$ 有一个元素 0 ，它是单元素集。

4. 集合间的关系

(1) 两个集合的包含关系

①子集与扩集：如果集合 A 的每一个元素都属于集合 B ，则称集合 A 是集合 B 的子集。集合 B 叫做集合 A 的扩集。记作： $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$ ，读作 A 包含于 B 或 B 包含 A 。

②真子集与真扩集：如果集合 A 的每一个元素都属于集合 B ，而集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A ，则集合 A 叫做集合 B 的真子集；集合 B 叫做集合 A 的真扩集。记作： $A \subset B$ 或 $B \supset A$ 。

③空集与集合：规定空集是一切集合的子集，即对于任意集合 A ， $\emptyset \subseteq A$ 。

注意： \in 和 \subseteq 是意义不相同的符号， \in 表示元素与集合的属于关系，而 \subseteq 表示集合与集合之间的包含关系。使用时要加以区别。

(2) 两个集合的相等关系

集合 A 与集合 B ，如果 $A \subseteq B$ ，而且 $B \subseteq A$ ，就说集合 A 等于集合 B 。记作： $A = B$ 。

(3) 集合的包含与相等关系的传递性质

①若 $A = B$ ， $B = C$ ，则 $A = C$ ；

②若 $A \subseteq B$ ， $B \subseteq C$ ，则 $A \subseteq C$ ；

③若 $A \subseteq B$ ， $B = C$ ，则 $A \subseteq C$ 。

5. 集合的运算

(1) 并运算：把两个已知的集合 A 和 B 的所有元素合

并在一起（相同的元素只取一次）所组成的集合，叫做A与B的并集。求并集的运算叫做并运算，记作 $A \cup B$ 。

例7 设 $A = \{ \text{甲班的男学生} \}$, $B = \{ \text{甲班的女学生} \}$ 。那么 $A \cup B = \{ \text{甲班的学生} \}$ 。

这里，集A、集B没有公共元素，A与B的并集由A与B的所有元素所组成。

例8 设 $A = \{ 1, 2, 3 \}$, $B = \{ 2, 3, 4, 5 \}$ 那么

$$A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}.$$

这里，集合A、B有公共元素2、3， $A \cup B$ 的元素是1、2、3、4、5。（注意：相同的元素只取一次）

例9 设 $A = \{ a, b, c, d, e \}$, $B = \{ a, b, d \}$ 。那么 $A \cup B = \{ a, b, c, d, e \}$ 。

这里，集合B是集合A的真子集，即 $B \subset A$ ，在A与B的并集中，B的元素被“吸收”了。

通过以上例题，可以看出，并集有以下性质：

① $A \cup A = A$ ，这与数的加法 $5 + 5 = 10$ 不相同。

② $A \cup \emptyset = A$ ，这与数的加法 $5 + 0 = 5$ 相类似。

③ $A \cup B \supseteq A$ 。

注意：当两个有限集合没有公共元素时，它们并集的元素个数 $n(A \cup B)$ ，就是这两个集合的元素个数 $n(A)$ 与 $n(B)$ 的和。即

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B).$$

如例7就是这种情况。

但是，在一般情况下， $n(A \cup B) \neq n(A) + n(B)$ 。如例8、例9，就是这种情况。