·各个击破·

名师视点

MINGSHI SHIDIAN

高中数学

·三角函数·

张绍春　主编

双色亮丽版

东北师范大学出版社

名师视点 各个击破

名师视点

MINGSHI SHIDIAN

高中数学

·三角函数·

东北师范大学出版社·长春

图书在版编目（CIP）数据

名师视点．高中数学．三角函数/张绍春主编．
—长春：东北师范大学出版社，2002，6
ISBN 7-5602-2997-2

Ⅰ．名…　Ⅱ．张…　Ⅲ．数学课—高中—教学
参考资料…　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 025796 号

MINGSHI SHIDIAN

□**出　版　人：贾国祥**　□策划创意：一编室
□责任编辑：王红娟　□责任校对：张　新
□封面设计：魏国强　□责任印制：栾喜湖

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 138 号　邮政编码：130024
电话：0431—5695744　5688470　传真：0431—5695734
网址：WWW.NNUP.COM　电子函件：SDCBS@MAIL.JL.CN

东北师范大学出版社激光照排中心制版
沈阳新华印刷厂印刷
2002 年 6 月第 1 版　2002 年 6 月第 1 次印刷

开本：890mm×1240mm　1/32　印张：6.25　字数：194 千
印数：00 001 — 10 000　册

定价：8.00 元

出版者的话

CHUBANZHE DE HUA

《名师视点》丛书的创意始于教材改革的进行，教材的不稳定使教辅图书市场一度处于混乱状态，新旧图书杂糅，读者即使有一双火眼金睛，也难辨真伪。但无论各版别的教材如何更新、变革，万变不离其宗的是，删改陈旧与缺乏新意的内容，增加信息含量，增强人文意识，创新精神，增添科技内涵，活跃思维，培养学生的创新、理解、综合分析及独立解决问题等诸多能力，而这些目标的实现均是以众多不断调整的知识版块、考查要点串连在一起的，不管教材如何更改，无论教改的步子迈得多大，这些以丰富学生头脑，开拓学生视野，提高其综合素养为宗旨的知识链条始终紧密地联系在一起，不曾有丝毫的断裂，而我们则充分关注形成这一链条的每一环节，这也是"视点"之所在。

《名师视点》丛书的出版正是基于此种理念，涵盖初高中两个重点学习阶段，以语文、英语、数学、物理、化学五个学科为线索，以各科可资选取的知识版块作为专题视点，精讲，精解，精练。该丛书主要具有以下特点：

一、以专题为编写线索

语文、英语、数学、物理、化学五主科依据初高中各年级段整体内容及各学科的自身特点，科学、系统地加以归纳、分类及整理，选取各科具有代表性的知识专题独立编写成册，并以透彻的讲解、精辟的分析、科学的练习、准确的答案为编写思路，再度与一线名师携手合作，以名师的教学经验为图书的精髓，以专题为视点，抓住学科重点、知识要点，缓解学生过重的学习负担。

二、针对性、渗透性强

"专题"，即专门研究和讨论的题目，这就使其针对性较明显。其中语文、英语两科依据学科试题特点分类，数学、物理、化学各科则以知识块为分类依据，各科分别撷取可供分析讨论的不同版块，紧抓重点难点，参照国家课程标

准及考试说明，于潜移默化中渗透知识技能，以达"润物细无声"之功效。

三、双色印刷，重点鲜明

《名师视点》丛书采用双色印刷，不仅突破以往教辅图书单调刻板的局限，而且对重点提示及需要引起学生注意的文字用色彩加以突出，使其更加鲜明、醒目。这样，学生在使用时既可以方便地找到知识重点，又具有活泼感，增添阅读兴趣。

四、适用区域广泛

《名师视点》丛书采用"专题"这一编写模式，以人教版教材为主，兼顾国内沪版、苏版等地教材，汲取多种版本教材的精华，选取专题，使得该套书在使用上适用于全国的不同区域，不受教材版本的限制。

作为出版者，我们力求以由浅入深、切中肯綮的讲解过程，化解一些枯燥的课堂教学，以重点、典型的例题使学生从盲目的训练中得以解脱，以实用、适量的练习减少学生课下如小山般的试卷。

我们的努力是真诚的，我们的探索是不间断的，成功并不属于某一个人，它需要我们的共同努力，需要我们携手前行。

东北师范大学出版社

第一编辑室

MINGSHI SHIDIAN

目录

名师视点

MINGSHI SHIDIAN

名师视点

第一章 任意角的三角函数

作为基本初等函数之一的三角函数，它既有一般函数的共性，又有其独特的个性，在整个数学领域里，有着广泛的应用.

本章是整个三角函数的基础，包括角的概念的推广、任意角的三角函数、弧度制、单位圆和三角函数线、同角三角函数的基本关系式、诱导公式及已知三角函数值求角等内容，其知识框图如下：

- 任意角的三角函数
  - 角的概念的推广、弧度制
    - 角的概念的推广
    - 弧度制
  - 任意角的三角函数
    - 任意角的三角函数的定义
    - 各三角函数值在各象限的符号
    - 特殊角的三角函数值
  - 同角三角函数的基本关系式
    - 同角三角函数的基本关系式
    - 三角函数的基本题型
  - 诱导公式
    - 三角函数的诱导公式
    - 求任意角的三角函数值的一般步骤
  - 已知三角函数值求角
    - 已知三角函数值求角的一般步骤

一、角的概念的推广

知识技能

一、任意角的形成

在平面几何中,角是由一点引出的两条射线所组成的图形,其值为 $0°\sim360°$. 为了研究问题的需要,我们把角的概念加以推广,推广的方法是把角看成旋转的量,大小是任意的. 一个角可以看成由一条射线绕着它的端点旋转而成的. 如图 1-1 所示,平面上一条射线 OA 绕它的端点 O 旋转到 OB 处便形成了角 α,旋转开始时的射线 OA 叫做角 α 的顶点,在始边逆时针旋转第一圈的过程中形成了 $0°\sim360°$ 的所有的角,在继续旋转第二圈的过程中,形成了 $360°\sim720°$ 的所有的角(如图 1-2 所示),继续旋转下去可以形成任意大的角.

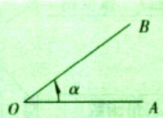

图 1-1

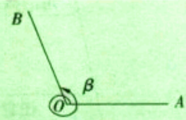

图 1-2

二、正角、负角和零角

按逆时针方向旋转形成的角叫正角,按顺时针方向旋转形成的角叫负角,当射线没有任何旋转时,形成的角叫零角.

三、象限角

角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的正半轴重合,角的终边落在第几象限,就把这个角称为第几象限的角,角的终边落在坐标轴上,就认为这个角不属于任何象限.

第一象限的角的集合:$\{x|k\cdot360°<x<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$;

第二象限的角的集合:$\{x|k\cdot360°+90°<x<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}$;

第三象限的角的集合:$\{x|k\cdot360°+180°<x<k\cdot360°+270°,k\in\mathbf{Z}\}$;

第四象限的角的集合:$\{x|k\cdot360°-90°<x<k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

四、轴线角

角的终边在坐标轴上的角称为轴线角.

终边落在坐标轴上的角的集合：$\{x|k=k\cdot 90^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$；
终边落在 x 轴上的角的集合：$\{x|x=k\cdot 180^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$；
终边落在 x 轴正半轴上的角的集合：$\{x|x=k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$；
终边落在 x 轴负半轴上的角的集合：$\{x|x=k\cdot 360^\circ+180^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$；
终边落在 y 轴上的角的集合：$\{x|x=k\cdot 180^\circ+90^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$；
终边落在 y 轴正半轴上的角的集合：$\{x|x=k\cdot 360^\circ+90^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$；
终边落在 y 轴负半轴上的角的集合：$\{x|x=k\cdot 360^\circ-90^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$.

五、终边相同的角

所有与 α 角终边相同的角，连同 α 角在内，可以用式子 $k\cdot 360^\circ+\alpha$，$k\in\mathbf{Z}$ 来表示，与 α 角终边相同的角的集合可记作 $\{\beta|\beta=k\cdot 360^\circ+\alpha, k\in\mathbf{Z}\}$.

典型示例

例1 若角 α,β 的终边相同，则 $\alpha-\beta$ 的终边在(　　)上.

A. x 轴的正半轴　　　　B. y 轴的正半轴

C. x 轴的负半轴　　　　D. y 轴的负半轴

解析 根据终边相同的角的形式，先写出 α 与 β 的关系式，然后根据关系式进行讨论.

$\because$ 角 α,β 的终边相同，$\therefore$ $\alpha=k\cdot 360^\circ+\beta\ (k\in\mathbf{Z})$.

$\therefore$ $\alpha-\beta=k\cdot 360^\circ(k\in\mathbf{Z})$.

$\therefore$ $\alpha-\beta$ 的终边在 x 轴的正半轴上. 本题应选 A.

例2 在 $0^\circ\sim 360^\circ$ 之间，找出与 640°，$-950^\circ12'$ 终边相同的角.

解析 $\because$ $640^\circ=360^\circ+280^\circ$，$-950^\circ12'=-3\cdot 360^\circ+129^\circ48'$，

$\therefore$ 与 640°，$-950^\circ12'$ 终边相同的角分别为 280°，$129^\circ48'$.

说明 当角是负角时，360° 的系数 k 是负整数，$|k|$ 比正常除法的商大 1 个单位，才能使余数在 $0^\circ\sim 360^\circ$ 之间.

当角的概念推广以后，要注意区别"锐角"、"0° 到 90° 的角"、"小于 90° 的角"、"象限角"、"区间角"、"轴线角"等概念，如：

(1)锐角可表示为 $\{\alpha|0^\circ<\alpha<90^\circ\}$；

(2)0° 到 90° 的角可表示为 $\{\alpha|0^\circ\leqslant\alpha<90^\circ\}$；

(3)小于 90° 的角可表示为 $\{\alpha|\alpha<90^\circ\}$；

(4)第Ⅰ象限角：$\{\alpha|k\cdot 360^\circ<\alpha<k\cdot 360^\circ+90^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$.

第Ⅱ象限角：$\{\alpha | k\cdot 360°+90°<\alpha<k\cdot 360°+180°, k\in \mathbf{Z}\}$，

第Ⅲ象限角：$\{\alpha | k\cdot 360°+180°<\alpha<k\cdot 360°+270°, k\in \mathbf{Z}\}$，

第Ⅳ象限角：$\{\alpha | k\cdot 360°-90°<\alpha<k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}\}$；

(5)轴线角一般可表示为

$k\cdot 360°, k\cdot 360°+90°, k\cdot 360°+180°, k\cdot 360°+270° (k\in \mathbf{Z})$.

例3 下列命题正确的是(　　).

A. 第一象限的角必是锐角　　B. 锐角必是第一象限角

C. 终边相同的角必相等　　D. 第二角限的角必大于第一象限的角

解析 ∵ 361°的角是第一象限角，但它不是锐角，∴ A 错；1°和 361°的角终边相同，但它们不相等，所以 C 错；91°的角是第二象限的角，361°角是第一象限的角，但 91°<361°，所以 D 错. 再看 B，∵ α 为锐角，∴ $0°<\alpha<90°$，即为 $k\cdot 360°<\beta<k\cdot 360°+90°$，当 $k=0$ 时的情况. 本题选 B.

例4 写出−720°到 720°之间的与−1050°的角终边相同的角.

解析 首先写出与−1050°的角终边相同的角的一般形式为 $k\cdot 360°+(-1050°)(k\in \mathbf{Z})$，然后讨论 k 的值，使 $k\cdot 360°+(-1050°)$ 在−720°到 720°之间.

与−1050°的角终边相同的所有的角可表示为　$k\cdot 360°+(-1050°)(k\in \mathbf{Z})$

依题意得　$-720°<k\cdot 360°-1050°<720°$

解得 $\frac{11}{12}<k<4\frac{11}{12}$，∴ $k=1,2,3,4$.

∴ 所求的角为　$1\times 360°-1050°=-690°$　$2\times 360°-1050°=-330°$

$3\times 360°-1050°=30°$　$4\times 360°-1050°=390°$.

例5 当 α 为第一象限角时，求 $\frac{\alpha}{2}$ 所在象限.

解析 ∵ $k\cdot 360°<\alpha<k\cdot 360°+90° (k\in \mathbf{Z})$，

∴ $k\cdot 180°<\frac{\alpha}{2}<k\cdot 180°+45° (k\in \mathbf{Z})$.

当 k 为奇数时，设 $k=2m+1 (m\in \mathbf{Z})$，则 $m\cdot 360°+180°<\frac{\alpha}{2}<m\cdot 360°+225°$，此时 $\frac{\alpha}{2}$ 是第三象限角.

当 k 为偶数时，设 $k=2m (m\in \mathbf{Z})$，则 $m\cdot 360°<\frac{\alpha}{2}<m\cdot 360°+45°$，此时 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角.

能力检测

一、选择题

1. 把$-1485°$化成$k\cdot360°+\alpha$ ($0°\leqslant\alpha<360°,k\in\mathbf{Z}$)的形式是(　　).

A. $-4\times360°+45°$　　B. $-4\times360°-315°$

C. $-10\times180°-45°$　　D. $-5\times360°+315°$

2. 角α的终边位置确定后,则(　　).

A. α的表达式是惟一的　　B. α的大小惟一确定

C. $0°<\alpha<360°$　　D. 以上都不对

3. 设α,β满足$-180°<\alpha<\beta<180°$,则$\alpha-\beta$的范围(D).

A. $-360°<\alpha-\beta<0°$　　B. $-180°<\alpha-\beta<180°$

C. $-180°<\alpha-\beta<0°$　　D. $-360°<\alpha-\beta<360°$

4. 在直角坐标系中,若α与β的终边互相垂直,那么α与β的关系为(　　).

A. $\beta=\alpha+90°$　　B. $\beta=\alpha\pm90°$

C. $\beta=\alpha+90°+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$　　D. $\beta=\alpha\pm90°+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$

二、解答题

5. 若角θ的终边与$168°$角的终边相同,求在$[0°,360°)$内终边与$\frac{\theta}{3}$角的终边相同的角.

6. 自行车大链轮有48齿,小链轮有20齿,当大链轮转过一周时,求小链轮转过的角度.

参考答案

一、1. D　2. A　3. A　4. D

二、5. 解:$\because\ \theta=k\cdot360°+168°(k\in\mathbf{Z})$,$\therefore\ \frac{\theta}{3}=k\cdot120°+56°(k\in\mathbf{Z})$.

依题意,$0°\leqslant k\cdot120°+56°<360°$,$\therefore k=0,1,2$,即在$[0°,360°)$,$\frac{\theta}{3}$为$56°,176°,296°$.

6. 解:当大链轮转过一周时,转过了48个齿,小链轮同时也转过了48个齿,

$\therefore\frac{48}{20}=2.4$周,$\therefore$ 小链轮转过的角度是$360°\times2.4=864°$.

二、弧 度 制

知 识 技 能

一、弧度的角

我们在初中几何里研究过角的度量，规定周角的$\frac{1}{360}$为1度的角，这种用度做单位来度量角的制度叫角度制. 另外，在数学和其他许多科学研究中还要经常用到另一种度量角的制度——弧度制.

1弧度的角：把等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做1弧度的角，这种用弧度做度量角的单位的量角制叫弧度制.

如图1-3所示，$\overset{\frown}{AB}$的长等于半径r，$\overset{\frown}{AB}$所对的圆心角$\angle AOB$就是1弧度的角. 如图1-4所示，圆心角$\angle AOC$所对的弧$\overset{\frown}{AC}$的长度等于$2r$，那么$\angle AOC=2$弧度. 如果弧长等于αr $(0<\alpha<2\pi)$，那么该弧所对的圆心角等于α弧度.

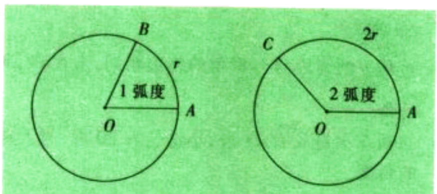

图1-3　　图1-4

二、正角的弧度数为正数，负角的弧度数为负数，零角的弧度数为零

在平面几何中，弧为圆的一部分，其长不超过圆周长，也没有规定方向. 当角的概念推广后，弧的概念也得到推广，可把弧定义为一个动点，由某一点起沿圆周旋转的结果，当动点按逆时针方向旋转时，规定弧的值是正的，反之是负的，这样规定之后，弧的大小可以是任意的.

三、度和弧度的换算

半径为r的圆周长为$2\pi r$，所以，圆周在弧度制里是2π弧度，而在角度制里是$360°$，因此

$360°=2\pi$ 弧度 $180°=\pi$ 弧度

由此可得：$1°=\frac{\pi}{180}$ 弧度 ≈ 0.01745 弧度；1 弧度 $=\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}\approx 57.30°=57°18'$.

下面是一些特殊角的度数与弧度数的对应表：

角度数	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	120°	135°	150°
弧度数	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$

角度数	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
弧度数	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

四、弧长公式、扇形面积公式

在实际问题中，经常遇到圆心角、半径和弧长关系的问题，如果用 r 表示圆的半径，l 表示弧长，α 表示这段弧所对的圆心角的弧度数，那么根据弧度的定义可得弧度数的绝对值 $|\alpha|=\frac{l}{r}$，即 $l=|\alpha|\cdot r$，这就是说，圆弧的长等于圆弧所对圆心角的弧度数的绝对值与半径的积.

在角度制中，扇形面积公式为 $S=\frac{n\pi r^2}{360°}$，将 $l=\frac{n\pi r}{180°}$ 代入得 $S=\frac{1}{2}lr$，这就是弧度制中扇形面积公式.

典型示例

例1 (1)一条弦的长等于半径，这条弦所对的圆心角为______弧度.

(2)经过 325 min，时针转动的角度数为______，分针转动的角度数为______.

(3)已知半径为 15 cm 的飞轮，每秒旋转 4.5 弧度，求轮周上一点在 3 s 内转过的弧长.

(4)一扇形的周长为 20 cm，当扇形圆心角 α 等于多少弧度时，这个扇形的面积最大？求此扇形的最大面积.

解析　(1)弦与两条半径构成等边三角形，∴ 弦所对的圆心角为$\frac{\pi}{3}$弧度.

(2)分析：每经过 1 h，时针转动$-30°$，分针转动$-360°$，要注意旋转方向.

325 min=$5\frac{5}{12}$ h，∴ 时针转过的角度为$5\frac{5}{12}\times(-30°)=-162.5°$，分针转过的角度为$5\frac{5}{12}\times(-360°)=-1950°$.

(3)$|\alpha|=\frac{l}{r}=4.5\times3=13.5$ 弧度，∴ $l=13.5\times15=202.5$(cm).

(4)设扇形的半径为r(cm)，则其弧长为$l=(20-2r)$cm，

∴ 扇形面积$S=\frac{1}{2}(20-2r)\cdot r=-(r-5)^2+25$.

∴ 当$r=5$ cm，$l=10$ cm，$\alpha=\frac{10}{5}=2$弧度时，S最大，$S_{max}=25\ cm^2$.

例2　一个扇形$\overset{\frown}{OAB}$的面积是 1 cm²，它的周长是 4 cm，求圆心角的弧度数.

解析　设扇形的半径为r，圆心角为α，由已知条件得

$\begin{cases}\frac{1}{2}\alpha r^2=1\\ 2r+\alpha r=4\end{cases}$　解得$\begin{cases}\alpha=2\\ r=1\end{cases}$. ∴ 圆心角的弧度数为 2.

说明　公式$|\alpha|=\frac{l}{r}$中，左边是α的绝对值，不要误以为$\alpha=\frac{l}{r}$.

例3　已知角α的终边与$\frac{\pi}{3}$的终边相同，求在$[0,2\pi)$内与$\frac{\alpha}{3}$的终边相同的角.

解析　设角α的一般形式为$\alpha=2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$，则$\frac{\alpha}{3}$角的一般形式为$\frac{\alpha}{3}=\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{9}$，然后讨论$k$的取值，使$\frac{\alpha}{3}\in[0,2\pi)$.

∵ α角的终边与$\frac{\pi}{3}$的终边相同，∴ $\alpha=2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$，

∴ $\frac{\alpha}{3}=\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{9}(k\in\mathbf{Z})$.

又 ∵ $0\leqslant\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{9}<2\pi(k\in\mathbf{Z})$，

当$k=0,1,2$时，有$\frac{\alpha}{3}=\frac{\pi}{9},\frac{7\pi}{9},\frac{13\pi}{9}$在$[0,2\pi)$内.

说明　同一式子中两种制度：角度制、弧度制不能混用，如和60°角终边相同

的角的集合不能表示为 $\{x\mid x=2k\pi+60^\circ,(k\in\mathbf{Z})\}$. 正确表示方法是 $\left\{x\mid x=2k\pi+\frac{\pi}{3},(k\in\mathbf{Z})\right\}$ 或 $\{x\mid x=k\cdot360^\circ+30^\circ,(k\in\mathbf{Z})\}$.

例4 已知集合 $M=\left\{x\mid x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},(k\in\mathbf{Z})\right\}$, $P=\left\{x\mid x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},(k\in\mathbf{Z})\right\}$, 则(　　).

$k\cdot90^\circ+45^\circ$　　　　$k\cdot45^\circ+90^\circ$

A. $M=P$　　B. $M\supset P$　　C. $M\subseteq P$　　D. $M\cap P=\varnothing$

在集合 P 中, $k\in\mathbf{Z}$, $\frac{k\pi}{4}$ 的分母是 4, ∴ 应考虑 $k=4n,4n+1,4n+2,4n+3(n\in\mathbf{Z})$ 时 $\frac{k\pi}{4}$ 的形式.

∵ $x=\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ 的终边落在坐标轴上,

∴ $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$ 的终边落在直线 $y=\pm x$ 上.

在 P 中, 设 $k=4n,4n+1,4n+2,4n+3(n\in\mathbf{Z})$, 则 $x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ 分别为:

$x=n\pi+\frac{\pi}{2}$, 它的终边落在 y 轴上;

$x=\frac{4n+1}{4}\pi+\frac{\pi}{2}=\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)+\frac{\pi}{4}$, 它的终边落在直线 $y=-x$ 上;

$x=\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)+\frac{\pi}{2}$, 它的终边落在 x 轴上;

$x=\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)+\frac{3\pi}{4}$, 它的终边落在直线 $y=x$ 上.

综上所述可知 $M\subset P$. 正确答案应选 C.

能力检测

一、选择题

1. 将分针拨慢 10 min, 则分针转过的弧度数是(　　).

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $-\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{6}$　　D. $-\frac{\pi}{6}$

2. 在不等的圆内, 1 弧度的圆心角所对的(　　).

A. 弧长相等　　B. 弦长相等

C. 弧长等于所在圆的半径　　D. 弦长等于所在圆的半径

3. 设$-\pi<\alpha<-\frac{\pi}{2}$，$\frac{\pi}{2}<\beta<\pi$，则$\alpha+\beta$与$\alpha-\beta$的大小关系是(　　).

A. $\alpha+\beta>\alpha-\beta$　　B. $\alpha+\beta<\alpha-\beta$

C. $\alpha+\beta=\alpha-\beta$　　D. 不能确定

4. 已知集合$A=\{\alpha|2k\pi\leqslant\alpha\leqslant(2k+1)\pi,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{\alpha|-4\leqslant\alpha\leqslant4\}$，则$A\cap B$等于(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{\alpha|-4\leqslant\alpha\leqslant4\}$

C. $\{\alpha|0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$　　D. $\{\alpha|-4\leqslant\alpha\leqslant-\pi$ 或 $0\leqslant\alpha\leqslant\pi\}$

二、填空题

5. (1)将下列弧度转化为角度：

$\frac{\pi}{5}=$______，$\frac{5\pi}{2}=$______，$\frac{7\pi}{8}=$______，$-\frac{4\pi}{3}=$______.

(2)将下列角度转化为弧度：

$315°=$______，$-120°=$______，$135°=$______，$1110°=$______.

6. 地球赤道半径为6370 km，那么赤道上1′的弧长是______.

三、解答题

7. 扇形的周长为定值l，该扇形具有怎样的中心角时面积最大？

8. 单位圆上有两个动点M,N，同时从$P(1,0)$出发沿圆周运动，M点按逆时针方向转$\frac{\pi}{6}$ rad/s，N点按顺时针方向转$\frac{\pi}{3}$ rad/s，试求它们出发后第三次相遇时的位置及各自走过的弧长.

参考答案 KEY

一、1. A　2. C　3. A　4. D

二、5. (1)36°，450°，210°，−240°　(2)$\frac{7\pi}{4}$，$-\frac{2\pi}{3}$，$\frac{3\pi}{4}$，$\frac{37}{6}\pi$　6. 1.85 km

三、7. 解：设扇形的半径为R，则弧长为$l-2R$，扇形面积$S=\frac{1}{2}(l-2R)\cdot R=-R^2+\frac{1}{2}lR$，∴ 当$R=\frac{1}{4}l$时，扇形的面积最大，此时$\theta=2$，即中心角为2弧度.

8. 解：M,N两点每相遇一次时，走过的弧长的和是一个圆周长2π，因此，当它们第三次相遇时，共走过弧长6π. 设M,N两点走过的弧长分别为l_1和l_2，从出发