课外工程

课外数学

陆婉珍　李士　主编

高中三年级

人民出版社

顾问　周光召
主编　陆婉珍　李　士

课外数学

高中三年级

图书在版编目(CIP)数据

课外数学,高中三年级/陆婉珍等主编．－沈阳:辽宁人民出版社,2001.7
ISBN 7－205－05061－8

Ⅰ．课… Ⅱ．陆… Ⅲ．数学课－高中－课外读物
Ⅳ．G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 037599 号

辽宁人民出版社出版
(沈阳市和平区十一纬路 25 号　邮政编码　110003)
沈阳新华印刷厂印刷　新华书店总店北京发行所发行

开本:880×1230 毫米 1/32　字数:304 千字　印张:10
印数:1—25,000 册
2001 年 7 月第 1 版　　2001 年 7 月第 1 次印刷

责任编辑:赵　炬　　责任校对:宋毓培
王瑛玮　　王芳芳
张　放　　姚喜荣
封面设计:星鸿工作室　　版式设计:王珏菲

定价:15.00 元

“课外工程”
前言

今天的中小学生，进入了一个更注重素质提升和能力培养的时期。一个人，在步入社会前的综合素质状况，差不多决定了他的未来前程。素质教育实际是一项系统工程，单靠学校的教育是难以实现的，而要靠整个社会的力量来共同建造。这套被称之为“课外工程”的书，就是由当今中国最具声望的专家学者们亲自参加建造的。他们关心着中小学生的健康成长，为“减负”后的中小学生建造了这座陶冶素质、锻造能力的“课外学堂”。

在中国的出版史上，可能还没有过这样的场面——集如此众多并如此拔尖、极富声望的专家学者来为中小学生建造如此规模的“课外工程”。我们不妨来看看这项工程的构建：

著名作家王蒙、刘心武——主编《课外语文》(从小学一年级到高中三年级，每年级一册，共十二册)，主编《课外作文》(小学、初中、高中各一册，共三册)

著名英语教育家薄冰——主编《课外英语》(从初中一年级到高中三年级，每年级一册，共六册)；

著名社会学家费孝通——主编《课外历史》(从初中一年级到高中三年级，每年级一册，共六册)，主编

《课外地理》(初中二册、高中三册，共五册)；

著名科学家中国科学院院士周光召、陆婉珍——顾问和主编《课外数学》(从小学一年级到高中三年级，每年级一册，共十二册)，《课外物理》(初中二册，高中三册，共五册)，《课外化学》(初中一册，高中三册，共四册)，《课外生物》(初中二册，高中二册，共四册)；

著名学者季羡林——主编《课外知识》(上、下二册)；

著名心理学家林崇德——主编《课外心理》(小学三册，初中一册、高中一册，通用本一册，共六册)。

在这些极富声望的专家学者的旗帜下，聚集了一群十分优秀的作者。“课外工程”各书的编写者，大都是中国著名的特级教师，如**王连笑老师**是“苏步青教育奖”的获得者，**黄儒兰老师**是国家有突出贡献的教育专家。首都师范大学出版社编审**母庚才先生**、天津大学出版社编审**杨秀雯女士**、科学普及出版社社长**李士先生**、中央教育科学研究所心理研究室主任**俞国良教授**、人民教育出版社编审、历史学家**臧嵘先生**、辽宁社会科学院研究员**李兴武先生**和**魏建勋先生**、首都师范大学历史系副教授**周兴旺先生**、北京21世纪小学数学教材主编**郭为民老师**、天津市南开中学特级教师**谷明杰老师**、北京八中特级教师**王永惠老师**、天津市教育教学地理教研室主任特级教师**王丽老师**、天津市数学普及教育委员会副

主任**李果民老师**，等等，也都参加了编写工作。所有参加编写的人，都对“课外工程”不去通过教育系统的行政的指令性的发行，而是通过新华书店任学生自愿选择而感到无比的欣慰，编写起来也更为认真、更加负责。

“课外工程”成功地跳出了“课内学习”的框子和局限，有效地拓宽了学生的知识视野，起到了与“课内教学”相辅相成、相互补充的作用。“课内教学”担负了对学生的基础教育，“课外工程”则让学生运用所学到的课内基础知识来拓宽文化视野，用课外充实课内，拓展和深化课内，使课内与课外相映成趣，相得益彰，从而使学生有效地掌握科学的学习方法和学习各种不同学科的思维方式，以切实提高学生的各科学习成绩，促进课内学习产生质的飞跃。这就是说，“课外工程”紧紧抓住了学生最关心的提高自身素质的大问题。

在“课外工程”的专家鉴定会上，专家们颇为感慨地调侃道：“课外工程”与“课内教程”相结合，向人们揭示出这样的道理——全面提高学生素质必须要两手抓，一手抓“课内”，一手抓“课外”，两手都要硬。

学生的课外生活应该是丰富多彩的，阅读课外的书籍是学生课外生活的选择之一。“课外工程”永远是学生课外生活的快乐选择，它拒绝对此没有兴趣的人，只青睐于喜欢它的人。

编者的话

在中学阶段学好数学，一方面可以为学习其他自然和社会的各门学科打下一个良好的基础；另一方面对于进一步形成良好的思维品质，提高思维能力以及培养创新意识和实践能力有着积极的作用。

《课外数学》是课内数学的补充和提高，本书出版的目的是通过课外数学的学习提高数学素养，提高课内数学的水平，丰富数学视野。为此，本书与课内数学的程度相适应，并向课外做了适当的延伸，对学生在课内学习中难以弄清弄懂的问题在方法上和思维方式上进行点拨和指导，以起到事半功倍的学习效果。《课外数学》每章分若干单元。

每单元的栏目有：

【主干知识——网络】：让主干知识形成网络，对所学的数学知识通过框图、表格给予归纳整理，以利于同学们的知识建构。

【例题讲解——激活】：对例题的讲解重在“激活”，每道例题分为四部分。即：“题目”部分、“解答”部分、“反思”部分、“激活”部分，对“激活”

部分将采取例题变式的方式展开，使同学通过一个例题学会一类题目，举一反三，由题及类，触类旁通。

【训练指导——点拨】：对本单元的内容选择了适量的训练习题按难度分为 A、B 两组，并在每章之后附有所有训练题详细的参考答案与思路点拨。

【经典试题——选作】：精选了与本单元有关的中考、高考等方面的试题，题量不大，重在经典，可供同学选做。

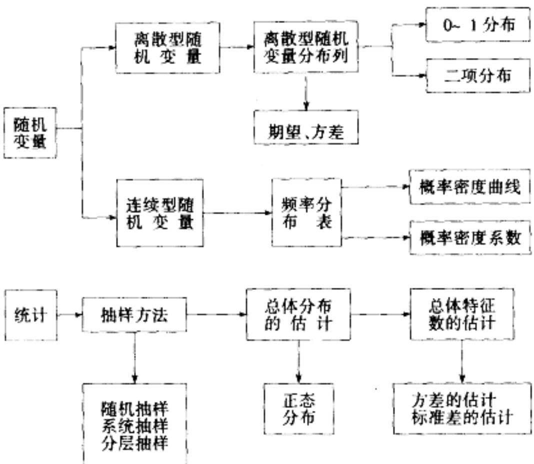
此外，在每一章的后面还增加了一个栏目【问题研究——探索】围绕一个与本章有关的专题展开叙述。

本书的编写以教学大纲为依据，以人教社编写的教材为基础，做到内容不脱离教材，又不是课堂教学的重复；做到不仅讲知识，而且强调方法；不仅注意结论，而且注意获得结论的过程，不仅指导学会数学，而且指导学活数学，学好数学；不仅注意思路方法的点拨，而且注意思维方法的培养和能力的提高。

目录

第一章 概率与统计

【本章知识网络】



第一单元 随机变量

【主干知识——网络】

1. 了解随机变量,离散型随机变量、连续型随机变量的意义。
2. 可以列出某些简单的离散型随机变量的分布列。
3. 了解连续型随机变量的概率密度,及一些相应简单的概率。

4.根据离散型随机变量的分布列计算出数学期望及方差。

5.根据方差期望的实际意义,对实际问题作出判断。

6.掌握两种典型的离散型随机变量的分布:0 ~ 1 分布,二项分布。

【例题讲解 —— 激活】

【例 1】将两个骰子 A、B 掷一次,求下列随机变量的分布列。

(1) 掷出的最大点数。

(2) 掷出的最小点数。

(3) A 的点数与 B 的点数之差。

解:(1) 最大点数的可能性为 1,2,3,4,5。最大为 k 时,至少有一个为 k,i 若 A 为 k 则 B 有 k 个可能$(1,2,\cdots k)$,(ii) 若 B 为 k,则 A 有可能 $\because P(\xi = k) = \dfrac{2k-1}{36}$

$\therefore$

ξ	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

(2) 同(1) 若 A 为 k,则 B 有$(6-k+1)$个可能。

$\therefore P(\xi) = \dfrac{2(7-k)-1}{36} = \dfrac{13-k}{36}$

$\therefore$

ξ	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$

(3) 同理可得:

ξ	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

反思 A、B 两骰子无关可能性共 36 种。

研究通设 $P(\xi=k)=\frac{k^n-(k-1)^n}{6^n}$

最大点数不超过 k,所有可能性为 k^n

其中最大点数小于 k 的为$(k-1)^n$

$\therefore k^n-(k-1)^n$ 为最大点数性为 k 的可能性。

【例 2】 一批产品,分为一、二、三级,其中一级品是二级品的两倍,三级品是二级品的一半,从这批产品中随机抽取一个检验质量,其级别为随机变量 ξ,求 ξ 的分布列,及($P(\xi>1)$.

解: 依题意,$P(\xi=1)=2P(\xi=2)$.

$P(\xi=3)=\frac{1}{2}P(\xi=2)$.

由概率分布的总和为 1 得:

$1=P(\xi=1)+P(\xi=2)+P(\xi=3)$

$=\frac{1}{2}P(\xi=2)$

$\therefore P(\xi=2)=\frac{2}{7}$

$\therefore$

ξ	1	2	3
P	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$

$\therefore P(\xi>1)$

$=P(\xi=2)+P(\xi=3)=\frac{3}{7}$

反思 分布列各项和为 1 是研究分布列和检查分布列是否正确的一个重要手段。

激活 已知随机变量 ξ 只能取三个值,x_1、x_2、x_3,其概率依次成等差数列,求公差 d 的取值范围。

解: 分布列为:

ξ	x_1	x_2	x_3
P	a - d	a	a + d

$\therefore a-d+a+a+d=1 \quad \therefore a=\frac{1}{3}$

$i \quad d \geqslant 0 \quad a \leqslant a+d \leqslant 1-a$

$\therefore \quad d \in [0,\frac{1}{3}]$

$ii \quad d<0$ 同理 $d \in (-\frac{1}{3},0)$

综上所述 $d \in [-\frac{1}{3},\frac{1}{3}]$

【例 3】一个人有几把钥匙,其中只有一把能打开他的房门,他随意的进行试开,若试开过的钥匙放在一边,求试开次数 ξ 的分布列。

解:$(\xi=k)$ 表示前 $k-1$ 次试开失败,第 k 次试开成功

$\therefore P(\xi=k)=\frac{A_{n-1}^{k-1}}{A_n^k}=\frac{1}{n}$

反思 $\xi=k$ 的含义很重要,A_{n-1}^{k-1} 表示 $n-1$ 把不合格钥匙从任取 $k-1$ 个排成一列,第 k 个恰为正确的钥匙,A_n^k 表示所有的可能性。

激活 一袋中装有 5 个白球,3 个红球,现从袋中往外取球,每次任取一个取出后记下颜色,若为红色则停止,若为白色则继续,求从中抽出白球个数 ξ 为随机变量,求 ξ 的分布列。

解:$\xi=k$ 表示前 $k-1$ 个白球,第 k 个红球

$\therefore$

ξ	0	1	2	3	4	5
P	$\frac{3}{8}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{3}{56}$	$\frac{1}{56}$

$P(\xi=k)=\frac{A_5^k \cdot A_3^1}{A_8^{k+1}}$

【例 4】某袋中有 12 个乒乓球,其中有 9 个新球,3 个旧球,从盒中任取 3 个来用,用后放回盒中,(新的用后变为旧的),此时盒中旧球个数 ξ 是一个随机变量,求 ξ 的分布列。

解:$\xi=k,(k=3,4,5,6)$ 表示从盒中取走的三个球中有 $k-3$ 个新的,$6-k$ 个旧的.

$\therefore P(\xi=k)=\dfrac{C_9^{k-3}\cdot C_3^{6-k}}{C_{12}^3}$

$\therefore$ 分布列为:

ξ	3	4	5	6
P	$\frac{3}{220}$	$\frac{27}{220}$	$\frac{27}{55}$	$\frac{21}{55}$

反思 当不考虑顺序时,分子分母均不考虑顺序,例如 $\xi=4$:从 12 个球中取三个数恰好一个新数,两个旧球。 $P(\xi=4)=\dfrac{C_3^2\cdot C_9^1}{C_{12}^3}$

激活 一袋中有 5 个白球,3 个红球,现从袋中往外取球,每次任取一个,取出后记下球的颜色,然后放回,直到红球出现 10 次时停止,设停止时总共取了 ξ 次球,求 $P(\xi=12)$。

解: $\xi=12$ 表示 12 个球中 10 个红的,2 个白的,第 12 个球恰为红色。

$$\therefore P(\xi=12)=C_{11}^9\left(\frac{3}{8}\right)^9\left(\frac{5}{8}\right)^2\cdot\frac{3}{8}=C_{11}^9\cdot\left(\frac{3}{8}\right)^{10}\cdot\left(\frac{5}{8}\right)^2$$

【例 5】 已知,甲、乙、丙三名射击运动员击中目标的概率分别为 0.7、0.8、0.85,若他们三人分别向同一目标各发一枪,命中弹数记为 ξ,试求 ξ 的分布列。

解: 甲、乙、丙三者相互独立.

事件 A:甲命中目标.

事件 B:乙命中目标,事件 C:丙命中目标.

$P(\xi=0)=P(\overline{A})\cdot P(\overline{B})\cdot P(\overline{C})$

$=(1-0.7)(1-0.8)(1-0.85)=0.009$

$P(\xi=1)=P(A)\cdot P(\overline{B})\cdot P(\overline{C})+P(\overline{A})\cdot P(B)\cdot P(\overline{C})+P(\overline{A})\cdot P(\overline{B})\cdot P(C)=0.108$

$P(\xi=2)=P(A)P(B)P(\overline{C})+P(A)\cdot P(\overline{B})\cdot P(C)+P(\overline{A})\cdot P(B)\cdot P(C)=0.407$

$P(\xi=3)=P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)=0.476.$

$\therefore$ 分布列为:

ξ	0	1	2	3
P	0.009	0.108	0.407	0.476

反思　相对独立事件同时发生的概率等于分别概率的乘积。

激活　甲、乙两各篮球队员独立地轮流投篮，甲投中概率为0.4，乙投中概率为0.6，甲先投至到有人投中为止，求甲队员投篮次数的分布列。

解：$P(\xi=k)=0.6^{k-1}0.4^{k-1}\times0.4$（由甲结束）$+0.6^{k}\cdot0.4^{k-1}\cdot0.6$（由乙结束）

$=(0.24)^{k-1}(0.4+0.36)$

$=0.76\cdot(0.24)^{k-1}$

【例6】某射击手击中目标的概率为P，求他射击一次击中目标的次数ξ的期望，方差。

解：分布列为

ξ	0	1	
P	$1-P$	P	

$E\xi=P$　　$D\xi=P(1-P)$

反思　典型的$0\sim1$分布。

激活　求证：事件在一次试验中发生次数的方差不超过$\frac{1}{4}$。

解：符合$0\sim1$分布　　$D\xi=P(1-P)$

$=-(P-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}\leqslant\frac{1}{4}$.

【例7】某射击手击中目标的概率为P，他射击n次，击中目标的次数ξ的期望，方差。

解：它符合二项分布　$\xi\sim B(n\cdot P)$

$E\xi=nP$　　$D\xi=nP(1-P)$

反思　通常情况下：在n次独立重复实验中事件发生的次数ξ　分二项分布，直接代入公式可求期望，方差。

激活　$\xi\sim B(2,P)\eta\sim B(4,P)$且$P(\xi\geqslant1)=\frac{5}{9}$求$P(\eta\geqslant1)$