

南京邮电大学《高等数学》教研室 编写

高等数学

(上册)



清华大学出版社

高等数学

(上册)

南京邮电大学《高等数学》教研室 编写

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书为理工科通用的《高等数学》上册,包括极限与连续、导数与微分、中值定理与导数应用、不定积分、定积分及应用、多元函数微分学及其应用等.本教材将复变量微积分与实变量微积分教学结合,突出思想、方法,节省课时;内容深浅适宜,注意与中学数学的衔接;保持工科特色;例题结合内容,注重层次、典型,例题与习题适当加强应用;为便于读者复习和系统掌握,每章结尾配备本章小节,列出教学基本要求和内容提要,并配备了总习题.

版权所有,翻印必究.举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.上册/南京邮电大学《高等数学》教研室编写. —北京:清华大学出版社,2006.8

ISBN 7-302-12932-0

I. 高… II. 南… III. 高等数学—高等学校—教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 039852 号

出 版 者: 清华大学出版社 地 址: 北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn> 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 客 户 服 务: 010-62776969

责任编辑: 丁 岭

印 刷 者: 北京密云胶印厂

装 订 者: 北京市密云县京文制本装订厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185 × 230 印 张: 17.25 字 数: 421 千字

版 次: 2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-12932-0/O · 530

印 数: 1 ~ 6000

定 价: 23.00 元

前言

FOREWORD

本书是由从事高等数学教学多年的教师,按照原国家教委工科数学教学指导委员会颁布的“高等数学课程教学基本要求”,在我校原数学教研室1997年编写的校内教材(杨应弼、邱中华、赵洪牛执笔)的基础上,结合长期教学实践和近年来高等学校逐步进入大众化教育的现状编写而成。本书注意将数学素质的培养融合在教学内容中,突出微积分的基本思想和方法。在内容上力求适用、简明、易懂;在例题的选择上力求具有层次性、全面、典型,为了便于读者复习,每章后面都配备了小结,列出教学基本要求和内容提要,并配备了总习题。

本书上册各章分别由王晓平、张爱华、邱中华、赵洪牛撰写,最后由邱中华统一整理编写完成。

本书经刘颖范教授、李雷教授审阅,在两届学生的试用过程中,王健明、欧阳金丽、宋洪雪、严珍珍等老师对本书提出了不少修改意见,南京邮电大学教务处、数理学院对本书编写给予了很大的支持,在此表示衷心的感谢。

限于编者水平,书中仍有诸多不足甚至错误,恳请使用者批评指正。

编者

2006年6月

目 录

CONTENTS

第 1 章 极限与连续	1
预备知识	1
1.1 函数	5
1.1.1 函数概念	5
1.1.2 函数的运算	7
1.1.3 函数的初等性质	9
1.1.4 初等函数	11
习题 1.1	12
1.2 数列的极限	13
1.2.1 引例(割圆术)	13
1.2.2 数列极限的概念	14
1.2.3 收敛数列的性质	17
习题 1.2	20
1.3 函数的极限	20
1.3.1 函数极限的概念	20
1.3.2 函数极限的性质	24
习题 1.3	24
1.4 无穷小与无穷大	25
1.4.1 无穷小量	25
1.4.2 无穷大量	27
习题 1.4	29
1.5 极限运算法则	30
1.5.1 四则运算法则	30
1.5.2 复合函数的极限运算法则	32
习题 1.5	33

1.6	极限存在准则——两个重要极限	33
1.6.1	两边夹准则	33
1.6.2	单调有界收敛准则	36
	习题 1.6	39
1.7	无穷小的比较	40
1.7.1	无穷小比较的定义	40
1.7.2	重要的等价无穷小关系	41
1.7.3	等价无穷小替代定理	42
	习题 1.7	43
1.8	函数的连续性与间断点	43
1.8.1	函数的连续性	43
1.8.2	函数的间断点	45
	习题 1.8	47
1.9	连续函数的运算——闭区间上连续函数的性质	48
1.9.1	连续函数的运算	48
1.9.2	初等函数的连续性	49
1.9.3	闭区间上连续函数的性质	51
	习题 1.9	53
1.10	本章小结	53
1.10.1	基本要求	53
1.10.2	内容提要	54
1.10.3	学习指导	55
1.11	总习题 1	55
第 2 章	导数与微分	57
2.1	导数的定义	57
2.1.1	引例	57
2.1.2	导数的定义	58
2.1.3	求导举例	59
2.1.4	导数的几何意义	61
2.1.5	函数的可导性与连续性的关系	63
	习题 2.1	63
2.2	求导法则	64
2.2.1	函数的和、差、积、商求导法则	65
2.2.2	反函数的求导法则	67

2.2.3	复合函数的求导法则	68
2.2.4	常用函数导数表	69
2.2.5	隐函数及由参数方程所确定的函数的导数	71
	习题 2.2	75
2.3	高阶导数及相关变化率	76
2.3.1	高阶导数	76
2.3.2	相关变化率	80
	习题 2.3	81
2.4	微分	82
2.4.1	微分的概念	82
2.4.2	微分的运算法则及基本公式	85
2.4.3	高阶微分	86
	习题 2.4	87
2.5	本章小结	88
2.5.1	基本要求	88
2.5.2	内容提要	88
2.6	总习题 2	89
第 3 章	中值定理与导数应用	92
3.1	中值定理	92
3.1.1	费马(Fermat)引理	92
3.1.2	罗尔(Rolle)定理	93
3.1.3	拉格朗日(Lagrange)定理	94
3.1.4	柯西(Cauchy)定理	96
	习题 3.1	98
3.2	洛必达法则	99
3.2.1	$\frac{0}{0}$ 型极限	99
3.2.2	$\frac{\infty}{\infty}$ 型极限	101
3.2.3	$0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$ 型极限	101
	习题 3.2	103
3.3	泰勒公式	103
3.3.1	泰勒(Taylor)多项式	104
3.3.2	泰勒(Taylor)定理	105

3.3.3	基本初等函数的麦克劳林公式·····	107
	习题 3.3 ·····	109
3.4	函数的单调性和极值 ·····	109
3.4.1	函数单调性的判定方法·····	110
3.4.2	函数的极值·····	111
3.4.3	函数的最值·····	114
	习题 3.4 ·····	116
3.5	函数图形的描绘 ·····	117
3.5.1	曲线的凹凸性与拐点·····	118
3.5.2	曲线的渐近线·····	120
3.5.3	函数的作图·····	121
	习题 3.5 ·····	123
3.6	平面曲线的曲率 ·····	124
3.6.1	弧微分·····	124
3.6.2	曲率及其计算公式·····	125
3.6.3	曲率圆和曲率半径·····	126
	习题 3.6 ·····	128
3.7	本章小结 ·····	128
3.7.1	基本要求·····	128
3.7.2	内容提要·····	128
3.8	总习题 3 ·····	129
第 4 章	不定积分 ·····	131
4.1	不定积分的概念与性质 ·····	131
4.1.1	原函数的概念·····	131
4.1.2	不定积分的概念·····	132
4.1.3	基本积分表·····	134
4.1.4	不定积分的基本运算法则·····	134
	习题 4.1 ·····	136
4.2	换元积分法 ·····	136
4.2.1	第一类换元法(凑微分法)·····	137
4.2.2	第二类换元法·····	141
	习题 4.2 ·····	144
4.3	分部积分法 ·····	145
	习题 4.3 ·····	148

4.4	有理函数和可化为有理函数的积分	149
4.4.1	有理函数的积分	149
4.4.2	可化为有理函数的积分	153
	习题 4.4	155
4.5	本章小结	156
4.5.1	基本要求	156
4.5.2	内容提要	156
4.5.3	学习指导	158
4.6	总习题 4	159
第 5 章	定积分及其应用	161
5.1	定积分的概念	161
5.1.1	引例	161
5.1.2	定积分的概念	163
5.1.3	定积分的几何意义	166
	习题 5.1	166
5.2	定积分的性质	167
	习题 5.2	171
5.3	微积分基本定理	172
5.3.1	积分上限函数及其导数	172
5.3.2	微积分的基本定理(牛顿-莱布尼兹公式)	174
	习题 5.3	176
5.4	定积分的换元积分法与分部积分法	177
5.4.1	定积分换元积分法	178
5.4.2	定积分的分部积分法	182
	习题 5.4	184
5.5	广义积分	185
5.5.1	无穷区间上的广义积分	185
5.5.2	无界函数的广义积分	187
5.5.3	非负函数广义积分的判敛法则	189
	习题 5.5	191
5.6	定积分的几何应用	191
5.6.1	微元法的基本思想	191
5.6.2	平面图形的面积	192
5.6.3	体积	196

5.6.4	平面曲线的弧长	198
	习题 5.6	200
5.7	定积分的物理应用	201
5.7.1	变力沿直线做功	201
5.7.2	液体对薄板的侧压力	203
5.7.3	引力	203
	习题 5.7	204
5.8	本章小结	204
5.8.1	基本要求	204
5.8.2	内容提要	205
5.8.3	学习指导	208
5.9	总习题 5	208
第 6 章	多元函数微分学及其应用	211
6.1	多元函数的概念	211
6.1.1	平面点集的有关概念	211
6.1.2	多元函数的概念	212
6.1.3	多元函数的极限	214
6.1.4	多元函数的连续性	215
	习题 6.1	216
6.2	偏导数与全微分	217
6.2.1	偏导数的概念	217
6.2.2	偏导数的几何意义	220
6.2.3	高阶偏导数	220
6.2.4	全微分	221
	习题 6.2	224
6.3	多元复合函数求导法	225
6.3.1	多元与一元的复合	225
6.3.2	多元与多元的复合	226
6.3.3	多元复合函数的高阶偏导数	228
6.3.4	微分求导法——一阶微分的形式不变性	229
	习题 6.3	230
6.4	隐函数求导法	231
6.4.1	一个方程的情形	231
6.4.2	方程组的情形	234

习题 6.4	236
6.5 多元函数微分学的几何应用	237
6.5.1 空间曲线的切线与法平面	237
6.5.2 曲面的切平面与法线	238
习题 6.5	240
6.6 方向导数与梯度	241
6.6.1 方向导数	241
6.6.2 梯度	243
习题 6.6	245
6.7 多元函数的极值及其求法	245
6.7.1 多元函数的极值	245
6.7.2 条件极值, Lagrange 乘数法	248
习题 6.7	250
6.8 本章小结	251
6.8.1 基本要求	251
6.8.2 内容提要	251
6.9 总习题 6	253
6.10 本章附录	254
6.10.1 最小二乘法	254
6.10.2 二元函数的 Taylor 公式及定理 6.7.2 的证明	255
6.10.3 定理 6.7.2 的证明	256
参考文献	259

第1章

极

限与连续

初等数学的研究对象基本上是不变的量,高等数学则以变量为研究对象.所谓函数关系就是变量之间的关系,极限方法是研究变量的一种基本方法,它是微积分学的基础.本章介绍集合、变量、函数等基本概念,以及极限和函数连续的概念和它们的一些性质.

预备知识

1. 集合

集合是现代数学中最基本的概念之一,研究任何对象都不可避免地用到集合.例如:所有自然数的集合;一个教室内所有学生的集合等.

一般地,把具有某种性质的对象的全体称为集合,简称集,其中的对象称为集合的元素.通常用大写字母 A, B, C, M, \dots 等表示集合,而用小写字母 a, b, c, x, \dots 等表示集合的元素.

若 a 是集合 A 的元素,则记做 $a \in A$ (读做 a 属于 A); 若 a 不是集合 A 的元素,则记做 $a \notin A$ (读做 a 不属于 A). 不含任何元素的集合,称为空集,记做 \emptyset . 含有限个元素的集合称为有限集; 既不是有限集,又不是空集的集合称为无限集.

表示集合的方法有两种:一种是列举法,就是把它的所有元素一一列出来,写在一个花括号内.例如,方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集可以表示为 $S = \{-1, 1\}$. 另一种方法是描述集合中的元素所具有的性质. 将具有性质 $P(x)$ 的对象 x 所构成的集合表示 $M = \{x | x \text{ 具有性质 } P(x)\}$. 例如,方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集也可以表示为 $S = \{x | x^2 - 1 = 0, x \in R\}$.

今后用 N 表示自然数集,用 Z 表示整数集,用 Q 表示有理数集,用 R 表示实数集.

设 A, B 是两个集合,若集合 A 的每个元素都是集合 B 的元素,则称 A 是 B 的子集,记做 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$ 读做“ A 含于 B ”或“ B 包含 A ”. 若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则称集合 A 与集合 B 相等,记做 $A = B$. 若 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$, 则称集合 A 为集合 B 的真子集,记做 $A \subset B$.

对任何集合 A , 规定 $\emptyset \subseteq A$; 显然 $A \subseteq A, N \subset Z \subset Q \subset R$.

集合的基本运算有三种：并、交、差。

设 A, B 是两个集合，由属于 A 或属于 B 的元素所构成的集合称为 A 与 B 的并集合（简称并），记做 $A \cup B$ ，即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ 。

由同时属于 A 和 B 的元素所构成的集合称为 A 与 B 的交集（简称交），记做 $A \cap B$ ，即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 。

由属于 A 而不属于 B 的元素所构成的集合称为 A 与 B 的差集合（简称差），记做 $A \setminus B$ ，即 $A \setminus B = \{x | x \in A \text{ 但 } x \notin B\}$ 。如图 1.1 所示。

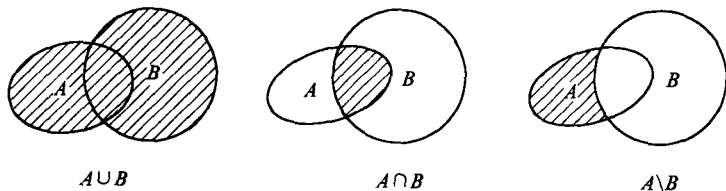


图 1.1

两个集合的并、交、差可以用图形直观表示(上图中的阴影部分)。

通常所讨论的问题是在一个大的集合 Ω (常称为全集) 中进行，所研究的集合 A 都是 Ω 的子集，此时称 $\Omega \setminus A$ 为集合 A 的补集，记做 A^c 。

2. 区间与邻域

本书中用得较多的是数集。最常用的数集是区间，它包括以下几种：

$$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\} \quad (1)$$

$$(a, b) = \{x | a < x < b\} \quad (2)$$

$$[a, b) = \{x | a \leq x < b\} \quad (3)$$

$$(a, b] = \{x | a < x \leq b\} \quad (4)$$

$$[a, +\infty) = \{x | x \geq a\} \quad (5)$$

$$(a, +\infty) = \{x | x > a\} \quad (6)$$

$$(-\infty, b] = \{x | x \leq b\} \quad (7)$$

$$(-\infty, b) = \{x | x < b\} \quad (8)$$

$$(-\infty, +\infty) = \{x | -\infty < x < +\infty\} \quad (9)$$

其中 a, b 是给定实数， $a < b$ ， $+\infty, -\infty$ 是两个记号(不是数!)，分别读做正无穷大与负无穷大。称区间(1)为闭区间，区间(2)为开区间，(3)为左闭右开区间，(4)为左开右闭区间。称区间(5)，(6)，(7)，(8)，(9)为无限区间。

这些区间也可以用数轴表示(如图 1.2 所示)。

邻域也是一个经常用到的概念。以点 a 为中心的任何开区间称为点 a 的邻域，记做 $U(a)$ 。

设 δ 是任一正数，则开区间 $(a - \delta, a + \delta)$ 就是点 a 的一个邻域，这个邻域称为点 a 的 δ 邻

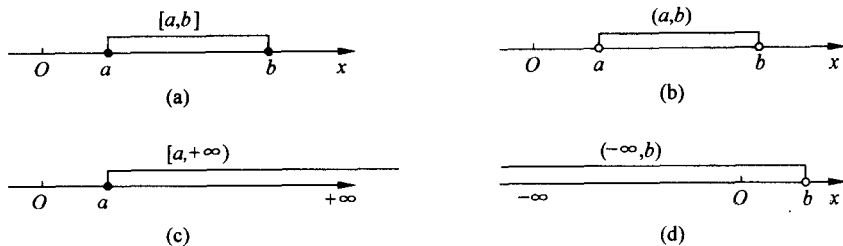


图 1.2

域,记做 $U(a, \delta)$, 即

$$U(a, \delta) = \{x \mid |x - a| < \delta\}$$

点 a 称为邻域的中心, δ 称为邻域的半径(如图 1.3 所示).

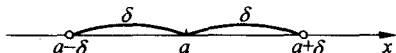


图 1.3

有时用到的邻域需要把邻域中心去掉. 点 a 的 δ 邻域去掉中心 a 后, 称为点 a 的去心 δ 邻域, 记做 $U^\circ(a, \delta)$, 即

$$U^\circ(a, \delta) = \{x \mid 0 < |x - a| < \delta\}$$

这里 $0 < |x - a|$ 表示点 $x \neq a$, 即点 a 不含在邻域内.

3. 常用逻辑符号

下面介绍一些逻辑符号, 是本课程学习中常用的.

设 P 与 Q 是两个命题, 规定:

$P \Rightarrow Q$ 表示命题“若 P 则 Q ”, 或“ P 是 Q 的充分条件”, 或“ Q 是 P 的必要条件”;

$P \Leftrightarrow Q$ 表示命题“ P 当且仅当 Q ”, 或“ P 等价于 Q ”, 或“ P 的充要条件是 Q ”;

\forall : 表示“对任给的”, “对所有的”.

例如用“ $\forall x \in A, P$ ”表示: “对集合 A 中的所有元素 x , 都具有性质 P ”.

\exists : 表示“存在”, “有”.

例如用“ $\exists x \in A, P$ ”表示: “对集合 A 中存在一个元素 x , 具有性质 P ”.

借助于逻辑符号, 可将一些数学命题表达得非常简洁. 因此熟悉逻辑符号的用法, 对于本课程的学习非常重要.

4. 常用不等式

(1) 三角不等式: 对 $\forall x, y \in \mathbb{R}$, 都有 $|x + y| \leq |x| + |y|$.

利用三角形边与边关系证明.

(2) 算术平均值与几何平均值不等式: 对 $\forall x, y \in \mathbb{R}^+$, 都有 $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$.

利用 $(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 \geq 0$ 证明.

推广: 对 $\forall x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \in R^+$, 都有 $\sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} \leq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$.

等式只当 $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ 时成立.

(3) 柯西(Cauchy)不等式: 对 $\forall x_1, x_2, y_1, y_2 \in R$, $x_1 y_1 + x_2 y_2 \leq \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \cdot \sqrt{y_1^2 + y_2^2}$.

利用向量不等式 $|\alpha\beta| \leq |\alpha| |\beta|$ 证明.

推广: 对 $\forall x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n \in R$, 都有

$$(x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n)^2 \leq (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) \cdot (y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2).$$

等式只当 $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \dots = \frac{x_n}{y_n}$ 时成立.

5. 极坐标表示

在中学我们学习了平面直角坐标系, 在本课程中我们还要用到平面上另外一种坐标表示的形式, 这就是极坐标. 在直角坐标系中, 平面上的任何点可以由坐标 (x, y) 表示, 现在我们也可以利用有序数偶 (r, θ) 来表示平面上的任一点 P , 其中 $r (r \geq 0)$ 是该点到坐标原点的距离; 而 $\theta (0 \leq \theta < 2\pi)$ 则表示该点与原点的连线与 x 轴正向的夹角(如图 1.4 所示), 可以看出这里的 (r, θ) 与平面上的点具有一一对应关系, 这种利用数偶 (r, θ) 表示平面上点的方法, 称为极坐标表示法. 下面我们看一下极坐标表示中的坐标 (r, θ) 与直角坐标表示中的坐标 (x, y) 的关系, 由图 1.4 有

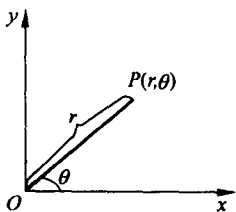


图 1.4

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \tan \theta = \frac{y}{x} \end{cases}$$

利用上面的关系式, 我们可以将同一曲线在不同的坐标下表示出来, 如圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 在极坐标表示下的方程就是 $r = a$; 而极坐标表示下的方程 $r = 2a \sin \theta$ 就是圆 $x^2 + y^2 = 2ay$, 再如双扭线 $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ 的极坐标表示下的方程就是 $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ (如图 1.5 所示), 而心形线 $r = a(1 - \cos \theta)$ 的图形则如图 1.6 所示.

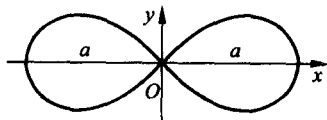


图 1.5

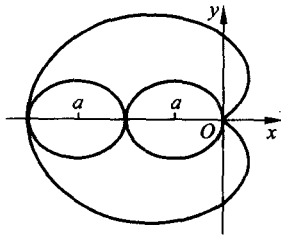


图 1.6

1.1 函数

1.1.1 函数概念

1. 函数的定义

定义 1.1.1 设 x 和 y 是两个变量, D 是一个给定的数集. 如果对于每个数 $x \in D$, 变量 y 按照一定法则总有确定的数值和它对应, 则称 y 是 x 的函数, 记做 $y=f(x), x \in D$. 数集 D 叫做这个函数的定义域, x 叫做自变量, y 叫做因变量.

当 x 取数值 $x_0 \in D$ 时, 与 x_0 对应的 y 数值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值, 记做 $f(x_0)$. 当 x 遍取 D 的各个数值时, 对应的函数值全体组成的数集

$$W = f(D) = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$$

称为函数的值域.

函数 $y=f(x)$ 中表示对应关系的记号 f 也可改写其他字母, 例如“ φ ”, “ F ”等. 这时函数就记做 $y=\varphi(x), y=F(x)$, 等等.

注意 (1) 函数的两要素: 定义域和对应法则, 两个函数相等当且仅当它们的定义域与对应法则分别相同.

(2) 在实际问题中, 函数的定义域是根据问题的实际意义确定的. 对于用数学式子给出的函数, 函数的定义域就是自变量所能取的使算式有意义的所有实数值.

(3) 多值函数与单值函数. 如果自变量在定义域内任取一个数值时, 对应的函数值总是只有一个, 这种函数叫做单值函数, 否则叫做多值函数.

(4) 函数 $y=f(x)$ 的图形可看做平面上的点集 $C=\{(x,y) \mid y=f(x), x \in D\}$ (如图 1.7 所示).

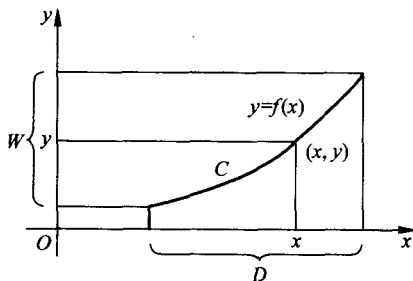


图 1.7

2. 分段表示的函数

函数的对应法则 f 是因变量 y 与自变量 x 的函数关系的具体表现, 值得注意的是, 在函数定义中, 并不要求在整个定义域上只能用一个表达式来表示对应法则. 我们把在不同的定义域上用不同的表达式来表示对应法则的函数称为分段表示的函数, 简称分段函数. 例如, 在电子技术中的三角波、方波、半波整流都是用分段函数表示的函数.

- (1) 三角波在一个波形的表达式为: $u = u(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t \leq 1 \\ 2-t & 1 < t \leq 2 \end{cases}$
- (2) 方波在一个波形的表达式为: $u = u(t) = \begin{cases} 1 & -T/4 \leq t \leq T/4 \\ -1 & T/4 < t \leq 3T/4 \end{cases}$
- (3) 半波整流在一个波形的表达式为: $i = i(t) = \begin{cases} I_0 \sin \omega t & 0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega} \\ 0 & \frac{\pi}{\omega} < t \leq \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}$

它们的图形如图 1.8 所示.

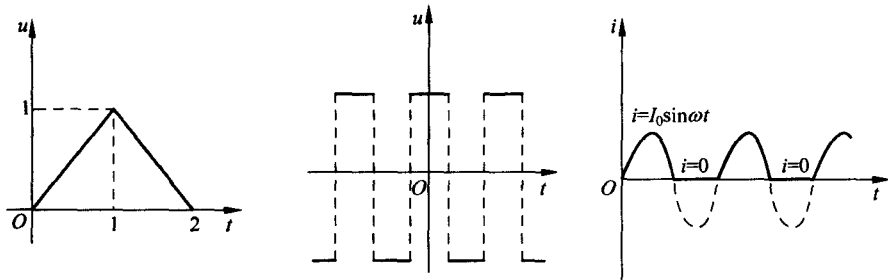


图 1.8

注意 分段函数是一个整体,不是几个函数.分段函数的图形应分段作出.求函数值 $f(x_0)$ 要先判断 x_0 所在的范围,再用对应的法则求函数值.

例 1 已知分段函数

$$y = f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} & 0 \leq x \leq 1 \\ 1+x & x > 1 \end{cases}$$

求函数值 $f(0)$, $f(2)$, 并画出函数的图形.

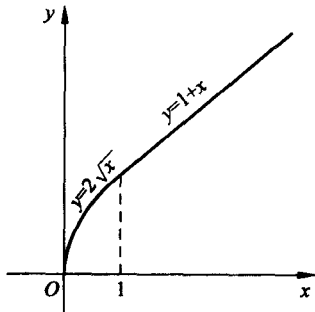


图 1.9

解 $\because 0 \in [0, 1], \therefore f(0) = 2\sqrt{0} = 0;$

又 $\because 2 \in (1, +\infty), \therefore f(2) = 1+2=3$

函数的图形如图 1.9 所示.

下面介绍一些重要的分段函数.

(1) 绝对值函数: $y = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

(2) 符号函数: $y = \operatorname{sgn} x = \operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$