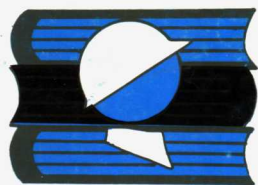


少年 百科 丛书

●●● 精选本



数学游戏故事

谈祥柏 张景中

shao nian baikecong shu jing xuan ben

- 全国第一套以少年为对象的大型丛书。
- 着眼于启发思想，丰富知识，培养能力，引起兴趣。
- 被专家、学者誉为“通向知识海洋的窗口”，“哺育巨人的乳汁”。
- 1978 年出版以来，累计印行 5000 万册。
- 原教育部曾发出专门文件向全国中小学生推荐。

● 中国少年儿童出版社

内 容 提 要

数学游戏故事的花样和变化是很多的。这本书应用初中数学知识，把 22 个有趣的游戏故事讲得浅显明白，丰富多采，使人格外喜爱。你一边看，一边想，可以增加学习数学的兴趣，还可以从中学到认识、分析和解决数学问题的思路和方法。



目 次

1	原来这么简单	1
2	猜中和猜不中	5
3	一板一眼推理	9
4	他该住在哪里	12
5	小蜜蜂爬蜂房	15
6	有趣的虫食算	18
7	在速算的背后	25

8	用数建造宝塔	30
9	循环节的长短	37
10	方格子计算器	44
11	神秘的自守数	51
12	请你也来猜想	57
13	方程想得周到	62
14	买卖是否公平	66
15	温故知新一例	69
16	奇妙的三兄弟	75
17	题目做好以后	81
18	换个眼光来看	86
19	高水平的剪拼	91
20	一种新的几何	98
21	图解渡河难题	107
22	高塔逃生纪要	111





原来这么简单

有些看来很难的问题，其实简单得出人意料。

航海家哥伦布，在发现了美洲新大陆之后的一次庆祝宴会上，听到有人说：“这有什么难呢？叫几个孩子坐了船去，也办得到。”哥伦布当场伸手从桌上拿起一个鸡蛋问：“谁能把它立起来？”客人们面面相觑。哥伦布把蛋在桌子上一敲，蛋壳破了，可是也立起来了。

这个故事，很多人知道。

再看这个问题：一根绳子从上面挂下来，下边拴了一个茶杯。要把绳子剪断，不许茶杯掉下来，办得到吗？

其实很简单，先打一个带环的结，再把结旁边的环剪断，杯子当然不会掉下来。

数学上也有类似的情形，看似复杂，其实简单。

有甲、乙两只杯子。甲杯中有 10 毫升水，乙杯中有 20 毫升酒。从甲杯里用滴管取出 1 毫升水，放入乙杯中，充分搅拌以后，再把混合液取出 1 毫升放回到甲杯。问这时甲杯中的酒和乙杯中的水，分量是不是相等的？要是不相等，是甲杯里的酒多，还是乙杯里的水多？



这个题有些唬人。其实，根本不需要计算，你就能回答：甲杯里的酒和乙杯里的水是一样多的。因为甲杯得到的酒，正好等于它失去的水；而所失去的水，又都在乙杯中。两者非相等不可！

当然，这里要有一个假定：水和酒混合后，体积是原来两种体积的和。实际上，要是很淡的酒，这大体上是对的；要是水和酒精混合，体积就会有所减少。

还有不少数学游戏，看起来使你惊奇，等到弄清了道理，却十分简单。

这是一副扑克牌，共 52 张，把它分成相等的两叠，一叠朝上，一叠朝下，面对面再合到一起。请你随便洗上几次后，再分一半给我。

现在，请把你手里的牌一张一张地摊开放在桌子上，数一数，有多少张朝上的。比方说是 15 张朝上的。

巧不巧？我手里也正好有 15 张朝上的！

再玩一次，15 可能变成 7。这里，我手里也正好有 7 张朝上。

诀窍在哪里呢？

朝上的牌共有 26 张，你手里有 15 张，我手里剩下 11 张。注意，我手里的另外 15 张是朝下的，只要在你不注意时，我把这一半牌翻一下，不就是 15 张朝上了吗！

当然，也可以随便分出一些，比如分出 20 张朝上，你洗完之后交还给我 20 张。这样，你手里有多少朝上的，我手里就有多少朝下的，翻一下，就一样多了。两叠牌不一样多，这游戏更使人惊奇。

这个游戏里有一个手法——把牌翻一下，这是一个偷偷摸摸的动作。下一个游戏，可就完全是真的了。

把一副扑克牌，红黑相间，一张隔一张地预先摆

好。分成两叠，这两叠不一定相等。最下面的那两张，要一红一黑。请你把这两叠牌随便洗一次，然后交给我。

我手拿这叠牌放在桌子下面，你看不见，我也看不见。可是，我可以两张两张地向外拿，这两张，总是一红一黑。就象我手上有眼一样。

是什么道理呢？我不过从上面拿两张罢了。

说来也很简单。洗牌的时候，总有一张牌先落下来。比如先落一张红的，第二张不论从哪叠里落下，总是黑的。因为最下面的两张已经摆好，是一红一黑！把落下的这两张拿掉，两叠牌的最下面，仍然是红黑不同。依此类推，直到最上面的两张，都是一红一黑。

要是换一个花样，就更令人惊奇。把一副扑克先按红心、黑桃、方块、梅花的顺序，一张一张地交错叠好。再从上面一张一张地拿大约 26 张，放在桌子上叠成另一叠，使新的一叠里的最下面的一张，恰好是刚才最上面的一张。把两叠牌随便洗在一起。然后从上面取四张，这四张必然花色不同；再四张四张地取，花色仍然不同！

你能说明其中的道理吗？



猜中和猜不中

有些游戏就是怪。看来能猜中的偏偏猜不中。看来猜不中的偏偏猜得中。

不信，各讲一个给你听。

小牛和小马、小羊在一起做游戏。小牛用两小张纸，各写一个数。这两个数都是正整数，相差是1。他把一张纸贴在小马额头上，另一张贴在小羊额头上。于是，两个人只能看见对方头上的数。

小牛不断地问他们，你们谁能猜到自己头上的数吗？

小马说：我猜不到；

小羊说：我也猜不到。

小马又说：我还是猜不到；

小羊又说：我也猜不到。

小马仍然猜不到；

小羊仍然猜不到。

小马和小羊都已经三次猜不到了。

可是，到了第四次，小马喊起来：我知道了！小羊也喊道：我也知道了！

请你想想，他们头上是什么数？怎么猜到的？

原来，“猜不到”这句话里，包含了一个重要的信息。

要是小羊头上是1，小马当然知道自己头上是2。小马第一次说“猜不到”，就等于告诉小羊，你头上的数不是1！

这时，要是小马头上是2，小羊当然知道自己头上应当是3。可是，小羊说猜不到，就等于说：小马，你头上不是2！

第二次小马又说猜不到，就等于说：小羊头上不是3，不这样，我头上一定是4，我就能猜到了。

小羊又说猜不到，说明小马头上不是4。

小马又说猜不到，小羊头上不是5。

小羊又说猜不到，小马头上不是6。

小马为什么这时猜到了呢？原来小羊头上是7。小马想：我头上既然不是6，他头上是7，我头上当然是

8 啦！

小羊于是也明白了：他能从自己头上不是 6 就能猜到是 8，当然是因为我头上是 7 罗！

实际上，即使两人头上写的是 100 和 101，只要让两人对面反复交流信息，反复说“猜不到”，最后也总能猜到的。

这游戏，还有一个使人迷惑的地方：一开始，当小羊看到对方头上是 8 时，就肯定知道自己头上不会是 1, 2, 3, 4, 5, 6；而小马也会知道自己头上不会是 1, 2, 3, 4, 5。这么说，两人的前几句“猜不到”，互通信息，肯定是用不着的了。可是说它没用，又不对，因为少了一句，最后便要猜错。这里面，究竟是什么道理呢？你得仔细想想。

另一个游戏是：小牛偷偷在纸上写了一句话，这句话叙述一件事，请小马和小羊猜这句话叙述的事对不对。并且给两人各一张纸，要他们把所猜的结果写在纸上。

小牛说：你们两人中只要有一个猜中了，你们就胜了。晚上，我给你们唱一支好听的歌。都猜不中，你们输了，什么时候给我演个节目都行。

小羊说：我们一定有一个人猜得中。我猜你这句话说得对，他猜你这句话不对，总会有一个人猜中吧！

可是,结果还是小牛胜了。

原来,小牛写了这样一句话:

“你的纸上写的是‘不对’”。

小羊在纸上写的是“对”,这时,小牛这句话当然错了。可小羊猜“对”,当然猜不中了。

小马呢,他在纸上写的“不对”,这时,小牛这句话当然对。可小马猜“不对”,也没有猜中。

小羊和小马恍然大悟,说:“你就是把纸上的话给我们看了,我们也决不会猜中的啊!”

上面这两个游戏,都牵涉到一些逻辑推理中的怪现象,人们把它叫做“数学悖论”。怎样说明悖论?怎样消除悖论?是数学基础研究中的一件大事,很多人正在努力研究解决。

一板一眼推理

在报刊上，不时看到逻辑推理的趣题。等到看了答案后，往往又感觉失望。因为答案只是就事说个结论，没有给出解题的思路和方法，意义不大。

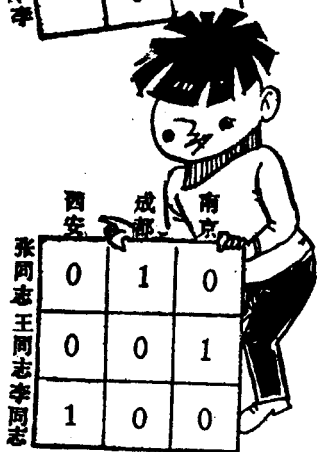
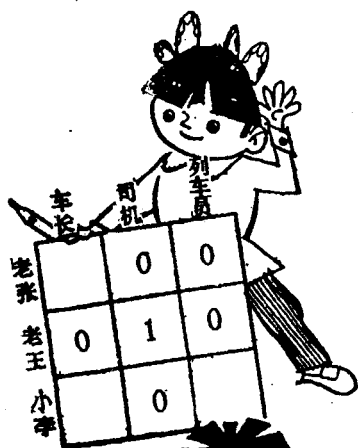
现在，从报刊上找来一个例子，把得出答案的来龙去脉分析一下，想来对你认识和解决这类问题有帮助。

老张、老王和小李，是一列客车的车长、司机和列车员，可不一定就是这个次序。车上有三位住在成都、南京和西安的乘客，分别和他们同姓，为了区别起见，不妨在乘客的后面添上“同志”二字。

已知下列事实：

- 一，李同志住在西安；
- 二，司机家住成都；
- 三，和司机同姓的乘客住在南京；
- 四，老张在乒乓球比赛中打败了列车员；
- 五，张同志和司机住在一条街上。

请问谁是车长、司机和列车员？三位乘客家住何处？



这个问题里有6个人，要决定三人的职务和三人的住地，头绪交叉，容易弄错，用左边两个表来解决就方便了，清楚了。

按照所给的条件分析问题，每得出一个结论，便在表上记下来。记的方法是：要是肯定老王不是司机，便在老王这行与司机这列交叉处画个0；相反，便写个1。

注意。因为三位乘务员每个人只有一个职务，不同的人职务不同，所以在左上表的每行、每列中，都恰好只有一个1。三位乘客的住地，

情况也是这样。

根据第一条，在李同志与西安交叉处写1；李同志这行另两处画0；西安这列另两处也是0。

根据第三条,可见司机不姓李,小李与司机交叉处也画上0。

根据第四条,老张不是列车员,在老张与列车员交叉处画个0。

根据第二和第五条,张同志住成都,在张同志与成都交叉处写上1。剩下的,自然是王同志住在南京了。

由此可见,司机姓王,在老王与司机的行列交叉处写上1;这行、列的其它地方画上0。这时,老张那一行已有两个0了,剩下一个只有画上1。老张是车长,小李当然是列车员了。

这种表格在数学里叫做“矩阵”,很有用处。



他该住在哪里

话说阿布扎比是民族学院的一位学生。说来也巧，他有十二个不同年龄的同学，偏偏生肖刚好是鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗、猪，十二样生肖样样都有，既不重复，也无遗漏。这么一来，自然就可以用子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥，来代表这十二个人了。

学院的宿舍区里，有一条河滨马路，修得笔直，这十二个人的宿舍全都在那里，而且因为他们的年龄、籍贯和习俗都不一样，领导为了照顾他们，分配他们每人各住在一幢楼的一间宿舍里。他们的住处象一字长蛇阵那样摆开，如图分布在一条直线上。

子
丑
寅
卯
辰
巳
午
未
申
酉
戌
亥



阿布扎比同这十二人的关系都很好,课余之暇,他打算经常到他们的住处串串门,谈谈心。要是他到这十二人的住处的次数一样多,请问,他的宿舍应当选在哪里,他到各家去串门时,所走的路最少?

这个题目有些特别。十二个宿舍在图上是没给出距离数的。这就是说,距离可大可小,随便怎么画都行。

解决这个问题,可以先看最外面的两家子和亥。要是只有这两家,那么,在马路上的什么地方,到这两家的距离的和最小呢?当然是子和亥中间的直线上的任何一点(包括子和亥在内),到这两家的距离的和最小。子亥这一段,在数学上名叫“区间”。

再看紧挨在它里面的一个区间丑戌。很明显,在丑戌这个区间内的任何一点(包括丑和戌在内),到这两家的距离的和最小。

现在,你大概已经察觉到:因为在丑戌区间内的任何一点,必然也位于