同步追踪丛书

最新修订

# 数学同步追踪

## 高中三年级代数

（高考第一轮复习用书）

上海市十余所名牌中学特级、高级教师联合推出

主编/杨德胜　虞　涛
编者/曹建华　杨建华

华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

同步追踪丛书

最新修订

# 数学同步追踪

## 高中三年级代数

（高考第一轮复习用书）

主编/杨德胜　虞　涛
编者/曹建华　杨建华

华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

**图书在版编目(CIP)数据**

数学同步追踪 高中三年级代数:高考第一轮复习用书/杨德胜、虞涛主编. —上海:华东理工大学出版社,2004.8

(同步追踪丛书)

ISBN 7-5628-1569-0

Ⅰ.数… Ⅱ.杨… Ⅲ.代数课-高中-升学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 065204 号

同步追踪丛书

**数学同步追踪 高中三年级代数**(高考第一轮复习用书)

**主　　编**/杨德胜　虞　涛
**编　　者**/曹建华　杨建华
**责任编辑**/徐惠娟
**封面设计**/渲彩轩
**责任校对**/张　波
**出版发行**/华东理工大学出版社
　　社　址:上海市梅陇路 130 号,200237
　　电　话:(021)64250306(营销部)
　　传　真:(021)64252707
　　网　址:press.ecust.edu.cn
**印　　刷**/常熟华顺印刷有限公司
**开　　本**/787×1092　1/16
**印　　张**/13.75
**字　　数**/344 千字
**版　　次**/2004 年 8 月第 1 版　2005 年 6 月最新修订
**印　　次**/2006 年 6 月第 3 次
**印　　数**/11101-16130 册
**书　　号**/ISBN 7-5628-1569-0/O·111
**定　　价**/17.50 元

# 内 容 提 要

《数学同步追踪 高中三年级代数(高考第一轮复习用书)》依据上海市《全日制高级中学数学学科课程标准》和相应的高级中学数学课本中代数部分按章节分 30 讲,每讲将高考中的知识点、考点、热点以及高考中必需的数学思想方法,以低起点、入门快、循序渐进、深入浅出的特点融入于“问题思考”、“问题解析”、“问题精选”、“训练问题”之中. 本书特点是深刻挖掘数学中概念的内涵、定理的本质、公式的条件,阐述数学思想方法,分析知识学习中应注意的问题,以利学生把握重点,提高学习效率.

本书容量大,内容新颖、全面、实用,是高三师生最新必备的高考第一轮复习用书.

# 修订前言

《同步追踪丛书》自2004年7月出版以来，得到广大师生的厚爱. 不到一年，重印两次，有不少专家、教师都提出了宝贵的意见，近百名同学（人次）发来电子邮件探讨问题. 为此，我们进行了认真的研讨，现对第一版作了如下修改.

1. 在"问题思考"和"问题解析"中，注重在紧扣新教材的基础上，深刻挖掘数学概念的内涵、定理的本质、公式的条件，阐述数学思想方法，分析知识学习中应注意的问题.

2. 在"问题精选"和"训练问题"中，删掉部分难、偏和超纲的例题与习题，做到精讲精练，减轻学生学习负担.

愿我们这套《同步追踪丛书》：
给你打开一扇窗口，让你领略数学的博大精深；
开启你好奇的心灵，点燃你胸中的求知欲望；
激发你睿智的头脑，帮助你培养理性的思维；
给你实践的良机，增添你感受成功的喜悦；
给你数学的精神食粮，陶冶你美好的文化素养；
给你一双数学家的眼睛，丰富你观察世界的方式；
给你一套探究的模式，成为你终身探索世界的本领.

作者
2005年6月

# 前　言 QIAN YAN

2002 年 8 月，上海市教育委员会颁布了《上海市中小学数学课程标准》. 在充分总结一期课改的基础上，进一步吸收、借鉴了国内外课改经验，并在今年秋季，上海市将全面推广使用在《上海市中小学数学课程标准》指导下的新教材.《上海市中小学数学课程标准》指出高中阶段的培养目标是"具有良好的学习态度、学习习惯和学习方法；具有自学能力和最基本的实践能力；具有问题意识和创新能力……"，这与以前的提法是不同的. 新课标的要求与多年来笔者倡导的以"问题是数学的心脏"为座右铭，教学中逐步形成的"以培养学生主体意识和主动参与为起点，以培养学生能力为主线，以问题解决为中心，以学会创造为目标，以素质＋特长为模式"的教学风格是不谋而合的.

为此，我们以问题为中心，以《上海市中小学数学课程标准》为准绳，以"问题思考"、"问题解析"、"问题精选"、"训练问题"为模式，与新教材试验本各章节同步，编写了这套《同步追踪丛书》，供高中各年级使用.

该丛书由上海市十余所名牌中学特级、高级教师联合推出. 上海交通大学附属中学特级教师杨德胜和建平中学高级教师虞涛任主编. 七宝中学特级教师卜照泽，延安中学高级教师吕志勇，建平中学高级教师田万国、杨建华、张永华，晋元高级中学高级教师任升录，大同中学高级教师杨岚清，复旦大学附属中学奥数高级教练万军，松江二中高级教师朱伟卫，进才中学高级教师曹喜平，上海交通大学附属中学高级教师曹建华，三林中学高级教师蒲红军，建平世纪中学高级教师杨晓红，周浦高级中学特级教师王辉，上海师范大学附属中学特级教师贺亚丽，控江中学高级教师曾国光，尚德实验学校高级教师翟立安等参与了具体的编写. 在编写过程中得到华东理工大学出版社的支持和指导，在此表示衷心的感谢.

欢迎使用本书的读者提出宝贵的意见，使本书更具有科学性、实用性、指导性. 希望她能跟踪你的学习，成为你的良师益友.

（联系请发 E-mail：yangdesheng1957@sina.com）

作者

2004 年 7 月

# 目　录 CONTENT

# 第一章

# 集合、命题与条件

## 第1讲 集　　合

### 问题思考

1. 什么叫做集合？怎样理解子集、交集、空集、并集与补集？
2. 怎样表示一个集合，集合中的元素有哪些特性？
3. 在研究集合有关问题时应注意些什么？
4. 解答集合问题常见的思想方法有哪些？

### 问题解析

1. **集合**：把某些能够确切指定的一些对象看作一个整体，这个整体就叫做集合，简称集. 集合中的各个对象叫做这个集合的元素.

**子集**：对于两个集合 $A$ 和 $B$，如果集合 $A$ 中任何一个元素都属于 $B$，那该集合 $A$ 叫做 $B$ 的子集，记 $A\subseteq B$ 或($B\supseteq A$).

**真子集**：对于两个集合 $A$、$B$，如果 $A\subseteq B$，并且 $B$ 中至少有一元素不属于 $A$，那么集合 $A$ 叫做集合 $B$ 的真子集. 记 $A\subset B$ 或($B\supset A$).

**相等集**：对于两个集合 $A$、$B$ 如果 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，那么叫做集合 $A$ 与 $B$ 是相等集. 记 $A=B$.

**空集**：不含任何元素的集合，记$\varnothing$.

空集是任何集合的子集，空集是任何非空集合的真子集.

**交集**：由集合 $A$ 和集合 $B$ 的所有公共元素组成的集合，叫做 $A$ 与 $B$ 的交集. 记 $A\cap B$.

**并集**：由所有属于集合 $A$ 或者属于集合 $B$ 的元素组成的集合，叫做 $A$ 与 $B$ 的并集. 记 $A\cup B$.

**补集**：记 $I$ 为全集，$A$ 是 $I$ 的子集，则由 $I$ 中所有不属于 $A$ 的元素组成的集合，叫做 $A$ 在全集 $I$ 中的补集. 记$\overline{A}$.

2. 表示一个集合的方法一般有下列四种.

**列举法**　将集合中的元素一一列出写在大括号内.

**描述法**　在大括号内先写出元素的一般形式，再划一条竖线，在竖线后再写出集合中元素的公共属性，即 $A=\{x|x$ 满足的性质 $P\}$.

描述法可以用文字描述，符号描述，图形语言描述.

**文氏图法** 为了形象地表示集合，我们常常画一条封闭曲线，用来表示集合，对于比较抽象的集合问题，解题时若借助文氏图进行直观化，形象化的分析，常使问题灵活、直观、简捷、准确地得到解答.

**特定字母法** （某些数集的表示） 自然数集 **N**；不含“0”的自然数集 $\mathbf{N}^*$；整数集 **Z**；有理数集 **Q**；实数集 **R**.

集合中的元素有如下特性.

（1）元素的确定性，对于某一具体现象 $x$ 和给定的集合 $A$，能确切地指明 $x\in A$ 或 $x\notin A$，二者必居其一.

（2）集合中元素的互异性，对于一个给定集合，它的任何两个元素都是不同的.

（3）排列无序性，列举法表示的集合中元素的排列与次序无关.

3.（1）研究一个集合首先要看清楚代表元素的属性.

如集合 $A=\{x|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$、$B=\{y|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$ 和 $C=\{(x,y)|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$，就是三个不同的集合，$A$ 是函数自变量的集合，$B$ 则是函数值的集合，$C$ 是函数图像的所有点的坐标组成的集合，千万不要混淆.

（2）研究两个集合之间的关系时，不要忘记空集是否也可能满足条件：

如 $A\subseteq B$ 常可分三种情况研究：①$A\subset B$；②$A=B$；③$A=\varnothing$（特别提醒，不要忘记）.

$A\cap B=B$ 含义是 $B\subseteq A$（特别提醒：不忘空集）

$A\cup B=B$ 含义是 $A\subseteq B$（特别提醒：不忘空集）

4. 解决集合问题常见的思想方法是用集合的思想去研究问题，对于含有多种限制条件的问题，如解不等式组、方程组等都是交集思想的体现，分类讨论则是并集思想的一种运用，当遇到正面难以突破的问题时，利用补集的思想去解决常能达到事半功倍的效果. 在解决集合问题时，数形结合和等价转化思想方法，则是经常使用的主要工具.

## ○ 问题精选

**精选问题 1**

设集合 $A=\{y|y=2x^2-4x+7\}$，$B=\{y|y=mx^2+2mx+1\}$，

（1）若 $m=-6$，求 $A\cap B$；

（2）若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 $m$ 的取值范围.

**【思路剖析】**集合 $A$ 与 $B$ 均表示函数的值域.

**【问题解答】**（1）$A=\{y|y=2x^2-4x+7\}=\{y|y=2(x-1)^2+5\}=\{y|y\geqslant5\}$，

$B=\{y|y=-6x^2-12x+1\}=\{y|y=-6(x+1)^2+7\}=\{y|y\leqslant7\}$，

所以 $A\cap B=\{y|5\leqslant y\leqslant7\}$.

（2）当 $m=0$ 时，$B=\{y|y=1\}$，满足 $A\cap B=\varnothing$.

当 $m\neq0$ 时，$B=\{y|y=m(x+1)^2+1-m\}$，要使 $A\cap B=\varnothing$，必须：

$\begin{cases}m<0,\\1-m<5.\end{cases}$ 解不等式组，得 $-4<m<0$

综上所述：$-4<m\leqslant0$.

**【问题反思】**此题易将集合 $A$、$B$ 中的元素误解为函数图像上的点的坐标，所以在解集合

问题时，要首先注意搞清集合中的元素．特别注意在描述法中的$\{x|x\in p\}$的代表元素 $x$.

**精选问题 2**

已知集合 $A=\{x|x^2-(m+3)x+2(m+1)=0,m\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x|2x^2+(3n+1)x+2=0,n\in\mathbf{R}\}$，

(1) 若 $A\cap B=A$，求 $m$、$n$ 的值；

(2) 若 $A\cup B=A$，求 $m$、$n$ 的值.

**【思路剖析】**由集合的运算易知(1) 中集合 $A$、$B$ 的关系为 $A\subseteq B$，(2)中集合 $A$、$B$ 的关系为 $B\subseteq A$.

**【问题解答】**(1) 由题意 $A\subseteq B$，$\because$ $2\in A$，$\therefore$ $2\in B$.

将 $x=2$ 代入 $2x^2+(3n+1)x+2=0$，得　$n=-2$.

又　$\because$ $(m+1)\in A$，$\therefore$ $(m+1)\in B$.

将 $x=m+1$ 代入 $2x^2-5x+2=0$，得 $m=-\dfrac{1}{2}$或 $m=1$.

$\therefore \begin{cases} m=-\dfrac{1}{2}, \\ n=-2 \end{cases}$，或$\begin{cases} m=1, \\ n=-2. \end{cases}$

(2) 由题意 $B\subseteq A$.

①当 $B=\varnothing$时，方程 $2x^2+(3n+1)x+2=0$，$\Delta=(3n+1)^2-16<0$.

解不等式，得$-\dfrac{5}{3}<n<1$，所以$\begin{cases} m\in\mathbf{R}, \\ -\dfrac{5}{3}<n<1. \end{cases}$

②当 $B$ 为单元素集合时，方程 $2x^2+(3n+1)x+2=0$，$\Delta=(3n+1)^2-16=0$.

解方程，得　$n=-\dfrac{5}{3}$或 $n=1$.

当 $n=-\dfrac{5}{3}$时，$B=\{x|2x^2-4x+2=0\}=\{1\}$.

$\because$ $B\subseteq A$，$\therefore$ $1\in A$. 将 $x=1$ 代入方程 $x^2-(m+3)x+2(m+1)=0$，得 $m=0$；

当 $n=1$ 时，$B=\{x|2x^2+4x+2=0\}=\{-1\}$.

$\because$ $B\subseteq A$，$\therefore$ $-1\in A$. 将 $x=-1$ 代入方程 $x^2-(m+3)x+2(m+1)=0$，得 $m=-2$.

$\therefore \begin{cases} m=0, \\ n=-\dfrac{5}{3} \end{cases}$　或 $\begin{cases} m=-2, \\ n=1. \end{cases}$

③当 $B$ 为二元素集合时，

易知 $A=B$，对于方程 $x^2-(m+3)x+2(m+1)=0$ 和 $2x^2+(3n+1)x+2=0$，

有$\dfrac{1}{2}=\dfrac{-(m+3)}{3n+1}=\dfrac{2(m+1)}{2}$.

解方程组，得$\begin{cases} m=-\dfrac{1}{2}, \\ n=-2. \end{cases}$

综上所述：$\begin{cases} -\dfrac{5}{3}<n<1, \\ m\in\mathbf{R} \end{cases}$　或 $\begin{cases} m=0, \\ n=-\dfrac{5}{3} \end{cases}$　或 $\begin{cases} m=-2, \\ n=1 \end{cases}$　或 $\begin{cases} m=-\dfrac{1}{2}, \\ n=-2. \end{cases}$

【问题反思】根据集合 $B$ 中的元素的个数进行分类讨论是解决第(2)小题的关键.

**精选问题 3**

已知集合 $M=\left\{(x,y)\,\middle|\,\frac{y-3}{x-2}=a+1\right\}$,$T=\{(x,y)\mid(a^2-1)x+(a-1)y=15\}$,若 $M\cap T=\varnothing$,求实数 $a$ 的值.

【思路剖析】集合 $M$ 表示直线(除去一点),当 $a\neq1$ 时,集合 $T$ 也表示直线,研究两直线的位置关系,求出 $a$ 的值.

【问题解答】$M=\left\{(x,y)\,\middle|\,\frac{y-3}{x-2}=a+1\right\}=\{(x,y)\mid(a+1)x-y+1-2a=0,(x,y)\neq(2,3)\}$.

$T=\{(x,y)\mid(a^2-1)x+(a-1)y-15=0\}$.

①当 $a=1$ 时,$T=\varnothing$,满足 $M\cap T=\varnothing$;

②当 $a\neq1$ 时,

若直线 $(a+1)x-y+1-2a=0$ 和直线 $(a^2-1)x+(a-1)y-15=0$ 平行,则 $M\cap T=\varnothing$,

此时,$\frac{a^2-1}{a+1}=\frac{a-1}{-1}\neq\frac{15}{1-2a}$. 解方程,得 $a=-1$,

若直线 $(a^2-1)x+(a-1)y-15=0$ 通过点(2,3),满足 $M\cap T=\varnothing$,

将 $x=2,y=3$ 代入 $(a^2-1)x+(a-1)y-15=0$,得

$$2a^2+3a-20=0.$$

解方程,得 $a=\frac{5}{2}$,或 $a=-4$,

综上所述,$a=-4$、$-1$、$1$ 或 $\frac{5}{2}$.

【问题反思】集合 $M$ 中的方程化简时要注意等价变形,集合 $T$ 中,只有 $a\neq1$,方程才表示直线,要注意分类讨论.

**精选问题 4**

已知数集 $A$ 及定义在该数集上的某个运算(例如记为“$*$”),如果对一切 $a\in A,b\in A$,都有 $a*b\in A$,那么就说,集合 $A$ 对运算“$*$”是封闭的.

(1) 设 $A=\{x\mid x=m+\sqrt{2}n,m、n\in\mathbf{Z}\}$,判断 $A$ 对通常的数的乘法运算是否封闭?

(2) 设 $B=\{x\mid x=m+\sqrt{2}n,m、n\in\mathbf{Z}$,且 $n\neq0\}$,问 $B$ 对通常的数的乘法运算是否封闭?

【思路剖析】对于集合 $A$ 和 $B$,分别以“$*$”定义去验证.

【问题解答】(1) 设 $x=m+\sqrt{2}n,y=p+\sqrt{2}q$ 是 $A$ 中任意两个元素,其中 $m、n、p、q\in\mathbf{Z}$,

则 $x*y=(m+\sqrt{2}n)(p+\sqrt{2}q)=(mp+2nq)+(mq+np)\sqrt{2}$.

$\because$ $mp+2nq\in\mathbf{Z},mq+np\in\mathbf{Z}$,

所以 $xy\in A$,所以 $A$ 对通常的数的乘法运算是封闭的.

(2) 数集 $B$ 对通常的乘法运算不封闭,

反例如下:取 $x=2+\sqrt{2},y=2-\sqrt{2}$,则 $x、y\in B$,但是 $x*y=2\notin B$.

【问题反思】对于新的运算“$*$”,需要围绕定义进行验证.

**精选问题 5**

设 $a,b\in\mathbf{R}$,$A=\{(x,y)\mid x=n,y=an+b,n\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{(x,y)\mid x=m,y=3(m^2+5)$,

$m\in\mathbf{Z}\}$，$C=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 144\}$是平面 $xOy$ 内的点集，讨论是否存在 $a$ 和 $b$ 使得

①$A\cap B\neq\varnothing$；②$(a,b)\in C$ 同时成立？

如存在请求出 $a$、$b$ 的值；如不存在则说明理由.

**【问题解答】**方法 1　假设存在实数 $a$、$b$ 同时满足题意中的两个条件，则必存在整数 $n$，使 $3n^2-an+(15-b)=0$. 于是它的判别式 $\Delta=(-a)^2-12(15-b)\geqslant 0$. 即 $a^2\geqslant 12(15-b)$.

又由 $a^2+b^2\leqslant 144$，得 $a^2\leqslant 144-b^2$.

由此得 $12(15-b)\leqslant 144-b^2$ 即 $(b-6)^2\leqslant 0$，故 $b=6$.

代入上述的 $a^2\geqslant 12(15-b)$ 及 $a^2\leqslant 144-b^2$，得

$a^2=108$，所以 $a=\pm 6\sqrt{3}$.

将 $a=\pm 6\sqrt{3}$，$b=6$ 代入方程 $3n^2-an+15-b=0$，求得 $n=\pm\sqrt{3}\notin\mathbf{Z}$，

所以满足已知两个条件的实数 $a$、$b$ 是不存在的.

方法 2　假设存在实数 $a$、$b$ 同时满足题意中的两个条件，即有

$$\begin{cases} na+b=3n^2+15,\\ a^2+b^2\leqslant 144.\end{cases}$$

消去 $b$，得

$$(1+n^2)a^2-2n(3n^2+15)a+(3n^2+15)^2-144\leqslant 0.$$

$$\begin{aligned}\Delta_a&=[-2n(3n^2+15)]^2-4(1+n^2)[(3n^2+15)^2-144]\\&=-36(n^2-3)^2<0(\text{因为 } n\in\mathbf{Z}).\end{aligned}$$

因为 $1+n^2>0$，所以关于 $a$ 的二次不等式无解，所以这样的 $a$、$b$ 不存在.

方法 3　假设存在 $a$、$b$ 使得关于 $m$、$n$ 的方程组：

$$\begin{cases} n=m\\ na+b=3m^2+15\end{cases}\quad \text{至少有一组整数解.}$$

可知点 $P(a,b)$在直线 $nx+y-(3n^2+15)=0$ 上.

原点 $O(0,0)$到此直线的距离

$$\begin{aligned}d&=\frac{|3n^2+15|}{\sqrt{n^2+1}}=\frac{3(n^2+1)+12}{\sqrt{n^2+1}}=3\sqrt{n^2+1}+\frac{12}{\sqrt{n^2+1}}\\&\geqslant 2\sqrt{3\sqrt{n^2+1}\cdot\frac{12}{\sqrt{n^2+1}}}=12.\end{aligned}$$

当 $n^2=3$ 时，取“=”，但是 $n\in\mathbf{Z}$，所以 $n^2\neq 3$，

$\therefore d>12$. $\therefore |OP|=\sqrt{a^2+b^2}>12$.

即 $a^2+b^2>144$，与 $a^2+b^2\leqslant 144$ 矛盾.

**【问题反思】**(1) 讨论存在性问题，通常的解法是先假设存在，使结论成立，然后进行推理，看是否矛盾.

(2) 由于对 $\begin{cases} na+b-(3n^2+15)=0,\\ a^2+b^2\leqslant 144\end{cases}$ $(n\in\mathbf{Z})$的处理方法不同便得到上述三种不同的解法：方法 1 是将 $n$ 作为变量，利用“(关于 $n$ 的)一元二次方程的解”这一知识求解；方法 2 是将 $a$、$b$ 看作变量，消去 $b$ 后，利用“(关于 $a$ 的)一元二次不等式的解”这一知识求解；方法 3 是将 $a$、$b$ 看作点的坐标，利用“点(圆心)到直线的距离”这一知识求解. 对于多变量问题，常

常需要选取“主元”.

**精选问题 6**

已知集合 $M=\{x\mid f(x)-x=0,x\in\mathbf{R}\}$ 与集合 $N=\{x\mid f[f(x)]-x=0,x\in\mathbf{R}\}$，其中 $f(x)$ 是一个二次项系数为 1 的二次函数.

(1) 判断 $M$ 与 $N$ 的关系；

(2) 若 $M$ 是单元素集合，求证 $M=N$.

**【思路剖析】**从子集的定义去进行判断.

**【问题解答】**(1) 设 $x_0\in M$，则 $f(x_0)=x_0$，于是 $f[f(x_0)]=f(x_0)=x_0$，这表明 $x_0\in\mathbf{N}$，所以 $M\subseteq N$.

(2) 由题意，可设 $M=\{a\}(a\in\mathbf{R})$，则关于 $x$ 的一元二次方程 $f(x)-x=0$ 有两个相同的实根，即有 $f(x)-x=(x-a)^2$，由此得表达式

$$f(x)=(x-a)^2+x.$$

再由方程 $f[f(x)]-x=0$，得

$$x=\{[(x-a)^2+x]-a\}^2+[(x-a)^2+x].$$

整理，得 $[(x-a)^2+(x-a)]^2+(x-a)^2=0$，

即 $(x-a)^2[(x-a+1)^2+1]=0$，

因为 $x,a\in\mathbf{R}$，所以，$(x-a+1)^2+1\neq0$，

于是 $x=a$，这表明方程 $f[f(x)]-x=0$ 也仅有一实根 $a$，

即 $N=\{a\}$，所以 $M=N$.

**【问题反思】**要证明两个集合 $A$ 与 $B$ 相等，通常是证明 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，本题的证明方法是直接证明它们所含元素相同. 一般地说，在元素个数较少（一个或两个）的情况下，利用这一方法也比较简单.

## ○ 训练问题

### 一、填空题

1. 已知集合 $A=\{x\mid x^2+(p-1)x+q=0\}$ 中只有一个元素 2，则实数 $p=$________，实数 $q=$________.

2. 设集合 $A=\{x\mid |x-a|<2\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,\dfrac{2x-1}{x+2}<1\right\}$. 若 $A\subseteq B$，则实数 $a$ 的取值范围为________.

3. 已知集合 $A=\{x\mid x=\sin\dfrac{n\pi}{3},n\in\mathbf{Z}\}$，则 $A$ 的子集有________个.

4. 已知集合 $A=\{x\mid y=\lg(x^2-x-2)\}$，$B=\{x\mid y=x^{-\frac{1}{2}}\}$，则 $A\cap B=$________________.

5. 若 $I=\{(x,y)\mid x,y\in\mathbf{R}\}$，$A=\left\{(x,y)\,\middle|\,\dfrac{y-4}{x-2}=3\right\}$ $B=\{(x,y)\mid y=3x-2\}$，则 $\overline{A}\cap B=$________________.

6. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid y=\sqrt{1-x^2}\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x+m,m\in\mathbf{R}\}$. 若 $A\cap B$ 是单元素集合，则 $m$ 的取值范围是________________.

7. 若 $a>0$，要使不等式 $|x-4|+|x-3|<a$ 的解集不是空集，则 $a$ 的取值范围是________.

8. 在圆 $x^2+y^2=5x$ 内，过点 $\left(\frac{5}{2},\frac{3}{2}\right)$ 有 $n$ 条弦的长度成等差数列，最短弦长为数列的首项 $a_1$，最长弦长为 $a_n$，若公差 $d\in\left(\frac{1}{6},\frac{1}{3}\right]$，则 $n$ 的取值集合为____________.

## 二、选择题*

9. 已知 $I$ 为全集，且 $M\subsetneqq I, N\subsetneqq I$，若 $M\cap N=N$，则（ ）.

A. $\complement_I M\supseteq\complement_I N$　B. $M\subseteq\complement_I N$　C. $\complement_I M\subseteq\complement_I N$　D. $M\supseteq\complement_I N$

10. 若集合 $A=\{x\mid x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\}$，集合 $B=\{x\mid x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\}$，则（ ）.

A. $A=B$　B. $A\supset B$　C. $A\subset B$　D. $A\cap B=\varnothing$

11. 已知集合 $A=\{x\mid x=6k,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$ $C=\{x\mid x=9k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$a\in A,b\in B$，则（ ）.

A. $a+b\in A$　B. $a+b\in B$　C. $a+b\in C$　D. $a+b\in A\cap B\cap C$

12. 已知不等式 $(k^2+4k-5)x^2+4(1-k)x+3>0$ 对任何实数 $x$ 都成立，则关于 $x$ 的方程 $3x^2+2\sqrt{2}(k-\sqrt{2})x+k-8\sqrt{10}=0$（ ）.

A. 有两个相等的实根　B. 有两个不等的实根

C. 无实根　D. 有无实根不确定

## 三、解答题

13. 集合 $A=\{x\mid x^2+(p+2)x+1=0,x\in\mathbf{R},p\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\mid x>0\}$ 当 $A\cap B=\varnothing$ 时，求 $p$ 的取值范围.

14. 设集合 $S\subsetneqq N,S\neq\varnothing$，且满足①$1\in\complement_I S$，②若 $x\in S$，则 $1+\frac{12}{x-1}\in S$，

(1) $S$ 能否为单元素集合，为什么？

(2) 求出只含两个元素的集合 $S$.

(3) 满足题设条件的集合 $S$ 共有几个？为什么？能否列出来？

---

* 本书中的选择题，每小题都给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论，其中至少有一个结论是正确的，把你认为正确的结论的代号写在题后的括号内，下同.

**15.** 对任意的非零复数 $z$，定义集合 $M_z=\{W\mid W=z^{2n-1},n\in\mathbf{N}^*\}$

(1) 若 $z$ 为方程 $x=\dfrac{1}{1-x}$ 的根，求 $M_z$；

(2) 设 $r\in M_z$，试探索 $M_r$ 和 $M_z$ 的关系，并证明你的结论.

**16.** 设函数 $f(x)$ 定义在 $\mathbf{R}$ 上，当 $x>0$ 时，$f(x)>1$，且对任意 $m,n\in\mathbf{R}$，有 $f(m+n)=f(m)f(n)$，当 $m\neq n$ 时，$f(m)\neq f(n)$.

(1) 求 $f(0)$ 的值；

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的单调性；

(3) 设集合 $A=\{(x,y)\mid f(x^2)f(y^2)<f(1)\}$，$B=\{(x,y)\mid f(ax+by+c)=1,a、b、c\in\mathbf{R},a\neq0\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，求 $a,b,c$ 满足的条件.