

GAOKAO

新课标

2007

高考复习指导丛书

高考

广东省教育厅教研室 编

理科数学

复习指导



FUXIZHIDAO

广东人民出版社

2007 高考复习指导丛书

[新课标]

高考理科数学复习指导

广东省教育厅教研室 编

丛书主编 吴惟尊 吕伟泉 李文郁

本册主编 徐 勇

广东人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考理科数学复习指导(新课标)/广东省教育厅教研室编. - 广州:
广东人民出版社, 2006.8

(2007高考复习指导丛书)

ISBN 7-218-05326-2

I. 高... II. 广... III. 数学课—高中—升学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第079716号

策划编辑	黄彦辉
责任编辑	梁晖
封面设计	陈佳
责任技编	黎碧霞
出版发行	广东人民出版社
印 刷	肇庆市科建印刷有限公司
开 本	880毫米×1230毫米 1/16
印 张	12.5
字 数	250千字
版 次	2006年8月第1版 2006年8月第1次印刷
书 号	7-218-05326-2/C·1387
定 价	26.00元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与出版社(020-83795749)联系调换。

【出版社网址: <http://www.gdpph.com> 电子邮箱: sales@gdpph.com

图书营销中心: 020-83799710(直销) 83790667 83780104(分销)】

前 言

2004年9月广东省开始实施普通高中新课程方案。2007年是广东高考使用《普通高中课程方案(实验)》和《普通高中学科课程标准(实验)》要求的第一年,全新的考试方案和考试内容要求。考生如何正确把握高考的新要求,如何及时选择一套编写质量高,具有很好导向性和权威性的高考复习指导丛书,是当前广大高三师生最为关心的问题。

为此,我们组织了既对高中新课程改革有深入研究,又有多年研究和辅导高考复习经验的专家、教研员和教师,编写了这套全新的《2007高考复习指导丛书》。丛书完全按照教育部新颁布的《2007年普通高等学校招生全国统一考试大纲(课程标准实验版)》和广东省高考新方案要求编写,力求反映高考改革最新信息,提供高考复习最新策略,体现权威性、全面性、新颖性和指导性。

权威性 本丛书由广东省教育厅教研室组织编写,各科主编均由教研室的学科带头人担任,编者由重点中学经验丰富的老师所组成。

全面性 一是学科全,覆盖了新高考的所有科目,包括语文、文科数学、理科数学、英语、政治、物理、化学、历史、地理、生物、文科基础和理科基础;二是内容全,融合了新考试大纲和考试说明的所有考点。

新颖性 紧扣2007年新方案。一是体例新,根据考试大纲设计和章节框架,将典型例题剖析、解题方法指导、单元测试题等跟踪于各章节之后;二是题型新,所选例题和习题均反映最新高考改革趋势。

指导性 详细分析广东高考自主命题的新趋势,点评高考命题特点,预测高考命题趋势,剖析高考解题思路,传授高考解题技巧,提高高考应试能力。

由于编写时间仓促,不足之处在所难免,恳请读者提出宝贵意见,以便再版时修订。

广东省教育厅教研室

2006年7月

编写说明

为配合我省 2007 年高中三年级数学复习，我室根据普通高中《数学课程标准（实验）》以及广东省目前的教学实际情况组织我省高中教师编写本书。

本书分三部分：第一部分是必考，其主要内容为必修 1—5、选修 2—1、2—2、2—3；第二部分是选考系列 4 中的几何证明选讲、坐标系与参数方程、不等式选讲；第三部分是专题。

参加编写的人员有徐勇、石永生、黄玉平、于炎葵、孙治中、许益民、杨加林、郭志勇、李义仁、黄文毓、罗裕、陈利群、古力滨、梁山、邓溯明、徐山洪、黄开明、黄训光、胡明辉、林勤忠、翁梅梅、杨部农、刘湘蓉、蔡馥云、丁度彬、郭慧清。

由于编者水平有限，加上时间仓促，本书一定存在许多不足之处，欢迎读者使用时多提宝贵意见，以便再版时修改。

目 录

第一部分 必 考

第一单元 集合、函数	1	复习提要	47
考纲要求	1	题型示例	48
复习提要	1	巩固训练	49
题型示例	3	参考答案	54
巩固训练	4		
参考答案	10		
第二单元 立体几何、平面解析几何初步	13	第六单元 常用逻辑、圆锥曲线、空间向量与 立体几何	57
考纲要求	13	考纲要求	57
复习提要	13	复习提要	57
题型示例	16	题型示例	59
巩固训练	17	巩固训练	59
参考答案	20	单元测试	72
		参考答案	76
第三单元 算法、统计、概率	22	第七单元 导数、推理证明、复数	84
考纲要求	22	考纲要求	84
复习提要	22	复习提要	84
题型示例	24	题型示例	86
巩固训练	24	巩固训练	89
参考答案	28	单元测试	97
		参考答案	100
第四单元 三角函数、平面向量	30	第八单元 计数原理、概率与统计	106
考纲要求	30	考纲要求	106
复习提要	30	复习提要	106
题型示例	34	题型示例	107
巩固训练	34	巩固训练	112
参考答案	44	单元测试	118
		参考答案	121
第五单元 解三角形、数列、不等式	47		
考纲要求	47		

第二部分 选 考

第一单元 几何证明选讲	123
考纲要求	123
复习提要	123
题型示例	124
巩固训练	127
参考答案	129

第二单元 坐标系与参数方程	131
第1节 坐标系	131
考纲要求	131
复习提要	131
题型示例	131
巩固训练	133

第2节 参数方程	134
考纲要求	134
复习提要	134
题型示例	134
巩固训练	136
参考答案	137

第三单元 不等式选讲	139
考纲要求	139
复习提要	139
题型示例	139
巩固训练	142
参考答案	144

第三部分 专 题

第一单元 立体几何与向量	146
高考题分析	146
第1节 平行问题	148
复习提要	148
题型示例	149
巩固训练	150
第2节 垂直问题	150
复习提要	150
题型示例	150
巩固训练	152
第3节 角度问题	153
复习提要	153
题型示例	153
巩固训练	156
第4节 距离问题	157
复习提要	157
题型示例	157
巩固训练	158
第5节 体积问题	159
复习提要	159
题型示例	159
巩固训练	161

参考答案	161
------------	-----

第二单元 解析几何	167
高考题分析	167
第1节 求轨迹方程或曲线方程	172
复习提要	172
题型示例	172
巩固训练	175
第2节 用曲线方程研究有关曲线的性质	177
复习提要	177
题型示例	177
巩固训练	180
参考答案	182

第三单元 导数及其应用	186
高考题分析	186
复习提要	186
题型示例	186
巩固训练	189
参考答案	190

第一部分 必 考

◇ 第一单元 集合、函数 ◇

考纲要求 >>>>>>

1. 集合

(1) 集合的含义与表示.

- ① 了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系.
- ② 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

(2) 集合间的基本关系.

- ① 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.
- ② 在具体情境中,了解全集与空集的含义.
- (3) 集合的基本运算.
- ① 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.
- ② 理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.
- ③ 能使用韦恩图(Venn)表达集合的关系及运算.

2. 函数概念与基本初等函数(指数函数、对数函数、幂函数)

(1) 函数.

- ① 了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域;了解映射的概念.
- ② 在实际情境中,会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数.
- ③ 了解简单的分段函数,并能简单应用.
- ④ 理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义;结合具体函数,了解函数奇偶性的含义.

⑤ 会运用函数图象理解和研究函数的性质.

(2) 指数函数.

- ① 了解指数函数模型的实际背景.
- ② 理解有理指数幂的含义,了解实数指数幂的意义,掌握幂的运算.
- ③ 理解指数函数的概念,并理解指数函数的单调性与函数图像通过的特殊点.
- ④ 知道指数函数是一类重要的函数模型.

(3) 对数函数.

- ① 理解对数的概念及其运算性质,知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数;了解对数在简化运算中的作用.
- ② 理解对数函数的概念;理解对数函数的单调性,掌握函数图像通过的特殊点.
- ③ 知道对数函数是一类重要的函数模型.
- ④ 了解指数函数 $y=a^x$ 与对数函数 $y=\log_a x$ 互为反函数($a>0, a\neq 1$).

(4) 幂函数.

- ① 了解幂函数的概念.
- ② 结合函数 $y=x, y=x^2, y=x^3, y=\frac{1}{x}, y=x^{\frac{1}{2}}$ 的图象,了解它们的变化情况.

(5) 函数与方程.

- ① 结合二次函数的图象,了解函数的零点与方程根的联系,判断一元二次方程根的存在性及根的个数.
- ② 根据具体函数的图象,能够用二分法求相应方程的近似解.

(6) 函数模型及其应用.

- ① 了解指数函数、对数函数以及幂函数的增长特征.知道直线上升、指数增长、对数增长等不同函数类型增长的含义.
- ② 了解函数模型(如指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等在社会生活中普遍使用的函数模型)的广泛应用.

复习要点 >>>>>>

1. 集合

研究对象统称为元素,一些元素组成的总体叫做集合(简称为集).

构成两个集合的元素是一样的,就称这两个集合是相等的.

通常用大写字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合,用小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合中的元素.

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$.

A; 如果 a 不是集合 A 中的元素, 就说 a 不属于集合 A , 记作 $a \notin A$ (或 $a \notin A$).

数学中一些常用的数集及其记法:

全体非负整数组成的集合称为非负整数集 (或自然数集), 记作 N ;

所有正整数组成的集合称为正整数集, 记作 N^+ 或 N_+ ;

全体整数组成的集合称为整数集, 记作 Z ;

全体有理数组成的集合称为有理数集, 记作 Q ;

全体实数组成的集合称为实数集, 记作 R .

对于两个集合 A, B , 如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 中的元素, 就说这两个集合有包含关系, 称集合 A 为集合 B 的子集, 记作

$$A \subseteq B \text{ (或 } B \supseteq A \text{)}.$$

读作 A 包含于 B (或 B 包含 A).

用平面上封闭曲线的内部来代表集合, 这种图称为韦恩 (Venn) 图.

如果集合 A 是集合 B 的子集 ($A \subseteq B$), 且集合 B 是集合 A 的子集 ($B \subseteq A$), 此时, 集合 A 与集合 B 中的元素是一样的, 因此, 集合 A 与集合 B 相等, 记作

$$A = B.$$

如果集合 $A \subseteq B$, 但存在元素 $x \in B$ 且 $x \notin A$, 称集合 A 是集合 B 的真子集, 记作

$$A \subset B \text{ (或 } B \supset A \text{)}.$$

不含任何元素的集合叫做空集, 记为 $\emptyset$, 并规定: 空集是任何集合的子集, 任何非空集合的真子集.

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 称为集合 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$ (读作 “ A 并 B ”), 即

$$A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}.$$

可用 Venn 图 1-1 表示.

由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合, 称为 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$ (读作 “ A 交 B ”), 即

$$A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}.$$

如果一个集合含有所有研究问题中所涉及的所有元素, 那么就称这个集合为全集, 记作 U .

对于一个集合 A , 由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集, 简称为集合 A 的补集, 记作 $C_U A$, 即

$$C_U A = \{x | x \in U, \text{ 且 } x \notin A\}.$$

即

可用韦恩图 1-2 表示.

设 a, b 是两个实数, 而且 $a < b$. 规定:

(1) 满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的实数 x 的集合叫做闭区间, 表示为 $[a, b]$;

(2) 满足不等式 $a < x < b$ 的实数 x 的集合叫做开区间, 表示为 (a, b) ;

(3) 满足不等式 $a \leq x < b$ 或 $a < x \leq b$ 的实数 x 的集合叫做半开半闭区间, 分别表示为 $[a, b)$, $(a, b]$.

这里的实数 a, b 都叫做相应区间的端点.

定义	名称	符号	数轴表示
$\{x a \leq x \leq b\}$	闭区间	$[a, b]$	
$\{x a < x < b\}$	开区间	(a, b)	
$\{x a \leq x < b\}$	半开半闭区间	$[a, b)$	
$\{x a < x \leq b\}$	半开半闭区间	$(a, b]$	

这些区间的几何表示如上表所示. 在图中, 用实心点表示包括在区间内的端点, 用空心点表示不包括在区间内的端点.

实数集 R 可用区间表示为 $(-\infty, +\infty)$, “ ∞ ”读作“无穷大”, “ $-\infty$ ”读作“负无穷大”, “ $+\infty$ ”读作“正无穷大”. 把满足 $x \geq a, x > a, x \leq b, x < b$ 的实数 x 的集合分别表示为 $[a, +\infty)$, $(a, +\infty)$, $(-\infty, b]$, $(-\infty, b)$.

2. 函数概念与基本初等函数 (指数函数、对数函数、幂函数)

设 A, B 是非空的数集, 如果按照某个确定的对应关系 f , 使对于集合 A 中的任意一个数 x , 在集合 B 中都有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应, 那么就称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数, 记作

$$y = f(x), x \in A.$$

其中, x 叫做自变量, x 的取值范围 A 叫做函数的定义域. 与 x 的值相对应的 y 值叫做函数值, 函数值的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 叫做函数的值域.

设函数 $f(x)$ 的定义域为 I ;

如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 那么就称函数 $f(x)$ 在区间 D 上是增函数, 见图 1-3 (A).

如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 那么就称函数 $f(x)$ 在区间 D 上是减函数, 见图 1-3 (B).

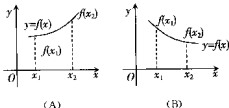


图 1-3

如果函数 $y = f(x)$ 在区间 D 上是增函数或减函数, 那么就称函数 $y = f(x)$ 在这一区间具有 (严格的) 单调性, 区间 D 叫做 $y = f(x)$ 的单调区间.

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 I , 如果存在实数 M 满足:

(1) 对于任意的 $x \in I$, 都有 $f(x) \leq M$;

(2) 存在 $x_0 \in I$, 使得 $f(x_0) = M$.

那么称 M 是函数 $y=f(x)$ 的最大值.

如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x) = f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做偶函数.

如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x) = -f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数.

如果 $x^n = a$, 那么 x 叫做 a 的 n 次方根, 其中 $n > 1, n \in \mathbb{N}_+$.

当 n 是奇数时, 正数的 n 次方根是一个正数, 负数的 n 次方根是一个负数. 这时, a 的 n 次方根用符号 $\sqrt[n]{a}$ 表示.

式子 $\sqrt[n]{a}$ 叫做根式, 这里 n 叫做根指数, a 叫做被开方数. 根据 n 次方根的意义, 可得

$$(\sqrt[n]{a})^n = a.$$

0 的正分数指数幂等于 0, 0 的负分数指数幂没有意义.

规定了分数指数幂的意义以后, 指数的概念就从整数指数数推广到了有理数指数.

整数指数幂的运算性质对于有理数指数幂也同样适用, 即对于任意有理数 r, s , 均有下面的运算性质:

(1) $a^r a^s = a^{r+s} (a > 0, r, s \in \mathbb{Q})$;

(2) $(a^r)^s = a^{rs} (a > 0, r, s \in \mathbb{Q})$;

(3) $(ab)^r = a^r b^r (a > 0, b > 0, r \in \mathbb{Q})$.

无理数指数幂 a^a (a 是无理数) 是一个确定的实数. 无理数指数幂的运算性质同样适用于无理数指数幂.

函数 $y=a^x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ 叫做指数函数. 其中 x 是自变量, 自变量的定义域是 $\mathbb{R}$.

如果 $a^x = N (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$, 那么数 x 叫做以 a 为底 N 的对数, 记作

$$x = \log_a N.$$

其中 a 叫做对数的底数, N 叫做真数.

通常将以 10 为底的对数叫做常用对数, 并把 $\log_{10} N$ 简写为 $\lg N$. 另外, 在科学技术中常使用以无理数 $e \approx 2.71828 \dots$ 为底数的对数, 以 e 为底的对数称为自然对数, 并且把 $\log_e N$ 简写为 $\ln N$.

根据对数的定义, 可以得到对数与指数间的关系:

当 $a > 0, a \neq 1$ 时, $a^x = N \Leftrightarrow x = \log_a N$.

由指数与对数的这个关系, 可以得到关于对数的如下结论:

(1) 负数和零没有对数;

(2) $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$.

于是, 得到如下的对数运算性质:

如果 $a > 0, a \neq 1, M > 0, N > 0$, 那么

(1) $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$;

(2) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$;

(3) $\log_a M^n = n \log_a M$.

函数 $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 叫做对数函数, 其中 x 是自变量, 函数的定义域是 $(0, +\infty)$.

指数函数 $y = a^x$ 和对数函数 $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 互为反函数.

函数 $y = a^x$ 叫做幂函数, 其中 x 是自变量, a 是常数.

对于函数 $y=f(x) (x \in D)$, 使 $f(x) = 0$ 的实数 x 叫做函数 $y=f(x) (x \in D)$ 的零点.

这样, 函数 $y=f(x)$ 的零点就是方程 $f(x) = 0$ 的实数根, 也是函数 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴的交点的横坐标, 所以方程 $f(x) = 0$ 有实数根 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴有交点 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=f(x)$ 有零点.

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的图象是连续不断的一条曲线, 并且有 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 那么, 函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有零点, 即存在 $c \in (a, b)$, 使得 $f(c) = 0$, 这个 c 也就是方程 $f(x) = 0$ 的根.

对于在区间 $[a, b]$ 上连续不断, 且 $f(a) \cdot f(b) < 0$ 的函数 $y=f(x)$, 通过不断地把函数 $f(x)$ 的零点所在的区间一分为二, 使区间的两个端点逐步逼近零点, 进而得到零点近似值的方法叫做二分法.

例题示例 >>>>>>

例题 1

设全集 $S = \{a, b, c, d, e\}$, $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, d, e\}$, 那么 $\complement_S (M \cap N)$ 等于 ()

A. $\emptyset$ B. $\{d\}$ C. $\{a, c\}$ D. $\{b, e\}$

答案: A

例题 2

已知 $A \rightarrow B = \mathbb{R}$, $x \in A, y \in B$, 对任意 $x \in A, x \rightarrow ax + b$ 是从 A 到 B 的函数. 若输出值 1 和 8 分别对应的输入值为 3 和 10, 求输入值 5 对应的输出值.

答案: 由题意可得 $\begin{cases} 3a+b=1, \\ 10a+b=8. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=1, \\ b=-2. \end{cases}$ 所以对应

法则 $f: x \rightarrow y = x - 2$, 故输入值 5 的输出值为 3.

例题 3

(1) 已知函数 $f(x) = ax^2 + 2ax + 1$ 在 $[-3, 2]$ 上有最大值 4, 求实数 a 的值;

(2) 已知函数 $f(x) = ax^2 + (2a-1)x - 3$ 在 $[-3, 2]$ 上有最大值 1, 求实数 a 的值.

答案: (1) 由 $f(x) = ax^2 + 2ax + 1 = a(x+1)^2 - a + 1$, 所以抛物线的对称轴 $x_0 = -1 \in [-3, 2]$, 当 $a > 0$ 时, 有 $y_{\max} = f(2)$, 即 $f(2) = 4$, 解得 $a = \frac{3}{8}$; 当 $a < 0$ 时, 有 $y_{\max} = f(-1)$, 即 $f(-1) = 4$, 解得 $a = -3$ 或 $a = \frac{3}{8}$.

(2) 由于函数的最大值只能在 $x_1 = -\frac{3}{2}$, $x_2 = 2$ 或 $x_0 =$

$\frac{1-2a}{2a}$ 处取得. ①令 $f(-\frac{3}{2}) = 1$, 解得 $a = -\frac{10}{3}$, 此时 $x_0 = \frac{1-2a}{2a} = -\frac{23}{20} \in [-\frac{3}{2}, 2]$, 故 y 的最大值不可能在 x_1 处取得. ②令 $f(2) = 1$, 解得 $a = \frac{3}{4}$, 此时 $x_0 = -\frac{1}{3} \in [-\frac{3}{2}, 2]$, 因为 $a = \frac{3}{4} > 0$, 所以 $f(x_0)$ 不是最大值, 计算 $f(x_1)$ 知 $f(-\frac{3}{2}) < 0$, 故 $y_{\max} = f(2)$, 即 $a = \frac{3}{4}$ 是符合题意的解. ③令 $f(\frac{1-2a}{2a}) = 1$, 解得 $a = \frac{1}{2}(-3 \pm 2\sqrt{2})$, 要使 $y_{\max} = f(x_0)$, 必须且只须 $x_0 \in [-\frac{3}{2}, 2]$. 经验证, 只有 $a = -\frac{1}{2}(3 + 2\sqrt{2})$ 时, 才有 $x_0 \in [-\frac{3}{2}, 2]$. 由①、②、③知符合题意的解是 $a = \frac{3}{4}$ 或 $a = \frac{-3-2\sqrt{2}}{2}$.

巩固训练 >>>>>

练习一

1. 下列各题中集合 A 和集合 B , 哪些表示同一集合, 哪些表示不同的集合?

- (1) $A = \{1, 2, 3, \dots, n-1, n\}$, $B = \{n, n-1, n-2, \dots, 2, 1\}$, $n \in \mathbb{N}$;
 (2) $A = \{(3, -5)\}$, $B = \{(-5, 3)\}$;
 (3) $A = \{n | n = 2k-1, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{n | n = 2k+1, k \in \mathbb{Z}\}$;
 (4) $A = \{x | x = 2n-1, n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{x | x = 2n+1, n \in \mathbb{N}\}$;
 (5) $A = \{\sqrt{2}, \pi\}$, $B = \{1.414, 3.1416\}$.

2. 在① $\{0, 1, 2\}$; ② $\{1\} \in \{0, 1, 2\}$; ③ $\{0, 1, 2\} \in \{0, 1, 2\}$; ④ $\emptyset \subseteq \{0\}$ 四个关系中, 错误的个数是 _____.

3. (2001年春季高考题改编) 集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子集总共有 _____ 个, 真子集总共有 _____ 个, 非空真子集总共有 _____ 个.

4. 下列命题是否正确?

- (1) 用“描述法”来描述一个集合, 其表示的形式是唯一的; (2) 无限集的真子集是有有限集; (3) 集合 $\{\emptyset\}$ 表示一个空集; (4) $\emptyset$ 是集合 $\{\emptyset\}$ 的元素, $\emptyset$ 又是 $\{\emptyset\}$ 的真子集; (5) 任何一个集合至少有两个子集; (6) 因为所有自然数皆为整数, 所以自然数集是整数集的真子集.

练习二

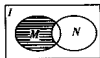
1. 设集合 $A = \{x | x \in \mathbb{Z} \text{ 且 } -9 \leq x \leq -2\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{Z} \text{ 且 } |x| \leq 5\}$, 则集合 $A \cap B$ 的子集的个数是 ()
 A. 11 B. 10 C. 15 D. 16
 2. 设集合 $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Q = \{x \in \mathbb{R} | 2 \leq x \leq 6\}$, 那么下列结论正确的是 ()
 A. $P \cap Q = P$ B. $P \cap Q \supsetneq Q$
 C. $P \cup Q = Q$ D. $P \cap Q \subsetneq P$
 3. 方程 $2x^2 + x + c = 0$ 的解集为 P , 方程 $2x^2 + bx + 2 = 0$ 的解集为 Q , $P \cap Q = \{-1\}$, 那么 $P \cup Q =$ _____.
 4. 设集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $P \cap Q$ 等于 ()
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4\}$
 C. $\{1\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

练习三

1. 如果 $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{1, 3, 4\}$, $N = \{2, 4, 5\}$, 那么 $(\complement_S M) \cap (\complement_S N)$ 等于 ()
 A. $\emptyset$ B. $\{1, 3\}$ C. $\{4\}$ D. $\{2, 5\}$
 2. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 那么下列结论正确的是 ()
 A. $M \cap N \neq \emptyset$ B. $M \cap N = \emptyset$
 C. $M \cap N \neq \emptyset$ D. $M \cap N \neq M$
 3. 设全集 $I = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | x \geq -2\}$, 集合 $B = \{x | x < 3\}$, 则 $\complement_I A \cap B =$ ()
 A. $\{x | -2 \leq x < 3\}$ B. $\{x | x \leq -2\}$
 C. $\{x | x < 3\}$ D. $\{x | x < -2\}$
 4. 设集合 $M = \{x | f(x) = 0\}$, $N = \{x | g(x) = 0\}$, 则方程 $f(x) \cdot g(x) = 0$ 的解集是 _____.

5. 已知 $A = \{\text{有外接面的平行四边形}\}$, $B = \{\text{有内切面的平行四边形}\}$, 那么 $A \cap B$ _____.

6. 如图, I 为全集, 集合 M, N 满足 $M \cap N \neq \emptyset$, 那么图中阴影部分用集合表示, 可表示为: _____.



练习四

1. 用区间表示下列不等式的解集:

- (1) $3x-8 \geq 5$; (2) $1 < 2x+3 \leq 4$; (3) $1.3 < x < 2.9$.

2. 求下列函数的值:

(1) 已知 $f(x) = \frac{-2}{x}$, 则 $f(5)$ _____;

(2) 已知 $f(x) = x^2 + 5x - 7$, 则 $f(2)$ _____;

(3) $F(x) = (1-x)^2$, $M(x) = x$, 设 $G(x) = \frac{F(x)}{M(x)}$, 则

$G(\sqrt{2}) =$ _____.

3. 求下列函数的定义域:

(1) $y = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$;

(2) $y = \frac{1}{|x|-9}$.

4. 求下列函数的值域:

(1) $f(x) = 2x$;

(2) $f(x) = -x^2 - 8x + 1$.

练习五

1. 下列函数是同一函数的是

A. $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$, $g(x) = x+1$

B. $f(x) = \sqrt{x^2}$, $g(x) = (\sqrt{x})^2$

C. $f(x) = |x|$, $g(t) = \sqrt{t^2}$

D. $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$, $g(x) = \sqrt{x^2-1}$

2. 下列命题中正确的有

A. 函数是其定义域到值域的一种对应

B. $f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{2-x}$ 是函数

C. 函数 $y = 2x (x \in \mathbb{N})$ 的图象是一条直线

D. 函数 $y = \begin{cases} x^2 (x \geq 0) \\ -x^2 (x < 0) \end{cases}$ 的图象是抛物线

3. 写出下列函数的值域:

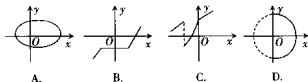
(1) 函数 $y = x-1$, $x \in \mathbb{Z}$ 且 $x \in [-1, 4]$;

(2) 函数 $y = x-1$, $x \in [-1, 4]$.

4. 下列表格中是用列表法表示函数的有

- ① 数学用表中的正弦表;
② 十月份的日历表中日期对应的星期;
③ 学号与考试总分的成绩表;
④ 银行电子表格中显示的利率与存期;
⑤ pH 值与 H^+ 浓度换算表.

5. 下列图形中, 能表示函数 $y = f(x)$ 的图象是



练习六

1. 设 $f: A \rightarrow B$ 是从集合 A 到集合 B 的映射, 下列说法正确的是

- A. 集合 B 中的每一个元素在集合 A 中的原象是唯一的
B. 集合 B 中的每一个元素在集合 A 中必有原象
C. 集合 B 是集合 A 中所有元素的象的集合
D. 集合 A 中的每一个元素在集合 B 中必有象

2. 从集合 A 到集合 B 的映射下, 下列说法正确的是

- A. A 中的每一个元素 a 的象可能不只一个
B. A 中的两个不同元素 a_1, a_2 的象必不相同
C. B 中的某个元素 b 的原象可能不只一个
D. B 中的两个不同元素的象可能相同

3. 已知 (x, y) 在 f 下的象是 $(\frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2})$, 求 $(-5, 2)$ 在 f 下的原象.

4. 试建立下列集合 A 到集合 B 的某种映射关系 f :

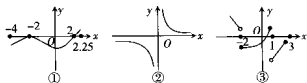
(1) 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{3, 6, 9, 18, 15, 18\}$;

(2) 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$, $B = \{3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$;

(3) 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$, $B = \{\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \dots\}$.

练习七

1. 根据图形, 写出函数的单调区间, 并指出单调性.



① 增区间是 _____, 减区间是 _____.

② 增区间是 _____, 减区间是 _____.

③ 增区间是 _____, 减区间是 _____.

2. 函数 $f(x) = (2k+1)x+2$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数, 求 k 的范围.

3. 已知 $f(x) = \frac{2}{x}$, 下列说法中正确的是 ()

A. $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 内是增函数, 在 $(0, +\infty)$ 内是减函数

B. $f(x)$ 在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上是减函数

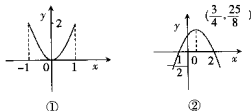
C. $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, +\infty)$ 上分别是减函数

D. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是减函数

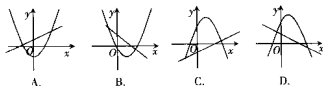
4. 证明函数 $f(x) = -2x+1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数.

练习八

1. 如图, 根据图象写出函数式.



2. $y = ax^2 + bx + c$ 与 $y = -ax + b (a \neq 0)$ 的图象只可能是 ()



3. 在同一坐标系内, 画出 $y = -x^2$ 与 $y = -2x^2$ 的图象, 并指出开口大小与二次项系数的关系.

4. 将下列函数写成 $y = a(x+h)^2 + k$ 的形式.

(1) $y = 6x^2 - 3x + 2$; (2) $y = x^2 + x - 1$;

(3) $y = -x^2 + 3x + 1$; (4) $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$.

练习九

1. 写出函数 $f(x) = x^2 + 4x - 1$ 图象的开口方向, 顶点坐标, 对称轴方程, 单调区间, 最小值.

2. $f(x) = 2x^2$ 的图象经过怎样的移动, 才可以得到下列函数的图象?

(1) $f(x) = 2(x+3)^2 - 7$;

(2) $f(x) = -2x^2$;

(3) $f(x) = -2(x+1)^2 + 6$.

3. 已知, 函数 $f(x) = (x-5)^2 + 3$, 试求它在下列区间上的最大值或最小值, 以及对应的 x .

- (1) $x \in [3, 6]$; (2) $x \in [6, 9]$; (3) $x \in (-1, 4]$.

4. 二次函数满足下列条件, 求其解析式.

- (1) 图象过点 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ 和 $(2, -6)$;
(2) 图象的顶点为 $(2, 1)$, 过点 $(3, -2)$.

练习十

1. 判断下列函数的奇偶性.

- (1) $f(x) = 3x$; (2) $f(x) = \frac{1}{x}$;
(3) $f(x) = x^2 + 1$; (4) $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{2x^2 - 1}$.

2. 画出下面两个函数的图象, 并判断它们的奇偶性.

- (1) $f(x) = x, x \in [-2, 2]$;
(2) $f(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x(x-2)}$.

3. 二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 在什么情况下是偶函数?

4. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 而且 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 是减函数, 证明 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 是减函数.

练习十一

1. 填空: 数字 0.000912 用科学计数法表示其形式为: $\underline{\hspace{2cm}}$

2. 填空: $0.125^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 计算下各式:

- (1) $(x^4)^4 \cdot x^4 x^{-6}$; (2) $(a-b)^7 \cdot (b-a)^2$.

4. 已知: $2^x + 2^{-x} = 2$, 求 8^x 的值.

练习十二

1. 填空:

- (1) $64^{\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $36^{-\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$; (3) $(343^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 填空: 式子 $(a-1)^{-6}$ 中 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 式子 $(a-1)^{-\frac{1}{3}}$ 中 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 式子 $(a-1)^{-\frac{1}{4}}$ 中 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 计算: $(a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2}}) \cdot (-3a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}}) \cdot \left(\frac{1}{3} a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}}\right)^{-1}$.

4. 求下列各式的值.

- (1) $0.027^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{1}{3}} - \left(2\frac{7}{9}\right)^{0.5}$;
(2) $(8^{\frac{1}{3}})^{-\frac{2}{3}} (10^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}} \div (10^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}$.

练习十三

1. 指数幂取值范围(数集)扩大的顺序是 $\underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$, 幂运算的三条法则 $\underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$, 对实数幂指数均成立.

2. 用不等号连接式子: $3^{\sqrt{2}}$ _____ $3^{1.4}$.

3. 求下列各式的值:

(1) $343^{\frac{2}{3}}$; (2) $2401^{\frac{1}{4}}$; (3) $3125^{\frac{3}{5}}$.

4. 已知 $10^a=2$, $100^b=3$, 求 $1000^{2a-\frac{1}{2}b}$ 的值.

练习十四

1. 填空: 函数 $y=2^x$ 、 $y=x^2+x$ 、 $y=x^2$ 、 $y=x^3$ 、 $y=3 \cdot 4^x$ 、 $y=3^x$ 中是指数函数的有_____.

2. 填空: $y=a^x$ ($a>0$, 且 $a \neq 1$) 的定义域是_____.

$y=a^{\sqrt{-x+1}}$ ($a>0$, 且 $a \neq 1$) 的定义域是_____.

3. 试比较幂函数与指数函数的异同.

4. 在下列指数函数中求实数 a 的取值范围:

(1) $y=(1-3a)^x$; (2) $y=(3a^2-1)^x$.

练习十五

1. 填空: 若 $2^{x^2-1}>1$, 则 x 的取值范围是_____.

若 $(\frac{1}{2})^x>8$, 则 x 的取值范围是_____.

2. 作出函数 $y=3^x$ 和函数 $y=(\frac{1}{3})^x$ 的图象.

3. 已知 $y=2^{-x^2+2x+7}$, 若 $y>16$, 求 x 的取值范围.

4. 求 $y=2^{3x^2-2x+1}$ 的定义域、值域, 并指出其单调区间.

练习十六

1. 填空: 若 $a^{\sqrt{6}}>a^3$, 则实数 a 的取值范围是_____.

若 $y=(a^2-1)^x$ 是 $\mathbb{R}$ 上的减函数, 则 a 的取值范围是_____.

2. 比较下列各组数的大小(用不等号填空):

(1) $(\frac{\sqrt{7}}{4})^{0.1}$ _____ $(\frac{\sqrt{7}}{4})^{0.2}$;

(2) $(\frac{3}{4})^{\frac{1}{3}}$ _____ $(\frac{4}{3})^{\frac{1}{3}}$;

(3) $(\sqrt{0.8})^2$ _____ $(\frac{5}{3})^{\frac{1}{3}}$.

3. 求下列函数的定义域:

(1) $y=2^{x^2-1}$; (2) $y=(\frac{1}{3})^{\sqrt{1-x}}$;

(3) $y=\sqrt{2x+1}$; (4) $f(x)=\sqrt{1-a^x}$ ($a>0$, 且 $a \neq 1$).

4. 求满足下列条件的 x 的取值范围:

(1) $4^{3x-1}>8$; (2) $(0.2)^{x^2-3x-10}<1$.

练习十七

1. 已知: $\log_2 8 = \frac{3}{2}$, 则 $x =$ _____.



2. 已知: $\lg 21.3 = a$, 则 $\lg 0.213 =$ _____.

3. 将下列指数式化成对数式, 对数式化成指数式:

(1) $a^0 = 1$;

(2) $a^1 = a$;

(3) $\log_a \sqrt[3]{a^2} = \frac{2}{3}$;

(4) $\log_{\frac{1}{2}} 625 = -4$.

4. 求下列各式的值:

(1) $7^{\lg 5}$;

(2) $\log_6 2 + \log_6 \frac{1}{2}$;

(3) $\log_5 100 + \log_5 0.25$;

(4) $\lg \frac{1}{4} - \lg 25$.

练习十八

1. 计算对数函数 $y = \log_5 x$ 对应于 x 取 2, 4, 8, 16,

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{32}$ 时的函数值.

2. 指数函数 $y = 3^x$ 的反函数是 _____; 对数函数 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 的反函数是 _____.

3. 当 $x =$ _____ 时, 对数函数 $y = \log_2 x$ 的值为 0, 当 $x =$ _____ 时, 对数函数 $y = \log_2 x$ 的值为 -2.

4. 已知 $f(e^x) = x$, 求 $f(5)$ 的值.

练习十九

1. 完成下列填空:

画对数函数 $y = \log_3 x$ 图象有两种方法, 方法一是 _____, 方法二, 可先画出函数 _____ 的图象, 再变换为 _____ 图象.

2. 对数函数 $y = \log_4 x$ 的反函数为 _____.

3. 画出函数 $y = \log_4 x$ 的图象, 并说出它的性质.

4. 利用图象, 找出适合方程 $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{5}{2}$ 的近似解 (精确至 0.1).

练习二十

1. $\log_2 \sqrt{2}$ _____ $\log_5 \sqrt{5}$; $\log_2 2$ _____ 1; $\ln \pi$ _____ $\ln 3.14$ (填 “>”, “<”, “=”).

2. 画出函数 $y = \log_3 x$ 与 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 图象, 并比较这两个函数的相同性质和不同性质.

3. 求下列函数的定义域:

(1) $y = \log_2 (4 - 2x)$;

(2) $y = \log_3 \frac{10}{2x+1}$;

(3) $y = \log_3 \frac{\sqrt{x^2-4}}{2x-1}$.

4. 比较大小:

(1) $\log_6 6, \log_6 6$;

(2) $\log_a \pi, \log_a e (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$.

练习二十一

1. 指数函数值增长非常快, 人们常称这种现象为 _____

2. 三种函数 $y_1 = 2^x, y_2 = x^2, y_3 = \log_2 x (x > 0)$, 当 $x \in (2, 4)$ 时, 函数 _____ 的增长快于 _____, _____ 增长最慢. 当 $x \in [4, +\infty)$ 时, 函数 _____ 的增长快于 _____, _____ 增长最慢.

3. 若函数 $f(x) = ax - b (b \neq 0)$ 有一个零点 3, 那么函数 $g(x) = bx^2 + 3ax$ 的零点是 _____.

4. 函数 $f(x) = \sum_{n=1}^{19} |x - n|$ 的最小值为 _____.

参考答案

练习一

1. (1)、(3) 中 A 和 B 表示同一个集合; (2)、(4)、(5) 都不是.

2. 2

3. 由性质, 当集合内含 n 个元素, 它有 2^n 个子集, $2^2 = 4$ 个子集, 31 个真子集, 30 个非空真子集.

4. (1)、(2)、(3)、(5) 都不正确, (4)、(6) 正确.

练习二

1. D 2. D 3. $\{-1, \frac{1}{2}\}$ 4. A

练习三

1. A 2. C 3. D 4. $M \cup N$ 5. {正方形} 6. $M \cap C_r N$

练习四

1. (1) $[\frac{13}{3}, +\infty)$ (2) $(-1, \frac{1}{2})$ (3) (1.3, 2.9)

2. (1) $-\frac{2}{5}$ (2) 7 (3) $\frac{3\sqrt{2}-4}{2}$

3. (1) $[0, 1) \cup (1, +\infty)$ (2) $\{x | x \in \mathbf{R}, \text{ 且 } x \neq \pm 9\}$

4. (1) $\mathbf{R}$ (2) $(-\infty, -17]$

练习五

1. C 2. A

3. (1) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ (2) $\{y | -2 \leq y \leq 3\}$

4. ①③④⑤ 5. B

练习六

1. D 2. C 3. $(-3, -7)$

4. (1) $y = 3x$ (2) $y = 2x + 1$ (3) $y = \frac{x+1}{x+2}$

练习七

1. ① $[-4, -2]$ 和 $[0, 2.25]$, $(-2, 0)$ ② 无, $(-\infty,$

0) 和 $(0, +\infty)$ ③ $[-2, 1]$ 和 $(1, 3]$, $(-\infty, 2)$

2. $k < -\frac{1}{2}$ 3. C

4. 证明: 任取实数 $x_1 < x_2$,

$\therefore f(x_2) - f(x_1)$

$= (-2x_2 + 1) - (-2x_1 + 1)$

$= 2(x_1 - x_2) < 0$,

即 $f(x_2) < f(x_1)$.

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数.

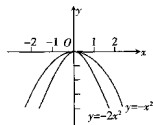
练习八

1. ① $y = 2x^2 \quad x \in [-1, 1]$ ② $y = -2x^2 + 3x + 2$

2. D

3. 若二次项系数为负, 则开口越大, 系数越大; 开口越小, 系数也越小.

若二次项系数为正, 则开口越大, 系数越小; 开口越小, 系数越大.



4. (1) $y = 6(x - \frac{1}{4})^2 + \frac{13}{8}$

(2) $y = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{5}{4}$

(3) $y = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{13}{4}$

(4) $y = a(x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$