新课标

同一堂课

高效全程导学

GAOXIAO QUANCHENG DAOXUE

丛书总主编：薛金星

配套人民教育出版社实验教科书

高中数学A

必修②

北京师范大学出版社
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS
二十一世纪出版社
21st Century Publishing House

新课标

同一堂课

高效全程导学

Gaoxiao Quancheng Daoxue

丛书主编：薛金星

配套人民教育出版社实验教科书

高中数学

必修②

主　　编：张福俭
编　　委：孙志军　朱　骏

A版

北京师范大学出版社
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PRESS
二十一世纪出版社
21st Century Publishing House

同一堂课·高效全程导学

高中数学·必修②

配套人民教育出版社数学 A 版实验教科书

出版:21 世纪出版社
地址:江西省南昌市子安路 75 号　　邮编:330009
发行:北京白鹿苑文化传播有限公司
印刷:北京季蜂印刷有限公司
版次:2005 年 8 月第 1 版第 1 次印刷
开本:880×1230 毫米　1/16　印张:5.75
书号:ISBN 7-5391-3060-1
定价:9.00 元

前言

同学们,《高中新课标高效全程导学》丛书和大家见面了,它作为你学习的良师益友,将伴随你度过高中三年宝贵的学习时光。

随着课程改革的不断深化和新教材在全国范围的使用,新的教育理念日益深入人心,新的课程标准也得到认真贯彻。为适应新的学习需要,我们精心组织编写了这套丛书。编写的宗旨是"导学"——激发兴趣,启迪探究,拓展认知,锤炼能力;编写的体例是"全程"——与教材同步,以单元(章)为大单位,以课(节)为小单位,按课前、课中、课后三个学习阶段,设三个模块,每个模块设若干栏目,对同学们应掌握的知识和应具备的能力进行指导和训练。随着这些模块和栏目的日修月炼,教材所包含的丰富内容,将如"好雨知时节"那样,"润物细无声"地化为同学们的"知识与技能,过程与方法,情感态度与价值观"。

第一模块是"预而立之"。中国有古训"凡事预则立,不预则废"。就是说不论做什么事情,预先做好准备,才能成功;不预先做好准备,就会失败。学习当然也如此,课前的预习是一个重要环节。做好课前预习,课堂上才能充分开展师生间的互动和交流,收到好的学习效果。"预而立之"设两个栏目:一是[课标导航]。本栏目将帮助同学们明确学习目标,知道学习精力应往哪儿使;同时在学习目标引导下,收集相关信息,养成关注信息的习惯和处理信息的能力;二是[自学引领]。本栏目将帮助同学们创设自学情景,指导自学方法,培养终身受益的自学能力,同时也为提高课堂学习效率奠定良好基础。

第二模块是"博而学之"。《中庸》中说:"博学之,审问之,慎思之,明辨之,笃行之。"这里论述的是学习过程中必须把握住的几点要领:要广泛地学习知识,详尽地探究原理,慎重地思考得失,明确地辨别正误,切实地进行实践。把握住这几点,课堂学习效果自然会好。本模块设四个栏目:一是[知识窗口]。帮助同学们掌握本课(节)应知应会的基础知识,通过[知识窗口]认识世界;二是[要点探究]。引领同学们深入探究本课(节)的重点和难点,整体把握教材内容;三是[例题精析]。选择有代表性的典型例题,进行解说,指明思路,训练思维;四是[互动平台]。通过提出若干思考题进行师生间、同学间互动交流,总结知识规律和解决方法。本模块需要申明两点:一是每个学科都有各自的特点,因而所设栏目可能因学科不同而有所变动;二是课堂学习是以教师为主导进行的,同学们要在本模块所设栏目引领下,很好地配合教师的教学。

第三模块是“学而习之”。《论语》开篇第一句说：“子曰：学而时习之，不亦说乎!”课后复习，不仅能巩固所学知识，而且能温故而知新，提升学习质量，的确是学习生活中必不可少的一步。因而“学而习之”是本丛书的重点模块，设三个栏目：一是[达标演练]。旨在巩固已学过的知识，同时也是自我评价，测试一下自己是否达到了“预而立之”所提出的学习目标；二是[能力提升]。本栏目所列练习题是[达标演练]题的延伸和深化，培养探究精神，提高灵活运用所学知识的能力；三是[拓展创新]。本栏目所列习题，是在以上两类习题基础上的拓展，有一定难度，思维空间也更为广阔，适于创新意识的培养和创新能力的提高。

在以上三个模块之外，本丛书大部分科目在每个单元(章)之后还配置了[单元评价]，每册书之后配置了[综合评价]。这些练习题更注重上、中、下三个档次题的难度搭配，习题内容也更注重联系同学们的生活经验，联系社会热点问题，联系当代科技发展的前沿知识，其题型、内容、难度都极力向高考题拉近。同学们只要认真做好这些练习题，实质上就是进行一次次高考的实战演习。

同学们，这套丛书由全国各地最富有教学经验的老师们编写，他们了解同学们的实际，熟知学科知识的体系和结构，也洞悉高考改革的趋向。同学们只要随身携带这套丛书，就必将起到你行进中的手杖和指示灯的作用。当你顺利步入高等学府的殿堂时，这套丛书仍会是你学习生活中永远的记忆。

目录 同一堂课高效全程导学·数学

CONTENTS

第一章　空间几何体

1.1　空间几何体的结构

课标导航

1. 认识棱柱、棱锥和棱台的几何特征，了解棱柱、棱锥和棱台的概念.

2. 能识别一些简单几何体是否是棱柱、棱锥和棱台，并能了解棱柱、棱锥和棱台的基本作图方法.

3. 认识圆柱、圆锥、圆台的结构特征，了解圆柱、圆锥和圆台的概念.

4. 认识一些简单的组合体的结构特征.

自学引领

学习该节内容时要注意多从生活中寻找几何体的实例，感知不同几何体的结构特征.

1. 由于棱柱是研究棱锥和棱台的基础，因此对棱柱结构特征的掌握成为学好本节内容的关键，结合棱柱的结构特征，教材强调：棱柱中有两个面平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行. 该特征中，前两点不难理解，为什么要强调第三点？为了深入地对棱柱定义和结构进行了解，学习时，我们还可以换一个角度思考问题：棱柱中互相平行的面是不是只有这一对？有两个面平行，且其他面都是四边形的几何体是否一定是棱柱？

2. 棱锥的特点：有一个面是多边形，其余各面都是三角形，并且这些三角形有一个公共顶点. 为什么要强调三角形有公共点？是否存在有一个面是多边形，其余各面是三角形的几何体不是棱锥？

3. 圆柱和圆锥具有相似的结构特征，它们都是由平面图形的旋转生成的. 学习概念时一定要注意掌握它们分别是由怎样的平面图形，绕怎样的轴旋转而成的. 学习球的结构的方法也是一样的.

4. 棱台、圆台在教材中是放在一起研究的，它们都是由平行于锥体底面的平面截得的. 这种定义台体的方法充分说明了台体和锥体间的联系，提供了处理台体问题的一种方法——还台为锥. 判定一个几何体是否是台体的关键就是看它能否还原为锥体.

例题精析

例 1　观察图 1.1—1，分别判断(1)中的三棱镜，(2)中的方砖，(3)中的螺杆头部模型，分别有多少对互相平行的平面，其中能作为棱柱底面的分别有几对？

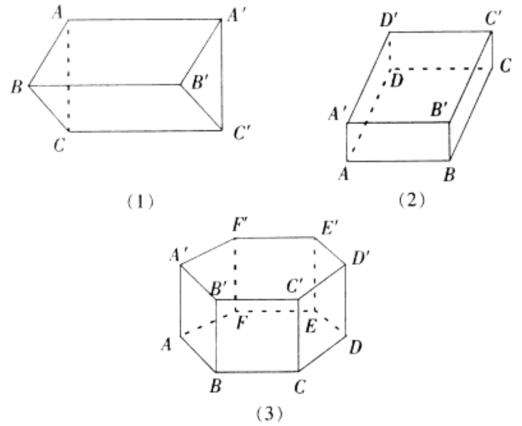


图 1.1—1

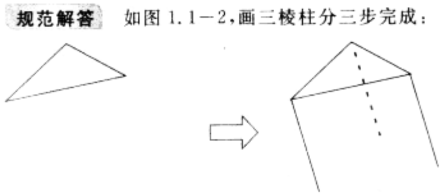
规范解答　三棱镜是三棱柱，其中仅有一对互相平行的平面，这一对面就是棱柱的底面；方砖是长方体，有三对互相平行的平面，这三对面都可以是棱柱的底面；螺杆头部模型是六棱柱，其中互相平行的平面共有四对，但作为棱柱底面的只有一对，即互相平行的两个六边形.

解题回顾　1. 在棱柱中，一对互相平行的平面是否有资格作为底面，必须看其余各面是否均为四边形，且每相邻两个四边形的公共边都互相平行.

2. 在棱柱中，长方体是比较特殊的，它的每一对平行的面都可以作为底面. 请想一想在棱锥中是否也有各个面都可以作为底面的棱锥呢？

例 2　画出一个三棱柱和一个四棱台.

规范解答　如图 1.1—2，画三棱柱分三步完成：



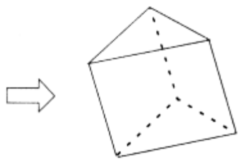


图 1.1—2

第一步：画上底面——画一个三角形；

第二步：画侧棱——从三角形的每一个顶点画平行且相等的线段；

第三步：画下底面——顺次连结这些线段的另一个端点.

如图 1.1－3，画一个四棱台的方法：

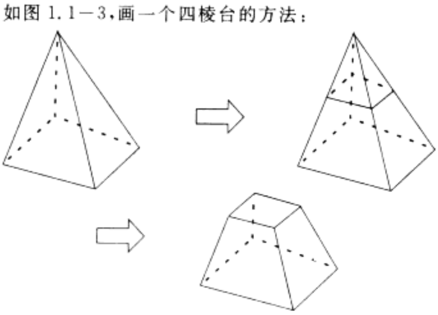


图 1.1—3

第一步：画下底面——画一个四边形；

第二步：画一个四棱锥——从四边形外取一点，将它与四边形的端点连成线段；

第三步：画上底面——从四棱锥的一条侧棱上取一点，从这点开始，顺次在各个侧面内画出与底面对应边平行的线段，将其余线段擦去.

解题回顾 在立体几何中，绘制空间图形时，要注意观察的角度，凡是被遮挡的线都要用虚线表示，以增强其立体感，这与平面几何中用虚线表示辅助线不同.

例 3 判断下列说法是否正确，并说明理由.

(1)有两个面互相平行，其他各面都是平行四边形的几何体一定是棱柱.

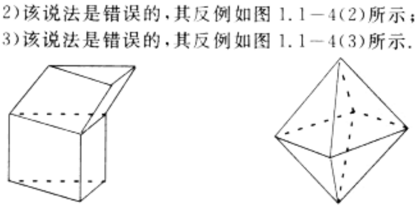
(2)各面都是三角形的多面体一定是三棱锥.

(3)有两个平面是互相平行的矩形，其他各面都是梯形的几何体一定是四棱台.

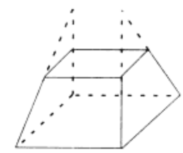
规范解答 (1)该说法是错误的，其反例如图 1.1－4(1)所示；

(2)该说法是错误的，其反例如图 1.1－4(2)所示；

(3)该说法是错误的，其反例如图 1.1－4(3)所示.



(1) (2)



(3)

图 1.1—4

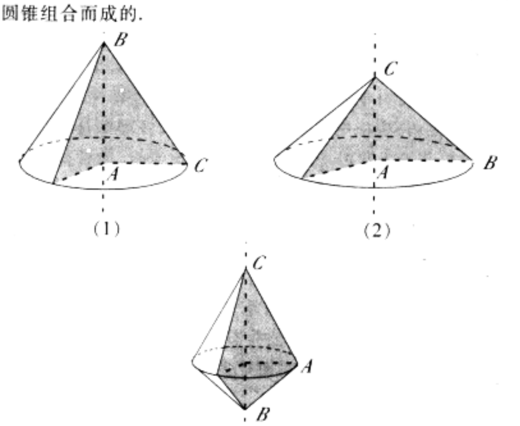
解题回顾 1. 由于棱柱是可以由一平面多边形沿某一方向平移形成的，因此棱柱的概念有两个本质的属性：①有两个面(底面)互相平行；②其余每相邻两个面的交线互相平行. (1)中的说法忽视了棱柱每相邻两个面的交线互相平行的属性.

2. 棱锥是棱柱的一个底面收缩成一个点时得到的，在此过程中，原来棱柱的侧面变为三角形，且所有三角形都共有棱锥的顶点. (2)的说法恰恰忽视了这一属性.

3. 棱台是用平行于棱锥底面的平面截棱锥得到的，因此棱台可以还原为棱锥，其侧棱的延长线必须交于一点. (3)的错误提示我们画棱台时，必须先画棱锥.

例 4 直角△ABC 中，$\angle A=90°$，将△ABC 分别绕 AB、AC、BC 三边所在直线旋转一周，由此形成的几何体是什么简单几何体或是由哪些简单几何体构成的？

规范解答 如图 1.1－5(1)、(2)，△ABC 绕 AB、AC 边所在直线旋转一周，得到的几何体都是圆锥；如图 1.1－5(3)，△ABC 绕 BC 边所在直线旋转一周，得到的几何体是由两个圆锥组合而成的.

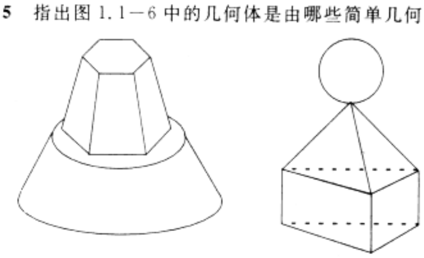


(1) (2) (3)

图 1.1—5

解题回顾 确定一个平面多边形绕轴旋转一周所形成的几何体的形状时，要将多边形的每一条边都考虑到.

例 5 指出图 1.1－6 中的几何体是由哪些简单几何体构成的？



(1) (2)

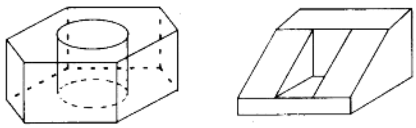


图 1.1—6

规范解答 图 1.1－6(1)中的几何体是由一个六棱台和一个圆台组合而成的；

图 1.1－6(2)中的几何体是由一个球、一个三棱锥和一个三棱柱组合而成；

图 1.1－6(3)中的几何体是由一个六棱柱挖去一个圆柱构成的；

图 1.1－6(4)中的几何体是由一个五棱柱挖去一个三棱柱构成的.

解题回顾 现实世界中，我们看到的物体大多是由具有柱、锥、台、球等几何结构特征的物体组合而成的，熟练掌握柱、锥、台、球等简单几何体的结构特征是求解这类问题的关键.

例 6 指出下列旋转体，可由什么平面图形绕轴旋转一周形成？

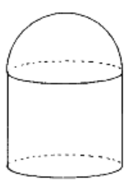


图 1.1—7

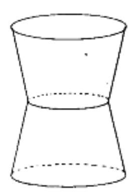
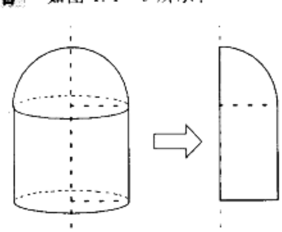


图 1.1—8

思路点拨 旋转体的任何一个过旋转轴的截面(轴截面)都被轴分成两部分，其中每一部分绕轴旋转一周，都可以形成原旋转体.

规范解答 如图 1.1－9 所示：



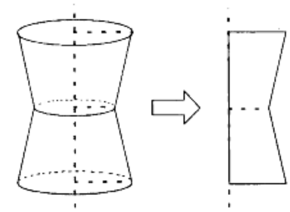


图 1.1—9

互动平台

1. 如何判断一个几何体是棱柱？如何确定其底面？

2. 请举出一些日常生活中简单组合体的实例，并说明它们分别是由哪些简单几何体组成的？

达标演练

一、选择题

1. 一个三棱锥的四个面中，能作为棱锥底面的有（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

2. 四棱台中侧棱和侧面数分别为（　　）

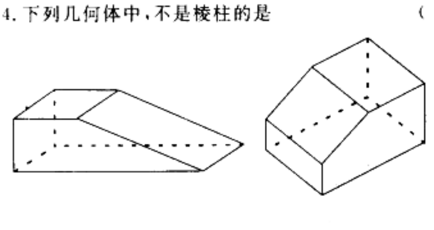
A. 4，6　　B. 4，4　　C. 6，6　　D. 6，4

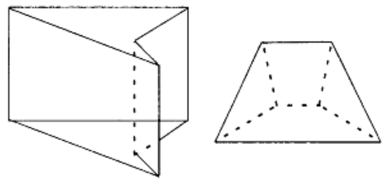
3. 棱柱可以看成是一个平面多边形沿某一方向平移得到的，则形成四棱柱的平面多边形一定是（　　）

A. 四边形　　B. 矩形

C. 菱形　　D. 平行四边形

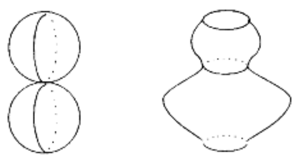
4. 下列几何体中，不是棱柱的是（　　）



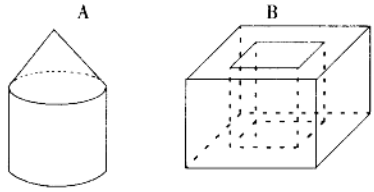


C　　　　D

5. 下列几何体中不能通过一个平面多边形绕一条直线旋转一周得到的是（　　）



A　　　　B



C　　　　D

6. 将一个直角梯形绕其一边旋转一周形成的几何体，不可能是（　　）

A. 一个圆台

B. 一个圆柱

C. 一个圆锥和一个圆台挖去一个圆锥构成的组合体

D. 一个圆柱和一个圆锥的组合体

二、填空题

7. 一个五棱柱共有________个面，其中互相平行的面有________对.

8. 一个棱柱至少有________个面，面数最少的一个棱锥有________个顶点，顶点最少的一个棱台有________条侧棱.

9. 下列说法：①用一个平面去截棱锥，底面和截面之间的部分是棱台；②长方体一定是四棱柱，四棱柱一定是长方体；③用一个平面去截长方体，其截面有可能是六边形．其中正确的是________.

10. 以下说法：①将一个圆面沿某个方向平移形成的空间几何体是圆柱；②圆台的所有母线所在直线交于一点；③将圆柱的一个底面收缩成一个点时形成的几何体是一个圆锥．其中正确的是________.

三、解答题

11. 如图 1.1－10，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，分别过 BC、A_1D_1 的两个平行截面将长方体分成三部分，指出这三部分几何体的名称，并指出左边一个几何体的顶点、侧棱、底面、侧面.

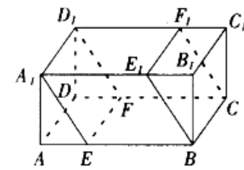
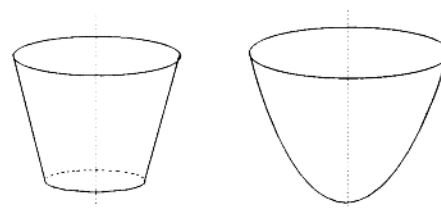


图 1.1—10

12. 指出图 1.1－11 中几何体的对称轴、母线及底面，并在图中标出.



(1)　　　　(2)

图 1.1－11

13. 画出一个长方体和一个五棱台.

14. 根据下列对几何体结构的描述，说出几何体的名称.

(1)由一个梯形沿某一方向平移形成；

(2)由 8 个面围成的，其中有两个面是互相平行且全等的正六边形，其他面都是全等矩形；

(3)由 4 个面围成，且每个面都是三角形；

(4)由 5 个面围成的，其中有两个面是互相平行且不全等的正三角形，其他各面都是全等的等腰梯形.

15. 指出图 1.1—12 中几何体是由哪些简单几何体构成的.

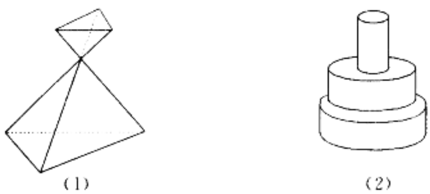


图 1.1—12

16. 指出图 1.1—13 中几何体是由哪些简单几何体构成的.

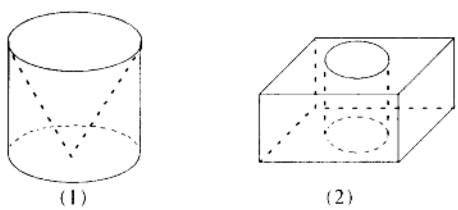


图 1.1—13

拓展创新

1. 画出由图 1.1—14 所示的图形(阴影部分)绕轴 l 旋转一周所形成的几何体的大致形状.

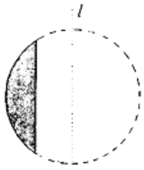


图 1.1—14

2. 充满气的轮胎可以通过什么图形的旋转生成?

1.2　空间几何体的三视图和直观图

课标导航

1. 了解立体图形三视图的原理,并能画出简单几何图形的三视图;能识别三视图所表示的立体模型.
2. 掌握水平放置的平面图形的直观图的画法.
3. 会用斜二测画法画出立体图形的直观图.
4. 了解中心投影和平行投影的概念.

自学引领

比较准确地画出几何图形,是学好立体几何的前提,因此,本节内容是立体几何的基础之一,应引起足够的重视.

1. 利用物体的"主视图"、"俯视图"和"左视图",即可了解物体的几何结构,这种图称为"三视图". 准确画出空间几何体的三视图是立体几何中一种基本技能,有助于丰富我们的空间想像能力. 学好本节内容的关键是"实践",在动手作图的过程中,学会三视图的画法;在对三视图的观察中,体会三视图在认识几何体中的作用.

画三视图时,应注意遵循"高平齐"、"长对正"、"宽相等"的原则,对一些简单组合体,作三视图之前应仔细观察,认识其基本结构后,再动手作图.

2. 用斜二测画法画出立体图形的直观图也是立体几何中一种基本技能.

用斜二测画法画出立体图形的直观图,关键是掌握水平放置的平面图形的直观图的画法,而画平面图形(多边形)的直观图的关键又是确定多边形的顶点,因为顶点位置一确定,就可以依次将这些点连成多边形.

在平面内确定点的位置,可以借助于直角坐标系确定点的坐标,确定点的坐标需要借助于一些平行于坐标轴的线段,因此,应了解斜二测画法的规则:平行于 x 轴的线段,在直观图中,平行于 x' 轴,且长度保持不变,平行于 y 轴的线段,在直观图中,平行于 y' 轴,且长度为原来的一半. 由于坐标轴上的点比较容易确定,因此,需要特别注意对坐标系的建立方式进行选择,以使作图更容易.

例题精析

例 1　画出图 1.2—1 中几何体的三视图.

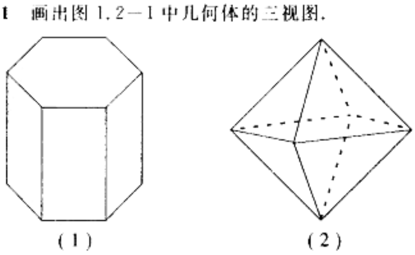


图 1.2—1

规范解答 这两个几何体三视图如图1.2—2所示.

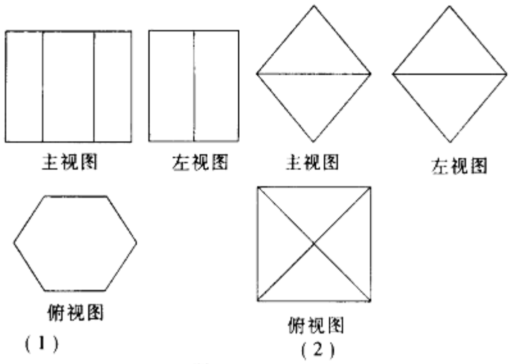


图1.2—2

解题回顾 1.画三视图时应注意:主视图与左视图的高要保持平齐,主视图与俯视图的长应对正,俯视图与左视图的宽度应该相等,即"高平齐"、"长对正"、"宽相等".

2.从不同的角度进行观察,所得到的三视图可能不同,即所谓"横看成岭侧成峰,远近高低各不同".

例2 画出图1.2—3中几何体的三视图.

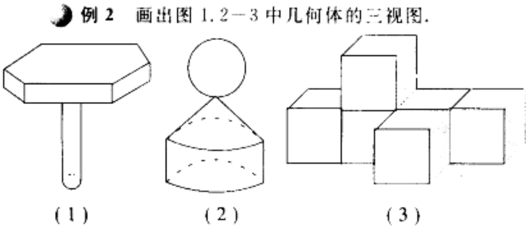
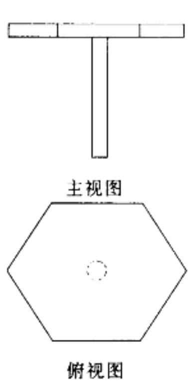


图1.2—3

思路点拨 画三视图之前,先要把几何体的结构弄清楚,图1.2—3(1)中的几何体是由一个六棱柱和一个圆柱组成的一个组合体,图1.2—3(2)是一个球和一个圆锥、一个圆柱组合成的组合体.图1.2—3(3)是6个长方体的组合体.

规范解答 这两个几何体的三视图如图1.2—4所示.



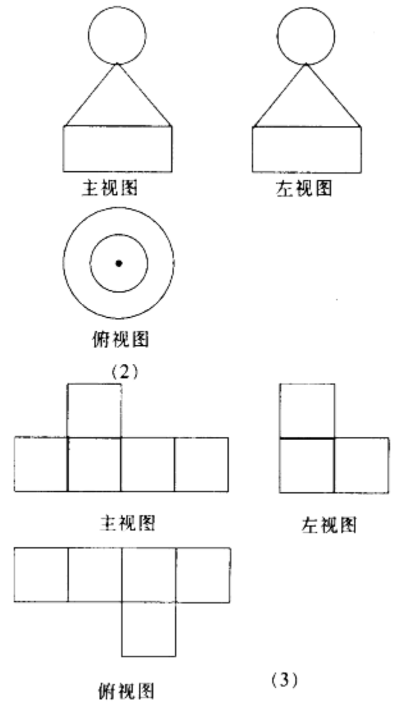


图1.2—4

解题回顾 注意图(1)中的俯视图中小圆应画成虚线,因为从上向下观察时,圆柱被遮挡住了.

例3 一个几何体的三视图如图1.2—5所示,它们分别是什么几何体?

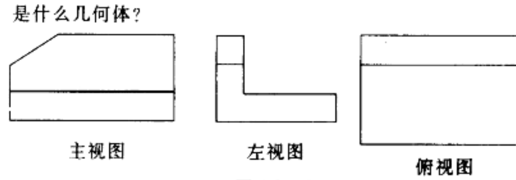


图1.2—5

规范解答 该几何体是一个五棱柱和一个四棱柱的组合体,其示意图如图1.2—6所示.

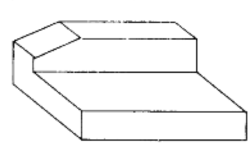


图1.2—6

解题回顾 已知几何体求作其三视图和已知三视图还原几何体的实践过程,有助于我们空间想像能力的形成和发展.

例4 画边长为2cm的正三角的水平放置的直观图.

规范解答 作法一:

画法:如图1.2—7,按以下步骤完成:

第一步:以BC边所在的直线为x轴,以BC边上的高线

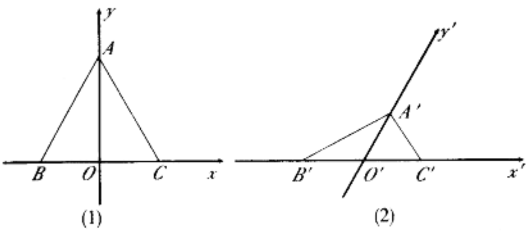


图 1.2—7

AO 所在的直线为 y 轴，再画对应的 x'、y' 轴，使 $\angle x'O'y'=45°$.

第二步：在 x' 轴上截取 $O'B'=O'C'=1\text{cm}$，在 y' 轴上截取 $O'A'=\frac{1}{2}AO$.

第三步：连结 $A'B'$、$A'C'$，则 $\triangle A'B'C'$ 即为正 $\triangle ABC$ 的直观图.

作法二：

画法：如图 1.2—8，按以下步骤完成：

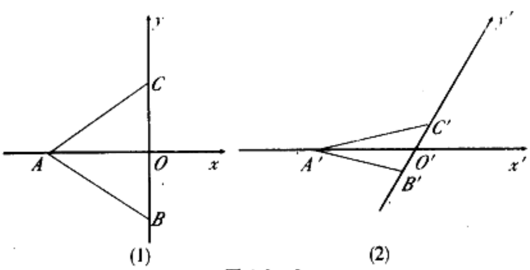


图 1.2—8

第一步：以 BC 边所在的直线为 y 轴，以 BC 边上的高 AO 所在的直线为 x 轴，再画对应的 x' 轴、y' 轴，使 $\angle x'O'y'=45°$.

第二步：在 x' 轴上截取 $O'A'=OA$，在 y' 轴上截取 $O'B'=O'C'=\frac{1}{2}OC=1\text{cm}$.

第三步：连线 $A'B'$、$A'C'$，则 $\triangle A'B'C'$ 即为正 $\triangle ABC$ 的直观图.

解题回顾　画出两种水平放置的直观图是为了今后在画立体图形的直观图时，根据不同题目中的条件要选择不同的画法. 正三角形的两种水平放置的直观图不论哪一种画法，可以看到它们的三边不可能再相等，三个内角也不可能再相等.

例 5　画出如图 1.2—9 所示的任意四边形 $ABCD$ 的水平放置的直观图.

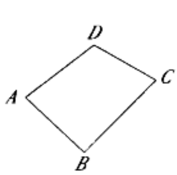


图 1.2—9

规范解答　画法：如图 1.2—10，按以下步骤完成：

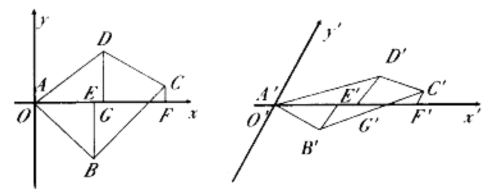


图 1.2—10

第一步：以 A 为原点，过 A 的水平线为 x 轴，建立直角坐标系 xOy. 分别过 B、C、D，画 y 轴的平行线交 x 轴于 E、F、G. 画出相应的 x' 轴、y' 轴，使 $\angle x'O'y'=45°$.

第二步：取 A' 与 O' 重合，在 x' 轴上取 $A'E'=AE$，$A'F'=AF$，$A'G'=AG$. 过 E' 在 x' 轴的下方作 $E'B'\parallel O'y'$，并使 $E'B'=\frac{1}{2}EB$；分别过 F'、G' 在 x' 轴上方作 $F'C'\parallel O'y'$，$G'D'\parallel O'y'$ 并使 $F'C'=\frac{1}{2}FC$，$G'D'=\frac{1}{2}GD$.

第三步：连结 $A'B'$、$B'C'$、$C'D'$、$D'A'$，所得四边形 $A'B'C'D'$ 就是四边形 $ABCD$ 的直观图.

解题回顾　用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图，步骤较多，关键是选择"水平方向"的 Ox 轴与"竖直方向"的 Oy 轴，应合理地确定要画的点，简化画图过程. 应特别注意：只有与 Ox 轴或 Oy 轴平行的线段，才能按 x 轴或 y 轴的轴向变化率在直观图中直接作出，否则要引辅助线.

例 6　如图 1.2—11，$\triangle A'B'C'$ 是水平放置的平面图形的直观图，试画出原平面图形 $\triangle ABC$.

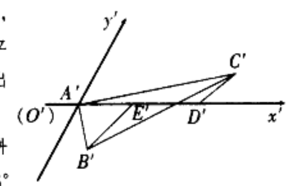


图 1.2—11

思路点拨　根据斜二测画法可知，先把成 45° 角的 x'、y' 轴"复原"为互相垂直的 x 轴、y 轴，接着"复原"各个顶点.

规范解答　画法：如图 1.2—12，按以下步骤完成：

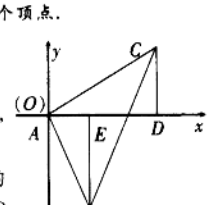


图 1.2—12

第一步：画出对应的 x 轴、y 轴，使 $\angle xOy=90°$.

第二步：分别过 B'、C' 画 y' 轴的平行线交 x' 轴于 E'、D'，取 A 与 O 重合，在 x 轴上取 $AE=A'E'$，$AD=A'D'$，过 E 在 x 轴下方作 $BE\parallel Oy$，并使 $BE=2B'E'$，过 D 在 x 轴上方作 $DC\parallel Oy$，并使 $DC=2D'C'$.

第三步：连结 AB、BC、CA，所得 $\triangle ABC$ 即为所求.

解题回顾　复原顶点时要注意：在 x' 轴上或平行于 x' 轴的线段相应地画在 x 轴上或平行于 x 轴，长度不变；在 y' 轴上或平行于 y' 轴的线段相应地画在 y 轴上或平行于 y 轴，但长度"复原"为原来的 2 倍.

例7 已知某几何体的三视图如图1.2—13所示，其中俯视图为正五边形，画出相应空间图形的直观图.

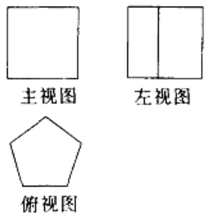


图1.2—13

思路点拨 由几何体的三视图知，该几何体是一个五棱柱.

规范解答 画法：如图1.2—14，按以下步骤完成：

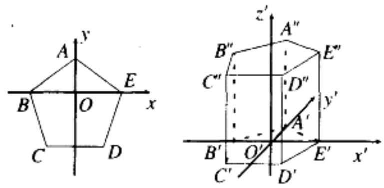


图1.2—14

第一步：画轴：画x'轴、y'轴、z'轴，记坐标原点为O'，使$\angle x'O'y'=45^\circ$，$\angle x'O'z'=90^\circ$.

第二步：画底面：在俯视图中，建立直角坐标系xOy（如图），按x'轴、y'轴画出五边形的直观图$A'B'C'D'E'$.

第三步：画侧棱：过A'，B'，C'，D'，E'各点分别作Z'轴的平行线，并在这些平行线上截取$A'A''$，$B'B''$，$C'C''$，$D'D''$，$E'E''$，使它们都等于主视图中矩形的高.

第四步：成图：连结$A''B''$，$B''C''$，$C''D''$，$D''E''$，$E''A''$，并加以整理（去掉辅助线，并将被遮住的部分改为虚线），就得到原几何体的直观图.

解题回顾 直观图和三视图有着密切的联系，三视图能帮助人们从不同侧面和不同角度对几何体的结构特点进行认识，直观图是对空间几何体的整体刻画，人们可以根据直观图的结构来想像实物的形象.

互动平台

1. 在画三视图的实践中，你有什么体会或收获？

2. 斜二测画法的基本步骤是什么？

3. 如何选择坐标系才能使水平放置的平面图形的直观图的画法最为简便？

4. 在斜二测画法下，长度相等的两条线段的长度是否仍然相等？平行的线段是否仍然平行？相等的角是否仍然相等？

达标演练

一、选择题

1. 投射线交于一点的投影称为 （ ）

A. 中心投影 B. 平行投影 C. 正投影 D. 斜投影

2. 一个四面体$SABC$的各个面都是正三角形，若以三角形SAB为视角正面的三视图中，下列结论正确的是 （ ）

A. 俯视图的面积大于正视图的面积

B. 俯视图的面积小于正视图的面积

C. 俯视图的面积等于正视图的面积

D. 俯视图和正视图的面积无法比较大小

3. 有一个几何体的三视图如图1.2—15所示，这个几何体应是一个 （ ）

图1.2—15

A. 棱台 B. 棱锥 C. 棱柱 D. 以上都不对

4. 关于“斜二测”直观图的画法，如下说法不正确的是 （ ）

A. 原图中平行于x轴的线段，其对应线段平行于x'轴，长度不变

B. 原图中平行于y轴的线段，其对应线段平行于y'轴，长度变为原来的$\frac{1}{2}$

C. 画与直角坐标系xOy对应的$x'O'y'$时，$\angle x'O'y'$必须是45°

D. 在画直观图时，由于选轴不同，所得直观图可能不同

5. 如图 1.2—16，直观图表示的平面图形是　　(　　)

A. 任意三角形　　B. 锐角三角形

C. 直角三角形　　D. 钝角三角形

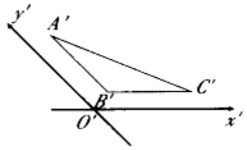


图 1.2—16

6. 如图 1.2—17，直观图表示的平面图形是　　(　　)

A. 任意四边形　　B. 直角梯形

C. 任意梯形　　D. 等腰梯形

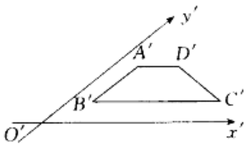


图 1.2—17

二、填空题

7. 填表

几何体	正视图	左视图	俯视图
正方体			
长方体			
圆柱			
圆台			
球			

8. 图 1.2—18 为长方体积木块堆成的几何体的三视图，此几何体共由________块木块堆成.

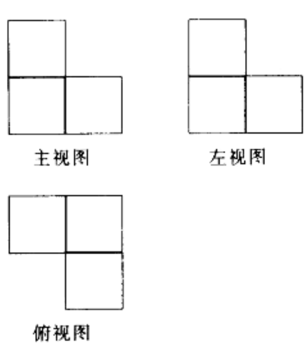


图 1.2—18

9. 图 1.2—19 中的三视图表示的实物由________构成.

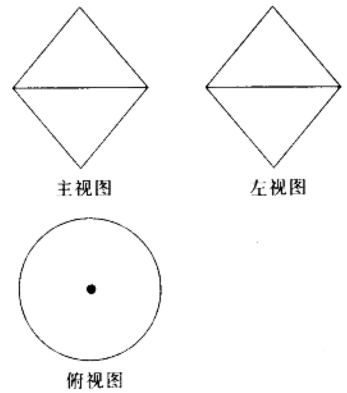


图 1.2—19

10. 如图 1.2—16，$\triangle A'B'C'$中，$\angle B'=135^\circ$，$A'B'=B'C'=2$，那么原平面图形的面积是________.

11. 如图 1.2—17，四边形 $A'B'C'D'$是一个底角为 45°，腰和上底均为 1 的等腰梯形，那么原平面图形的面积是________.

12. 下列说法中：①角的水平放置直观图一定是角；②相等的角在直观图中仍然相等；③两条相交直线的直观图可能平行；④平行四边形的直观图是平行四边形. 其中正确的是________.

三、解答题

13. 画出如图 1.2—20 所示几何体的三视图(尺寸不作严格要求).

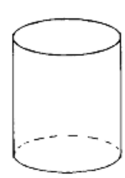


图 1.2—20

14. 画出如图 1.2—21 所示几何体的三视图(尺寸不作严格要求).

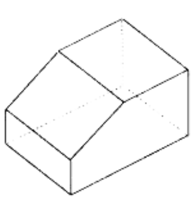


图 1.2—21

15. 已知一个几何体，如图 1.2—22 所示，下部是长方体，上部是侧面全为等腰三角形的棱锥，画出它的三视图（尺寸不作特殊要求）.

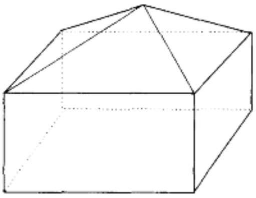


图 1.2—22

16. 画出图 1.2—23 中水平放置的直角三角形的直观图.


图 1.2—23

17. 画出图 1.2—24 中的水平放置的平面图形的直观图.

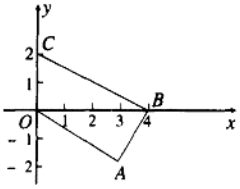


图 1.2—24

18. 画出一个三棱锥的直观图.

拓展创新

1. 根据某几何体的三视图（如图 1.2—25），说明其结构特征.

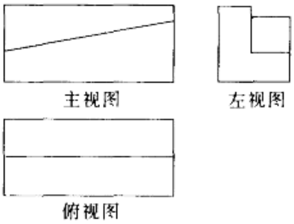


图 1.2—25

2. 已知某几何体的三视图如图 1.2—26 所示，画出相应空间图形的直观图.

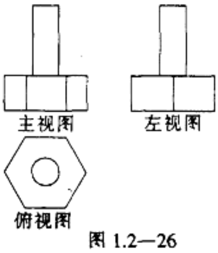


图 1.2—26

1.3 空间几何体的表面积与体积

课标导航

1. 了解柱、锥、台的侧面积及其表面积计算公式.
2. 会求一些简单几何体的表面积.
3. 了解柱、锥、台的体积计算公式.
4. 了解球的体积和表面积公式，体会极限思想的基本内涵.
5. 会求一些简单几何体的体积.

自学引领

将表面展开，是将空间图形化归为平面图形的一种重要手段，是研究柱、锥、台的表面积的主要方法，尽管本节的重点是掌握一系列的公式，但了解公式的推导过程也是大有裨益的. 了解表面积公式推导的关键是了解一些常见几何体的侧面展开图的形状，了解空间图形中的基本量与侧面展开图中基本量的对应关系.

柱、锥、台的侧面积公式和体积公式之间存在一种特殊关系，掌握这种关系我们应从两个角度去把握：一是把握公式形式上的联系，二是把握图形结构特征上联系，体会“数”与“形”间的完美结合.

在球的表面积公式的探求中，用到了积分的方法，这一过程中所蕴含的“无穷”、“极限”的思想也需要我们学习时认真体会.

本节内容的学习重点应放在体积公式的应用上，对简单的组合体的体积应能通过对其结构的分析，将其转化为计算柱、锥、台、球等常见几何体的体积.

例题精析

例 1　已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=a$，$AD=b$，$AA_1=c$，且 $a>b>c>0$．求 A 与 C_1 在长方体表面上的最短距离．

思路点拨　欲求 A 与 C_1 的最短距离，须将 A 与 C_1 置于一个平面内，由于 C_1 是长方体三个面的公共点，需要分三种情形讨论．

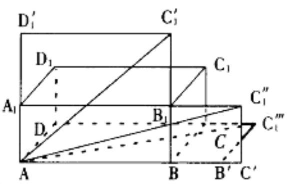


图 1.3—1

规范解答　在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，

(1)绕棱 A_1B_1，将面 $A_1B_1C_1D_1$ 旋转到 $A_1B_1C'_1D'_1$，使它与面 ABB_1A_1 在同一平面内，这时，

$d_1=|AC'_1|=\sqrt{a^2+(b+c)^2}$；

(2) 绕棱 BB_1，将面 BB_1C_1C 旋转到 $BB_1C''_1C'$，使它与面 ABB_1A_1 在同一平面内，这时，

$d_2=|AC''_1|=\sqrt{c^2+(a+b)^2}$；

(3)绕棱 BC 将面 BB_1C_1C 旋转到 $BB'C'''_1C$，使它与面 $ABCD$ 在同一平面内，这时，

$d_3=|AC'''_1|=\sqrt{b^2+(c+a)^2}$．

由 $a>b>c$，知所求最短距离为 $d_1=\sqrt{a^2+b^2+c^2+2bc}$．

解题回顾　注意思考问题的严谨性，要把展开图的各种可能性都要考虑到．

例 2　设计一个正四棱锥形冷水塔塔顶，高是 0.85m，底面的边长是 1.5m，制造这种塔顶需要多少平方米铁板？(保留两位有效数字)

思路点拨　本题计算正四棱锥的侧面积，根据公式，只需计算斜高．为此，在正四棱锥中作出相应的直角三角形，再解三角形即可．

规范解答　如图 1.3－2，S 表示塔的顶点，O 表示底面的中心，则 SO 是高．设 SE 是斜高．

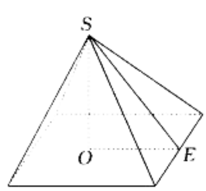


图 1.3－2

在 $Rt\triangle SOE$ 中，根据勾股定理得

$SE=\sqrt{\left(\frac{1.5}{2}\right)^2+0.85^2}\approx 1.13(m)$，

所以 $S_{正棱锥}=\frac{1}{2}ch'$

$=\frac{1}{2}\times(1.5\times 4)\times 1.13$

$\approx 3.4(m^2)$

答：制造这种塔顶需要铁板约 $3.4m^2$．

解题回顾　图中的直角三角形集中反映了棱台的高、斜高、底面边长之间的关系，在棱锥的计算中有着特别重要的地位．

例 3　圆台的一个底面周长是另一个底面周长的 3 倍，轴截面面积等于 $392cm^2$，母线与底面的夹角是 45°，求这个圆台的高、母线长、两底面半径和侧面积．

思路点拨　圆台的轴截面为等腰梯形，梯形的上底与下底分别是圆台的两底面直径，梯形的腰是圆台的母线，梯形的高就是圆台的高，由此可以将已知条件转化到该等腰梯形求解．

规范解答　作出圆台的轴截面如图 1.3－3 所示，设圆台的两底面半径分别为 r，R，高为 h．

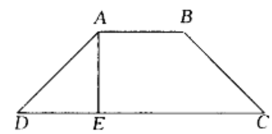


图 1.3－3

∵圆台的一个底面周长是另一个底面周长的 3 倍，

∴$R=3r$．　①

∵圆台的母线与底面的夹角是 45°，

∴$\angle D=45°$，

∴在等腰梯形 $ABCD$ 中，$\triangle AED$ 为等腰直角三角形，

∴$DE=AE$，即 $R-r=h$．　②

又 $S_{ABCD}=\frac{1}{2}(2R+2r)h=392$，　③

由①②③解得

$h=14$，$r=7$，$R=21$．

即圆台的高为 14cm，两底面半径分别为 7cm，21cm．

圆台的母线

$l=AD=\sqrt{2}h=14\sqrt{2}(cm)$，

圆台的侧面积

$S=\frac{1}{2}(2\pi r+2\pi R)l=\pi(r+R)l=392\sqrt{2}\pi(cm^2)$．

解题回顾　解决旋转体的问题大多数借助它的轴截面．

例 4　有一块圆环型铁皮，内径为 45cm，外径为 75cm，用它做 5 个相同形状的圆台形水桶侧面．求这些水桶的容积总和．

思路点拨　欲求圆台的体积，根据体积公式需求得上、下底面半径和圆台的高．

规范解答　如图 1.3－4 分别是水桶和制造 5 个相同水桶的圆环形铁皮．

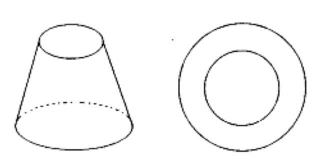


图 1.3－4

设圆台形水桶的上、下底面半径分别