

高等职业学校、高等专科学校、成人高等学校教材

运筹学基础

建模与Excel求解

主编 叶佰英

上海科技教育出版社

运筹学基础

——建模与 Excel 求解

主编 叶佰英 李艳敏

上海科技教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

运筹学基础:建模与 Excel 求解/叶佰英主编. —上海:上海科技教育出版社,2005.8
ISBN 7-5428-3943-8

I. 运... II. 叶... III. 运筹学-高等学校-教材
IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 088206 号

运筹学基础

——建模与 Excel 求解

主 编:叶佰英

责任编辑:赵忠卫

封面设计:王信川

出版发行:世纪出版集团

上海科技教育出版社

(上海市冠生园路 393 号 邮政编码 200235)

网 址: www.ewen.cc

www.sste.com

经 销:各地新华书店

印 刷:上海颀辉印刷厂

开 本:787×1092 1/16

字 数:200 000

印 张:8

版 次:2005 年 8 月第 1 版

印 次:2005 年 8 月第 1 次印刷

印 数:1—3005

书 号:ISBN 7-5428-3943-8/G·2278

定 价:30.00 元

前 言

运筹学是管理专业一门必修的专业课程,也是许多其他专业的基础课程。在现代化的管理中,对于解决经济管理领域的问题和提高效益,运筹学起着日益重要的作用。运筹学的特点是以定量分析为主来研究管理问题,它在管理专业系列课程中担负着帮助学员掌握定量分析方法的作用,即将经济管理领域中提出的问题归结成适当的运筹学模型,然后选择恰当的方法求解,最后对求解结果加以分析评价,为决策提供定量依据。

运筹学的重点在于构建模型及对结果的分析评价上;前者所做的工作是把实际问题提炼成一个恰当的、可以用定量分析方法研究的运筹学模型,而后者是对求解结果作出切合实际的分析评价,在这两方面的训练将对培养高层次务实型综合管理人才的科学决策能力产生积极的影响。

本课程的教学宗旨是提高学员的创造性思维能力,提高学员综合应用所学知识解决实际问题的能力,提高学员面对复杂问题进行正确决策的能力。

随着计算机的普及,人们越来越多地使用数学系统软件来解决所遇到的数学问题。无疑数学软件的使用将是未来人们的基本技能之一。计算机的使用使运筹学走向了基层管理,运筹学的计算机软件有很多,我们选择使用 Excel 规划求解,是基于 Office 软件的广泛使用,只要完全安装了 Office 软件的计算机都具有 Excel 规划求解功能。

本书编写的指导思想是:

1. 遵循循序渐进的原则讲述运筹学基本理论,做到概念准确、层次分明、逻辑清晰,使学生对运筹学理论有全面、系统的了解。并通过大量的实例来说明理论,使学生做到融会贯通,逐步形成观察、分析和解决问题的能力。

2. 决策优化方法内容的处理遵循因材施教原则,并根据学生的实际情况对内容进行取舍。对数学推导和理论证明不作过高要求,也不花太多的时间讲解复杂

的计算方法和迭代过程,而是加强对“如何使用软件”进行训练。

3. 根据本课程具有极强应用性的特点,特别强调理论与实际相结合。整个课程大量引用和使用企业管理优化决策实践中的例子,特别是能反映目前我国管理实践的案例,引导学生自觉地运用运筹学理论与实际工作相联系,解决现实中的问题。

4. 以案例教学为主线,通过结合案例重点讲授原理、大量上机解题等环节,使学员掌握若干经济管理领域中常见的运筹学典型模型,了解这些模型和数量分析方法对于解决经济管理领域问题的作用。

5. 我们放弃了一些只适用于特殊问题的特殊解法,例如,运输问题的表上作业法、指派问题的匈牙利法、网络问题的狄克斯托法等,将这些问题都表述为求解线性规划问题。同时,由于使用了计算机软件求解,使得求解非线性规划问题成为可能。这样,我们就可以讨论一些新的课题,例如:有向和无向混合网络的最短路问题、可以接受多项工作的指派问题、多品种有约束存储问题等等。

我们希望本书有助于读者初步掌握将实际问题抽象成运筹学模型的方法和技巧,具备运用计算机软件求解各类运筹学模型的能力和对求解结果进行简单分析的能力;有助于运筹学的推广和应用。

本书是在上海市区办高校联合教务办公室的组织和领导下编写的。在教材的编写过程中得到了各方面的帮助和支持,在此表示衷心感谢!

叶佰英

2005 年 6 月

目 录

第一章 运筹学简介	1
第一章习题	3
第二章 线性规划	4
§ 2.1 线性规划问题	4
§ 2.2 线性规划问题的求解	7
1. 求解线性规划的单纯形法	7
2. 利用数学软件包求解线性规划问题	7
3. 利用 Excel 软件求解线性规划问题	8
§ 2.3 线性规划问题的相关理论	12
1. 可行解和最优解	12
2. 线性规划问题解的类型	14
3. 引入松弛变量求解线性规划问题	15
4. 线性规划问题的灵敏度分析	17
5. 对偶线性规划	18
6. 影子价格	21
§ 2.4 非线性规划问题	22
第二章习题	24
第三章 运输问题	33
§ 3.1 典型的运输问题	33
§ 3.2 平衡运输问题	34
§ 3.3 不平衡运输问题	36
第三章习题	40
第四章 整数规划	43
§ 4.1 整数规划问题的提出	43

§ 4.2 整数规划问题的建模	43
§ 4.3 分配问题	45
第四章习题	52
第五章 网络规划	56
§ 5.1 最大流问题	56
§ 5.2 最小费用流问题	58
§ 5.3 最短路程问题	60
1. 有向赋权网络图的最短路程问题	61
2. 无向赋权网络图的最短路程问题	63
3. 混合赋权网络图的最短路程问题	64
§ 5.4 关键路线技术	65
§ 5.5 多端网络问题	68
第五章习题	68
第六章 对策论	72
§ 6.1 概论	72
1. 局中人	72
2. 策略	72
3. 一局对策的损益	73
§ 6.2 有鞍点二人零和对策的最优解	73
1. 赢得矩阵	73
2. 最小最大与最大最小原则	74
§ 6.3 无鞍点二人零和对策的最优解	75
1. 混合策略	75
2. 二人零和对策的线性规划求解法	76
3. 优越原则	80
第六章习题	81
第七章 存储问题	83
§ 7.1 单品种无约束存储问题	83
§ 7.2 多品种有约束存储问题	84
1. ABC 分析法	84
2. 利用规划模型分析	84

§ 7.3 选址问题.....	87
1. 中心点选址	87
2. 中位点选址	87
第七章习题	88
第八章 目标规划	89
§ 8.1 目标规划的概念和特点.....	89
§ 8.2 基本概念.....	89
1. 决策变量和偏差变量	89
2. 目标函数和目标等级	90
3. 目标约束条件和资源约束条件	90
§ 8.3 目标规划应用实例.....	91
第八章习题	94
第九章 马尔可夫分析法	97
§ 9.1 市场占有率预测.....	97
§ 9.2 确定转移概率矩阵	101
第九章习题.....	102
附录一 利用 Excel 规划软件求解方程组	104
附录二 Excel 电子表格软件	108
附录三 部分习题答案或提示.....	114

第一章 运筹学简介

运筹学的起源可以追溯到很多世纪以前,随着社会经济活动的日益频繁和企业组织规模的不断扩大,当人们企图应用科学的方法去管理日益复杂的经济活动和企业组织时,就已经具有了古朴的运筹学思想了。

但运筹学作为一门现代科学,是在第二次世界大战期间首先在英美两国发展起来的。当时迫切需把各项稀少的资源以有效的方式分配给各种不同的军事经营及在每一经营内的各项活动,所以美国政府和美国的军事管理当局都号召大批科学家运用科学手段来处理战略与战术问题,实际上就是要求科学家们对种种(军事)经营进行研究,事实上这些科学家小组就是最早的运筹小组。第二次世界大战期间,运筹学成功地解决了许多重要的作战问题,为后来的发展铺平了道路。

当战后的工业恢复繁荣时,由于工业组织内与日俱增的复杂性和专门化所产生的问题,使人们认识到这些问题基本上与战争中所面临过的问题类似,只是具有不同的现实环境而已,于是运筹学开始进入工商企业和其他部门,在 20 世纪 50 年代以后得到了广泛的应用。随着运筹学应用范围的不断扩大和深入,一些专家、学者也对运筹学理论进行了更加深入的研究。美国运筹学家 P. M. Morse 与 G. E. Kimball 在他们的奠基著作中给运筹学下的定义是:“运筹学是在实行管理的领域,运用数学方法,对需要进行管理的问题统筹规划,作出决策的一门应用科学。”运筹学的另一位创始人对运筹学下的定义是:“管理系统的人为了获得关于系统运行的最优解而必须使用的一种科学方法。”运筹学需要使用许多数学工具(包括概率统计、数理分析、线性代数等)和逻辑判断方法,来研究系统中人、财、物的组织管理、筹划调度等问题,以期发挥最大效益。

电子计算机的问世,又大大促进了运筹学的发展,世界上不少国家已成立了致力于该领域及相关活动的专门学会,美国于 1952 年成立了运筹学会,并出版期刊《运筹学》,世界其他国家也先后创办了运筹学会与期刊,1957 年成立了国际运筹学协会。20 世纪 50 年代中期,我国著名科学家钱学森等将运筹学从西方引入国内,目前,运筹学已经在我国得到了广泛应用。

如今,运筹学已经发展成为具有许多分支的研究学科,如规划论(包括线性规划、非线性规划、整数规划和动态规划)、图论、决策论、对策论、排队论、存储论、可靠性理论等。

数学规划即上面所说的规划论,是运筹学的一个重要分支。早在 1939 年苏联的康托洛维奇(Л. В. Канторович)和美国的希奇柯克(F. L. Hitchcock)等人就在生产组织管理和制定交通运输方案方面首先研究和应用线性规划方法。1947 年旦茨格(G. B. Dantzig)等人提出了求解线性规划问题的单纯形方法,为线性规划的理论 with 计算奠定了基础。特别是电子计算机的出现和日益完善,更使规划论得到迅速的发展,可用电子计算机来处理成千上万个约束条件和变量的大规模线性规划问题,从解决技术问题的最优化,到工业、农业、商业、交通运输业以及决策分析部门都可以发挥作用。从范围来看,小到一个班组的计划安排,大至整个部门,甚至国

民经济计划的最优化方案分析,它都有用武之地,具有适应性强、应用面广、计算技术比较简便的特点。非线性规划的基础性工作则是在 1951 年由库恩(H. W. Kuhn)和达克(A. W. Tucker)等人完成的,到了 20 世纪 70 年代,数学规划无论是在理论上、方法上,还是在应用的深度和广度上都得到了进一步的发展。

图论是一个古老的但又十分活跃的分支,它是网络技术的基础。图论的创始人是数学家欧拉。1736 年他发表了图论方面的第一篇论文,解决了著名的哥尼斯堡七桥难题,相隔一百年后,在 1847 年基尔霍夫第一次应用图论的原理分析电网,从而把图论引进到工程技术领域。20 世纪 50 年代以来,图论的理论得到了进一步发展,将复杂庞大的工程系统和管理问题用图描述,可以解决很多工程设计和决策的最优化问题,例如,使完成工程任务的时间最少、距离最短、费用最省等等。图论得到数学、工程技术及经营管理等各方面越来越广泛的重视。

决策论研究决策问题。所谓决策就是根据客观可能性,借助一定的理论、方法和工具,科学地选择最优方案的过程。决策问题是由决策者和决策域构成的,而决策域又由决策空间、状态空间和结果函数构成。研究决策理论与方法的科学就是决策科学。决策所要解决的问题是多种多样的,从不同角度有不同的分类方法。按决策者所面临的自然状态的确定与否可分为:确定型决策、风险型决策和不确定型决策;按决策所依据的目标个数可分为:单目标决策与多目标决策;按决策问题的性质可分为:战略决策与策略决策。不同类型的决策问题应采用不同的决策方法。决策的基本步骤为:

- (1) 确定问题,提出决策的目标;
- (2) 发现、探索和拟定各种可行方案;
- (3) 从多种可行方案中,选出最满意的方案;
- (4) 决策的执行与反馈,以寻求决策的动态最优。

如果决策者的对方也是人(一个人或一群人),双方都希望取胜,这类具有竞争性的决策称为对策或博弈型决策。构成对策问题的三个根本要素是:局中人、策略与一局对策的得失。目前对策问题一般可分为有限零和两人对策、阵地对策、连续对策、多人对策与微分对策等。

排队论又叫随机服务系统理论。1909 年丹麦的电话工程师爱尔朗(A. K. Erlang)最早研究排队问题,1930 年以后,开始了更为一般情况的研究,取得了一些重要成果。1949 年前后,开始了对机器管理、陆空交通等方面的研究。1951 年以后,理论工作有了新的进展,逐渐奠定了现代随机服务系统的理论基础。排队论主要研究各种系统的排队队长,排队的等待时间及所提供的服务等参数,以便求得更好的服务。它是研究系统随机聚散现象的理论。

存储是常见的社会现象,如为了保证企业生产的正常进行,需要存储一定数量的原材料和配件;商店为了确保销售,需要存储一定数量的商品。存储论主要研究最优的存储策略,即确定什么时间进货以及每次的进货量,以使系统的总费用最小。

可靠性理论是研究系统故障、以提高系统可靠性问题的理论。可靠性理论研究的系统一般分为两类:

- (1) 不可修系统:如导弹等,这种系统的参数是寿命、可靠度等;
- (2) 可修复系统:如一般的机电设备等,这种系统的重要参数是有效度,其值为系统的正常工作时间与正常工作时间加上事故修理时间之比。

运筹学是软科学中“硬度”较大的一门学科,兼有逻辑的数学和数学的逻辑的性质,是系统工程和现代管理科学中的一种基础理论和不可缺少的方法、手段和工具。运筹学已被应用到各种管理工程中,在现代化建设中发挥着重要作用。

运筹学具有下面几个明显的特点：

- (1) 它是以研究事物内在规律,探求把事情办得更好的一门科学;
- (2) 它是在有限资源条件下,研究系统各种资源利用最优化的一种科学;
- (3) 它是通过建立所研究系统的数学模型,进行定量分析的一种科学;
- (4) 它是多学科交叉的解决系统总体优化的系统方法;
- (5) 它是解决复杂系统活动与组织管理中出现的实际问题的一种应用理论与方法;
- (6) 它是评价比较决策方案优劣的一种数量化决策方法。

总之,科学性、综合性、系统性和实践性是运筹学的四大特点。

运筹学的研究方法有：

- (1) 从现实生活场合抽出本质的要素来构造数学模型,因而寻求一个跟决策者的目标有关的解;
- (2) 探索求解的结构并导出系统的求解过程;
- (3) 从可行方案中寻求系统的最优解法。

第一章习题

1. 简述运筹学的特点。
2. 简述运筹学的研究方法。
3. 简述运筹学的主要内容。
4. 根据运筹学的内容介绍,请举出两个能用运筹学理论解决的实际问题。
5. 你使用过 Excel 软件吗? 请尽快熟悉 Excel 软件。

第二章 线性规划

§ 2.1 线性规划问题

数学规划也称规划论,是运筹学的一个重要分支,数学规划中最简单的一种问题就是线性规划。约束方程和目标函数都是呈线性关系的就叫线性规划。用线性规划求解的典型问题有生产问题、运输问题、任务分配问题、网络规划、对策论等。本章主要以生产问题为例说明线性规划模型的建立和应用。

例 2.1 生产问题——收入最大化。

某工厂计划用现有的铜、铅两种资源生产甲、乙两种电缆,已知甲、乙两种电缆的单位售价分别为 6 万元和 4 万元。生产单位产品甲、乙电缆对铜、铅的消耗量及可利用的铜、铅数量如表 2.1 所示。

表 2.1 单位产品材料消耗量与价格表

	甲电缆	乙电缆	资源量
铜(吨)	2	1	10
铅(吨)	1	1	8
价格(万元)	6	4	

另外,市场对乙电缆的最大需求量为 7 单位,而对甲电缆的需求量无限制。问该工厂应如何安排生产才能使工厂的总收入最大?

解 设 x_1, x_2 分别代表甲、乙两种电缆的生产量, $f(x)$ 为工厂的总收入,则上述问题可用如下数学模型来表示:

$$\begin{aligned} \max f(x) &= 6x_1 + 4x_2 \\ \text{约束条件: } \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10, & \text{铜资源约束} \\ x_1 + x_2 \leq 8, & \text{铅资源约束} \\ x_2 \leq 7, & \text{产量约束} \\ x_1, x_2 \geq 0, & \text{产量不允许为负值} \end{cases} \end{aligned}$$

例 2.2 生产问题——成本最小化。

某混合饲料加工厂计划从市场上购买甲、乙两种原料生产一种混合饲料。混合饲料对成分 A、B、C、D 的最低含量有一定的要求。已知甲、乙两种单位原料 A、B、C、D 成分的含量,单位混合饲料中 A、B、C、D 成分的最低含量以及甲、乙两种原料的单位价格如表 2.2 所示。

表 2.2 配料问题数据表

	原料甲	原料乙	混合饲料最低含量
成分 A 含量	0.5	0.5	2
成分 B 含量	1.0	0.3	3
成分 C 含量	0.2	0.6	1.2
成分 D 含量	0.5	0.2	2
原料单价(元)	0.3	0.5	

问该加工厂应如何搭配使用甲、乙两种原料,才能使混合饲料在满足对成分 A、B、C、D 的最低含量要求的条件下,使总成本最小?

解 设 x_1, x_2 分别代表混合单位饲料对甲、乙两种原料的用量, $f(x)$ 表示单位混合饲料所需要的成本,则上述问题可用如下数学模型来表示:

$$\begin{aligned} \min f(x) &= 0.3x_1 + 0.5x_2 \\ \text{约束条件: } &\begin{cases} 0.5x_1 + 0.5x_2 \geq 2 \\ 1.0x_1 + 0.3x_2 \geq 3 \\ 0.2x_1 + 0.6x_2 \geq 1.2 \\ 0.5x_1 + 0.2x_2 \geq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

仔细观察和分析上述两个例子的数学模型,可以得出,上述两个数学模型都具有如下共同特征:

- (1) 用一组决策变量($x_1, x_2, \dots, x_n$)表示某一方案,这一组决策变量的具体值就代表一个具体方案;
- (2) 有一个目标函数,该目标函数依问题的具体性质取最大值或最小值;
- (3) 有一组约束方程,包括决策变量的非负约束;
- (4) 目标函数和约束方程都是线性的。

建立线性规划模型一般可以分三步进行:

(1) 确定决策变量:决策变量是模型要求决定的未知量,或者说是决策者采用的模型所规定的抉择方案。

(2) 确定目标函数:就是将决策者所追求的目标表示为决策变量的函数。

(3) 确定约束条件:这些约束条件可用决策变量的等式或不等式表示。

生产问题的目标是收入最大化、成本费用最小化、利润最大化等,具体形式可以各不相同,需根据要求来确定。

例 2.3 生产问题——下料问题。

某工厂要制作 100 套钢筋架,每套需用 2.9 m、2.1 m、1.5 m 的钢筋各一根。这些钢筋均用长 7.4 m 的原材料切割而成。问如何切割原材料才能使原材料最节省?

解 该问题属于如何合理下料问题。要解决这一问题,应先列出若干种可能的切割方案,如表 2.3 列出了 8 种所有可能的切割方案。

表 2.3 各种下料方案

方案 \ 结果	2.9 m	2.1 m	1.5 m	合计	余料
1	2	0	1	7.3	0.1
2	1	2	0	7.1	0.3
3	1	1	1	6.5	0.9
4	1	0	3	7.4	0
5	0	3	0	6.3	1.1
6	0	2	2	7.2	0.2
7	0	1	3	6.6	0.8
8	0	0	4	6	1.4

设 $x_1, x_2, \dots, x_8$ 分别代表采用切割方案 1~8 的套数, $f(x)$ 表示所使用的原材料的总根数, 则上述问题的数学模型如下:

$$\begin{aligned} \min f(x) &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \\ \text{约束条件: } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & \geq 100 \\ 2x_2 + x_3 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 & \geq 100 \\ x_1 + x_3 + 3x_4 + 2x_6 + 3x_7 + 4x_8 & \geq 100 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8 & \geq 0 \text{ 且为整数} \end{cases} \end{aligned}$$

企业生产决策还涉及投资决策问题:

例 2.4 投资问题。

某人有一笔 30 万元的资金, 在今后 3 年内有以下投资项目:

- (1) 3 年内的每年年初均可投资, 每年获利为投资额的 20%, 其本利可一起用于下一年投资;
- (2) 只允许第一年年初投入, 第二年末可收回, 本利合计为投资额的 150%, 但此类投资限额不超过 15 万元;
- (3) 于 3 年内第二年年初允许投资, 可于第三年末收回, 本利合计为投资额的 160%, 这类投资限额 20 万元;
- (4) 于 3 年内的第三年年初允许投资, 一年收回, 可获利 40%, 投资限额为 10 万元。试为该人确定一个使第三年末本利和为最大的投资计划。

解 设 x_{ij} 为第 i 年初投放到第 j 项目的资金数 ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4$), 其数学模型为

$$\begin{aligned} \max f(x) &= 1.2x_{31} + 1.6x_{23} + 1.4x_{34} \\ \text{约束条件: } \begin{cases} x_{11} + x_{12} = 300\,000 \\ x_{21} + x_{23} = 1.2x_{11} \\ x_{31} + x_{34} = 1.2x_{21} + 1.5x_{12} \\ x_{12} \leq 150\,000 \\ x_{23} \leq 200\,000 \\ x_{34} \leq 100\,000 \\ x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \end{aligned}$$

§ 2.2 线性规划问题的求解

1. 求解线性规划的单纯形法

线性规划及其解法——单纯形法的出现,对运筹学的发展起了重大的推动作用。许多实际问题都可以化成线性规划来解决,而单纯形法又是一个行之有效的算法,加上计算机的出现,使一些大型复杂的实际问题的解决成为现实。

美国人 G. B. Dantzig 在 1947 年提出了单纯形算法和其他许多理论,为线性规划奠定了理论基础。在 1953 年, G. B. Dantzig 又提出了改进单纯形算法,大大提高了计算效率,被实践证明是行之有效的。线性规划研究线性目标函数在一组线性等式与线性不等式约束下的极值问题。这本来是连续问题, Dantzig 发现线性规划问题的可行解集(即满足约束条件的解的全体)是一个超多面体。如果它的最优解存在,那么这个最优解一定可以在超多面体的一个顶点取得。由于超多面体的顶点只有有限个,从而使线性规划成为一组解的优化问题。单纯形法是按照一定的规则,从可行解集的一个顶点转移到另一个顶点,使得目标函数的值不断地得到改进,最后达到最优。

单纯形法是一种通过检验极点,求解线性规划问题的实用算法。单纯形法实质上是一个迭代过程。这个迭代过程通过固定、程式化的步骤,在改善目标函数的前提下进行极点的转换,在诸极点中搜索最优点。这样经过有限次迭代步骤便获得了线性规划的解。这种算法很容易通过计算机实行。

实际上,我们在学习单纯形法时,计算过程已经不是关键,因为这些运算大多已经可以由计算机完成。但只有认识了单纯形法的解题步骤和学会解读单纯形表,才能够正确领会线性规划问题的求解方法和从单纯形表获得关于线性规划问题解的丰富信息。

用单纯形法求解线性规划问题具有以下特点:

- (1) 收敛快,经过有限次迭代步骤便获得了线性规划的最优解。
- (2) 一次迭代对应一个极点。
- (3) 步骤机械化,易于使用计算机操作。整个程序包括产生初始解、检查检验数和迭代等过程。

由于用单纯形法求解线性规划问题需要用到许多线性代数的知识,涉及大量矩阵运算,本书不作详细介绍,有兴趣的读者可以查阅有关运筹学的书籍。

2. 利用数学软件包求解线性规划问题

可以求解线性规划问题的数学软件包有很多,例如: LINDO、LINGO、MATHEMATICA、MATLAB、EXCEL 等。

LINDO(Linear Interactive and Discrete Optimizer)是一种专门用于求解数学规划问题的软件包。由于 LINDO 执行速度很快,易于输入、求解和分析数学规划问题。因此在数学、科研和工业界得到广泛应用。LINDO 中包含了一种建模语言和许多常用的数学函数(包括大量概率论函数),可供使用者建立规划问题时调用。

一般用 LINDO 解决线性规划(LP—Linear Programming)、整数规划(IP—Integer Programming)问题。其中 LINDO 6.1 学生版至多可求解 300 个变量和 150 个约束条件的规划问题,其正式版(标准版)可求解的变量和约束条件个数则更多。

LINGO 则用于求解非线性规划(NLP—Non Linear Programming)和二次规则(QP—Quadratic Programming)。其中 LINGO 6.0 学生版最多可求解 300 个变量和 150 个约束条

件的规则问题,其标准版所能求解的变量和约束条件个数亦在 10^4 量级以上。虽然 LINDO 和 LINGO 不能直接求解目标规划问题,但可分解成一个个 LINDO 和 LINGO 能解决的规划问题。

Excel 提供了十几个标准的加载宏,用于解决特定的问题。其中的“规划求解”加载宏利用它可以求解线性规划、非线性规划以及混合整数规划问题。

3. 利用 Excel 软件求解线性规划问题

提高企业的经济效益是现代管理的根本任务,各个领域中的大量问题都可以归结为线性规划问题。近几十年来,线性规划在各个行业中都得到了广泛的应用。美国《财富》杂志对全美前 500 家大公司的调查表明,线性规划的应用程度名列前茅,有 85% 的公司频繁地使用线性规划,并取得了显著的效果。

线性规划的求解可以用单纯形法笔算求解,但计算量较大,尤其对多变量的规划求解,而且在敏感性分析中要做大量的重复性的工作。它还可以利用 Matlab 数学软件及利用 LINDO 和 LINGO 软件求解线性规划问题,但这类软件相对来说难以掌握,而且运用不便。而 Excel 提供了超强的数学运算、统计分析等实用程序,利用它的规划求解功能就可以快速、高效地求解线性规划问题。

以如下线性规划问题为例,说明利用 Excel 软件求解线性规划的方法。

例 2.5 利用 Excel 软件求解下列线性规划问题。

$$\begin{aligned} \min f(x) &= 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 8x_4 \\ \text{约束条件: } &\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 100 \\ 5x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \geq 530 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 160 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

(1) 线性规划软件的安装。选择“工具”菜单中“加载宏”选项,在安装提示下装入“规划求解”。

(2) 进入 Excel,并打开新工作簿,将线性规划问题的数学模型的参数输入 Excel 工作表,如图 2.1 所示。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			minf=					
2	c	5	6	7	8			
3		x1	x2	x3	x4			
4								
5	st1	1	1	1	1		100	
6	st2	5	4	5	6		530	
7	st3	2	1	1	2		160	
8								

图 2.1 把参数输入 Excel 工作表

(3) 在 D1 中输入“=5 * B4+6 * C4+7 * D4+8 * E4”,实际上,是 Excel 将变量 x_1, x_2, x_3 和 x_4 重新命名为 B4、C4、D4 和 E4, B4、C4、D4 和 E4 称为可变单元格。在 D1 中输入的

公式为目标函数的表达式。

在 F5 中输入“=B4+C4+D4+E4”；

在 F6 中输入“=5*B4+4*C4+5*D4+6*E4”；

在 F7 中输入“=2*B4+C4+D4+2*E4”。

实际上,在 F5、F6、F7 中输入的公式分别是约束条件中三个约束方程左端的表达式。

① 上述表达式也可以采用选中法输入:

在 D1 中输入“=B2*B4+C2*C4+D2*D4+E2*E4”；

在 F5 中输入“=B4*B5+C4*C5+D4*D5+E4*E5”；

在 F6 中输入“=B4*B6+C4*C6+D4*D6+E4*E6”；

在 F7 中输入“=B4*B7+C4*C7+D4*D7+E4*E7”。

选中输入法的好处是输入快捷,并且规划模型中的参数变化以后,可以不必改变表达式。

② 更快捷的输入法是利用 sumproduct 函数:

在 D1 中输入“=SUMPRODUCT(B2:E2, B4:E4)”；

在 F5 中输入“=SUMPRODUCT(B5:E5, B4:E4)”；

在 F6 中输入“=SUMPRODUCT(B6:E6, B4:E4)”；

在 F7 中输入“=SUMPRODUCT(B7:E7, B4:E4)”。

③ 还可以利用 sumproduct 函数和拖曳法输入:

在 D1 中输入“=SUMPRODUCT(B2:E2, B4:E4)”；

在 F5 中输入“=SUMPRODUCT(B5:E5, B4:E4)”。

然后改写成“=SUMPRODUCT(B5:E5, \$B\$4:\$E\$4)”,选中 F5,向下拖曳,则

在 F6 中得到“=SUMPRODUCT(B6:E6, \$B\$4:\$E\$4)”；

在 F7 中得到“=SUMPRODUCT(B7:E7, \$B\$4:\$E\$4)”。

(4) 在 B4、C4、D4、E4 中任意输入一组初始值,例如 $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ 和 $x_4 = 4$ 。如果不输入初始值,则默认初始值为零。

(5) 在“工具”菜单中选择“规划求解”,然后弹出“规划求解参数”对话框,如图 2.2 所示。

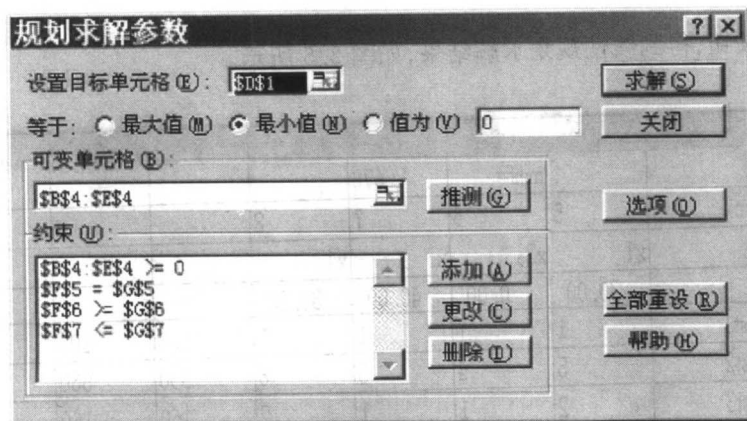


图 2.2 规划求解参数对话框

将光标放在“设置目标单元格”,点击 D1,出现 \$D\$1 的绝对引址。根据题意,本题目标函数是求最小值,故在圆圈框内选择“最小值”,在“可变单元格”中通过选中 B4:E4 区域,使之在文本