

大学物理实验

主编 高文斌 副主编 宗春迎 胡建人

浙江大學出版社

大学物理实验

主 编 高文斌

副主编 宗春迎 胡建人

浙江大學出版社

内容简介

本书是根据高等工业学校物理实验课程教学的基本要求,在电子科技大学出版社 1994 年出版的《大学物理实验》的基础上编写而成的。

全书系统地介绍了物理实验的基本知识,包括测量、误差、有效数字及数据处理、常用的力学、热学、电磁学、光学等仪器设备的原理和使用方法,以及物理实验常用的测量技术与方法;按物理学科分类编写了 31 个基础实验和 11 个设计性实验,其中包含了一部分综合性实验,并在最后一章介绍了 CAI 在物理实验教学中的应用。教材的各章节内容既相对独立,又有其内在联系,形成一个较完整的体系。本书可作为高等工业学校各专业大学物理实验课程的教材或参考书,也可供相关实验技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 高文斌主编. — 杭州:浙江大学出版社, 2002.1

ISBN 7-308-02922-0

I. 大... II. ①高... III. 物理—实验—高等学校—教材 IV. O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 003458 号

责任编辑 陈晓嘉

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail.hz.zj.cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排版 浙江大学出版社电脑排版中心

印刷 德清县第二印刷厂

开本 787mm×1092mm 1/16

印张 17.25

字数 438 千字

版次 2002 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 4 次印刷

印数 14001—16000

书号 ISBN 7-308-02922-0/O · 275

定价 25.00 元

前 言

根据全国高等工业学校物理实验课程教学的基本要求,我们总结了杭州电子工业学院建院 20 多年来开设的大学物理实验课程及教学改革的实践经验,结合学院专业设置的特色与近几年新增设的实验仪器、设备等情况,在 1994 年出版的《大学物理实验》的基础上重新编写了本教材。

大学物理实验课程是工科院校独立设置的一门必修基础课,实验教学的根本目的是“培养学生科学实验的能力,提高学生科学实验的综合素质”,而教材是实验教学的根本依据。为了拓宽大学物理实验内容的广度与深度,有利于培养与发展学生的创新意识,我们在编写中增强了综合性与设计性实验,补充了与工科类专业有关的新技术、新知识的实验内容,如激光技术、半导体及传感器等相关的实验。为培养、提高学生实际应用计算机和处理实验数据的能力,书中还编入了大学物理实验教学的 CAI 章节,着重介绍计算机在实验数据采集与实验数据处理中的应用,并通过让学生在计算机上模拟实验操作过程,以加深对一些复杂实验的感性认识。

本教材在编排上力求做到系统性和完整性,同时兼顾了各专业的适用性。主要内容包括:绪论;

第一章 物理实验基础知识、测量误差、有效数字及数据处理;

第二章 物理实验基本训练及基本实验技术;

第三章 基础实验,按物理学自身体系分类编写,包括力学、热学实验,电磁学实验,光学实验,近代物理(含综合性)实验等 31 个实验项目;

第四章 设计性实验 11 项;

第五章 物理实验计算机辅助教学(CAI)。

在第三章基础实验中,凡基本训练类的实验均标以 * 号,其余为基本技术类实验。这两类实验与第四章的设计性实验按循序渐进的原则编排,层次分明,一目了然。

参加本教材编写的有高文斌(前言,绪论,第一章,实验十九、二十、二十四、四十一,第四章设计性实验引言部分,附录);宗春迎(第二章,实验五、十三、十七、四十);胡建人(第五章,实验二十一、二十六、二十八、二十九、三十、四十二);黄曙江(实验二、六、二十三、三十一、三十四);杨菁菁(实验十一、十四、二十二、三十六、三十八);郑飞跃(实验三、九、十五、十六、二十五、二十七);杨水其(实验七、八、十二、十八、三十七、三十九);徐姪梅(实验一、四、十、三十二、三十三、三十五)。全书由高文斌任主编,宗春迎、胡建人任副主编。

本教材在编写中参考了国内一些兄弟院校的教材(见列于书后的参考资料),在此谨对相关作者表示衷心的感谢。另外,还要感谢 A. D. Rudert 博士提供了德国明斯特大学理工科使用的《物理实验教程》(1997 年版),我们将其实验目录列于附录 I 中,供读者比较与参考。

大学物理实验是一项集体教学工作,本教材凝聚了集体劳动和智慧,是杭州电子工业学院物理教学部全体任课教师及工作人员多年来教学实践和不断改革进取的产物。

限于我们的水平和教学经验,书中定有不少谬误和不足之处,敬请读者提出宝贵意见与建议,以便日后重印时修正。

编 者
2001 年 9 月

目 录

绪 论	1
第一章 实验误差和数据处理基本知识	3
第一节 测量与误差	3
第二节 随机误差	6
第三节 有效数字的概念和运算	18
第四节 实验数据的处理方法	21
第二章 物理实验的基本方法与技术	30
第一节 物理实验的基本测量方法	30
第二节 物理实验的基本仪器	34
第三节 物理实验中的基本调整与操作技术	48
第四节 物理实验的基本技术	52
第三章 基础实验	60
力学、热学实验	60
* 实验一 密度的测量	60
* 实验二 工程材料的杨氏模量的测定	67
实习一 用拉伸法测定金属丝的杨氏弹性模量	67
实习二 用动态悬挂法测定工程材料的杨氏模量	71
实验三 导热系数的测定	75
实验四 空气比热容比的测定	79
* 实验五 转动惯量的测量	83
实习一 三线摆	83
实习二 扭摆	86
* 实验六 液体表面张力系数的测量	89
实验七 模拟电冰箱制冷系数的测量	94
电磁学实验	98
* 实验八 电位差计的原理和使用	98
* 实验九 静电场测绘	101
实验十 电子荷质比的测定	105
实验十一 示波器的使用	112
实验十二 霍尔效应及其应用	120
实验十三 螺线管轴向磁感应强度分布的测定	124
实验十四 PN 结正向压降与温度关系的研究	127
* 实验十五 电桥法测量中低值电阻	132

光学实验	139
* 实验十六 望远镜与显微镜放大率的测量	139
* 实验十七 分光计	143
实习一 分光计调整及棱镜折射率的测定	143
实习二 光栅的衍射	151
实验十八 光的偏振	154
实验十九 光的等厚干涉——牛顿环、劈尖	157
实验二十 激光器结构调整技术	161
实验二十一 照相技术	165
综合及近代物理实验	173
实验二十二 空气中声速的测定	173
实验二十三 晶体的电光效应	175
实验二十四 激光器特性测定	184
实验二十五 弗兰克-赫兹实验	187
实验二十六 密立根油滴实验	190
实验二十七 晶体的布拉格衍射	195
实验二十八 迈克尔孙干涉仪的调整和使用	199
实验二十九 全息照相	203
实验三十 电子衍射	208
实验三十一 用波尔共振仪研究受迫振动	213
第四章 设计性实验	220
实验三十二 误差分配和实验仪器的选择	223
实验三十三 简谐振动的研究	224
实验三十四 重力加速度的研究	226
实验三十五 电表的改装与校准	227
实验三十六 RC 串联电路	229
实验三十七 伏-安法测非线性电阻	232
实验三十八 简易欧姆表的设计	233
实验三十九 硅光电池的特性及其应用	236
实验四十 光栅特性的研究	238
实验四十一 F-P 干涉仪测定激光束线宽	239
实验四十二 金属钨逸出电位的测定	242
第五章 物理实验计算机辅助教学(CAI)	247
第一节 概述	247
第二节 CAI 在实验数据处理中的应用	248
第三节 大学物理仿真实验	250
附录 I、II、III	260
参考资料	268

绪 论

物理学在科学技术乃至思维的发展过程中,起着极其重要的作用,对人类的文明进步始终具有巨大的影响。它是自然科学和工程科学的基础,研究的是自然界物质运动的最基本、最普遍的形式。物理学研究的运动,普遍地存在于其他高级的、复杂的物质运动形式(如生物的、化学的等)之中,因此,物理学所研究的物质运动规律,具有最大的普遍性。

物理学从本质上说是一门实验的科学,物理规律的研究都以严格的实验事实为基础,并且不断受到实验的检验。例如,光的波动学说,就是由杨氏的光干涉实验得到证实的;麦克斯韦的电磁场理论,则是建立在法拉第等科学家长期实验的基础之上的,赫兹的电磁波实验,又使该理论得到普遍的承认和广泛的应用。又如,物理学家杨振宁、李政道早在1956年就提出了基本粒子在“弱相互作用下宇称不守恒”的理论,只是在实验物理学家吴健雄用实验证实之后,才得到国际上的公认。当实验结果与理论发生矛盾时,就需要进行进一步的实验,以便修正理论,所以实验是理论的源泉。

另一方面,正确的理论也能预言一些新的物理实验现象,例如爱因斯坦于1920年提出受激辐射的概念,首先从理论上预言有可能得到激光,基于这一新的理论概念,40年之后,1960年,人们研制成功了世界上第一台红宝石固体激光器。

在物理学的发展中,人类积累了丰富的实验方法,创造出各种精密、巧妙的仪器设备,涉及到广泛的物理现象,这些使得实验物理课程有了充实的教学内容。实验物理课程是教育部确定的六门主要基础课程之一,是独立设置的必修课;是学生进入大学后系统学习科学实验知识和技术的开端,是后继实验课程的基础。它在培养学生用实验手段去发现、观察、分析和研究问题、最终解决问题的能力方面起着至关重要的作用。因此,必须处理好实验和理论的关系,重视科学的实验,重视进行科学实验训练的实验课教学。

一、物理实验课的目的

(1) 通过对物理实验现象的观测和分析,学习运用理论指导实验、分析和解决实验中问题的方法,从理论和实际的结合上加深对理论的理解。

(2) 培养学生从事科学实验的初步能力。这些能力是指:通过阅读教材或资料,能概括出实验原理和方法的要点;能正确使用基本实验仪器,掌握基本物理量的测量方法和实验操作技能;能正确记录和处理数据,分析实验结果和撰写实验报告;能完成简单的自行设计性实验等等。

(3) 培养学生“严格、严密、严谨”的三严精神和实事求是的科学态度。培养勇于探索、坚韧不拔、遵守纪律、团结协作、爱护公物的优良品德。

二、物理实验课的主要教学环节

为达到物理实验课的目的,学生应重视物理实验教学的三个重要环节。

1. 实验预习

课前要仔细阅读实验教材或有关的资料,并学会从中整理出实验所用原理、方法、实验条件及实验关键,根据实验任务设计好记录数据的表格。有些实验还要求学生课前自拟实验方案、自己设计线路图或光路图、自拟数据表格等,因此,课前预习的好坏是实验中能否取得主动的关键。对于未作预习的学生,实验室将视其具体情况决定是否拒绝其进入实验室做实验,学生进入实验室做实验前应向指导教师出示预习报告。

2. 实验操作

学生进入实验室后应遵守实验室规则,井井有条地布置仪器,安全操作。实验时应集中精力仔细观察和思考所研究的物理现象,及时记录数据。要根据仪器的最小分度单位或精度等级决定数据的有效数字位数,要字迹清楚;原始数据不得任意涂改;实验完毕后应将仪器整理好,请指导教师在原始数据上签字后方可离开实验室。

3. 实验总结

实验报告是实验工作的全面总结。写实验报告时,应力求文字通顺,字迹端正,图表规矩,结果正确,讨论认真。一份完整的实验报告一般应包括以下内容:

(1) 实验名称和日期。

(2) 实验目的。

(3) 实验原理。包括简要叙述有关物理内容、电路图、光路图或实验装置图以及测量时的主要公式等。

(4) 实验仪器(包括仪器名称、型号、规格)。

(5) 实验数据表格与数据处理。完成计算或作图及误差分析,最后证明实验结果和结论。

(6) 问题讨论。解答分析讨论题,并可进行适当小结,内容不限。如可以是现象分析、关键问题研究分析、体会、收获或建议。

实验报告必须用学校印制的实验报告封面及报告纸,图表则必须用毫米方格纸;本次的实验报告必须在下次实验时交指导教师,不得拖欠。

物理实验虽然是在教师指导下进行的,但在实验中学生不应是完全按照“操作指令”运转的“机器人”,而应该积极发挥自己的主观能动性去思考问题,进行观测和分析,探讨最佳的实验方案,不断改进实验方法,增强自己的才干和实验技巧。

第一章 实验误差和数据处理基本知识

物理实验通过一定的手段和仪器使一些物理现象再现,并从中发掘出这些现象的规律,找出构成实验各主要因素的数学关系。要实现这一目的,大致包括以下三个步骤:第一步是设计或选用实验仪器,为实验及测量准备条件;第二步是测量;第三步是数据处理,找出物理量之间的数学关系,得出物理现象的规律。因此,测量是物理实验的中心,数据处理是物理实验的结果。

测量是用一定的工具或仪器,通过一定的方法和程序直接或间接地对被测量对象进行比较。因为任何测量都是两个同类量之间的比较,因此必须使用统一的标准单位。将待测量与选作标准单位的物理量进行比较,其倍数即为该待测量的测量值。一个物理量的测量值应由数值和单位两部分组成,缺一不可。

目前,国内物理学刊物中各物理量的单位,是根据《中华人民共和国计量法》,由国家技术监督局于1994年发布的国家法定计量单位和符号,它是以国际单位制(SI)为基础的国家法定计量单位。国际单位制是在1971年第十四届国际计量大会上确定的,它是以米(长度)、千克(质量)、秒(时间)、安培(电流强度)、开尔文(热力学温度)、摩尔(物质的量)和坎德拉(发光强度)作为基本单位的,这些单位称为国际单位制的基本单位;其他量(如力、能量、电压、磁感应强度等等)的单位均可由这些基本单位导出,称为国际单位制的导出单位。

第一节 测量与误差

一、测量

测量按性质,可分为直接测量和间接测量。

直接测量:指可以用测量仪器或仪表直接读出测量值的测量。如用米尺测长度、用温度计测温度、用电压表测电压等都是直接测量,所得的物理量如长度、温度、电压等称为直接测量值。

间接测量:指无法进行直接测量,而需依据待测量与若干个直接测量值的函数关系求出的物理量的测量。大多数的物理量都是间接测量值。如单摆法测重力加速度 g 时, $g=4\pi^2l/T^2$, T (周期)、 l (摆长)是直接测量值,而 g 就是间接测量值。

根据测量仪器构造和测量时的性质,有三种测量方法。

偏位测量法:是根据测量仪器本身的零件所发生的偏转或位移量得到被测的物理量的方法。伏特表或安培表测量电压和电流均利用线圈指针的偏位指示得到测量值。

零位测量法:是用已知的标准量去抵消被测物理量的作用的一种测量方法。例如,用天平测量物体的质量,是用已知质量的砝码抵消被测物体对天平产生的作用,通过零位指示平衡与

否来测定被测量的大小的。

逐次比较法:是介于偏位测量法与零位测量法之间的一种测量方法,测量值必须经过逐次比较才能决定。例如,利用杠杆原理的中国市秤,位于支点两边的物体重量之比是由支点两边臂长之比来决定的,使用时必须移动秤锤逐次地加以比较,从而得出最后的读数。

通常的实验过程是通过直接测量一些物理量,再由这些物理量之间的关系公式求得另一个物理量,或验证某一运动定律;或者反过来,当运动规律尚未知道时,通过实验数据的分析去建立它们之间的联系规律。

二、误差

在了解误差之前,必须首先掌握以下基本概念。

真值

在某一时空状态下,被测物理量所具有的客观实际值称为真值。一般来说,用数字表示它时,它应是一个无穷多位的数。

测量误差

测量的目的是在一定条件下,使用一定的仪器,通过一定的方法,获得被测量的真值。但是由于实验理论的近似性、实验仪器灵敏度和分辨能力的局限性、环境的不稳定性等因素的影响,待测量的真值是不可能测得的,测量值 x 和真值 x_0 之间总有一定的差异 $\Delta = x - x_0$,我们称这种差异为测量值的误差。它可以是正值,也可以是负值。误差愈小近似程度愈高。误差的大小标志着测量结果的可靠程度或可信赖的范围。

测量所得的一切数据,都包含着一定的误差,因此,误差存在于一切科学实验过程中,并因测试理论、测试环境、测试技术等不同而有所差异。

误差的分类

为了研究误差的来源,根据误差性质和产生的原因可将误差分为以下几类。

1. 系统误差

按系统误差的特性,可将其分为定值系统误差与变值系统误差两大类。

(1) 定值系统误差。在整个测量过程中,误差的大小和符号保持不变,如图 1-1-1 中的 a 线所示。例如分析天平上用的三级砝码。根据国家规定,50g 砝码允许有 $\pm 2\text{mg}$ 的极限误差。如果一个砝码实际值为 49.998g,生产厂可标上 50g 的字样,作为合格品出厂。于是当我们使用这只砝码时,就引入了系统误差值 2mg。但这类系统误差,可经高级仪器校验,定出其误差值,然后在实际测量中加以修正。通常可用校正法、抵消法、交换法、替代法来消除定值系统误差。

(2) 变值系统误差。指在测量条件变化时,按一定规律变化的系统误差。按其变化规律又可分为线性变化,如图 1-1-1 中的 b 线;周期性变化,如图

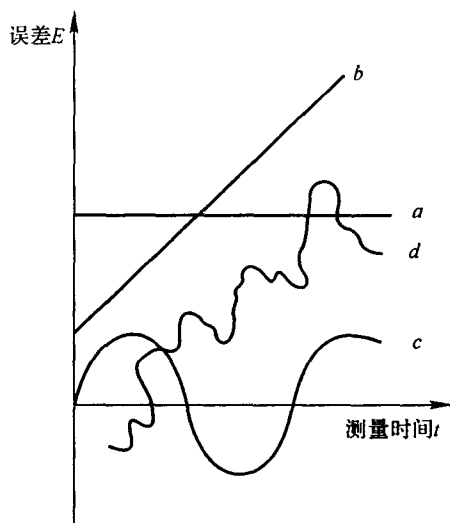


图 1-1-1

1-1-1中的 c 线;按复杂规律变化,如图1-1-1中的 d 线。

对线性变化的系统误差,常用对称测量法予以消除,例如在金属丝杨氏弹性模量测量实验中,由金属丝弹性滞后效应引起的系统误差呈线性变化关系,采用加砝码和减砝码的对称测量法,即可消除此类系统误差。

对周期性变化的系统误差的校正,可采用半周期偶测法,加以消除。即每次都在相关半个周期处测两个值然后取其平均。如测角仪器中由于转轴偏心而引起的周期性系统误差,就可采用这类方法消除。

对复杂规律变化的系统误差,如晶体管放大电路零点飘移造成的误差呈对数规律,此类系统误差的消除比较复杂,本书不作要求。

产生系统误差的原因大致有如下几点:

(1) 仪器本身的缺陷。如天平不等臂、温度计刻度不均匀、电表零点不准或长期未校准。

(2) 测量方法或计算公式的近似性。如用单摆法测重力加速度 g 所用的公式是近似的;用伏安法测电阻的电路中因电表有内阻等而产生系统误差。

(3) 测量条件与所用仪器的规定使用条件不符,如有些仪器要求在一定温度与湿度的条件下使用,而实际条件与此不符。

(4) 观察者的测量方法不对,或有不良习惯。如读数时头总偏向某一边,计时时总是超前或滞后。

虽然系统误差的出现一般都有明确的原因,但是发现、减小和消除误差并没有一定的规律可循,只能在实验过程中逐渐积累经验、掌握技术、提高实验素养。因此,分析系统误差应当是实验必须讨论的问题之一。

2. 随机误差

在实际测量条件下,当多次测量同一量时,误差的绝对值和符号的变化时大时小、时正时负,以不可预定方式变化着的误差称随机误差(也称偶然误差)。

在测量中,有时排除了产生系统误差的诸因素,但在测量中仍可能存在一定的随机误差。这种误差是由于人的感官灵敏程度和仪器的精密程度有限,周围环境的干扰以及随测量而产生的偶然因素决定的。如用毫米刻度的米尺去测量某物体的长度时,往往将米尺去对准物体两端并估读到毫米下一位读数值,这个数值就存在一定的随机性,因此就带来了随机误差。

由于随机误差的变化不能预先确定,所以对随机误差不能像对系统误差那样找出原因排除,只能估计。虽然随机误差的存在使每次测量值偏大或偏小,但是在相同的实验条件下,对被测量进行多次测量后可发现,其大小分布服从一定的统计规律,因而可以利用这种规律对实验结果的随机误差作出估算。

3. 粗大误差

明显超出规律条件下的误差称为粗大误差。其原因包括错误地读取示值、测量仪器具有缺陷、使用测量器具的环境干扰或使用不正确等等。

三、对测量结果的评价

对于测量结果作总体评价时,常常用到精密度、准确度和精确度三个概念,这些概念在使用时要加以区别。

精密度

表示测量结果中随机误差大小的程度。在一定条件下,重复测量结果接近的程度高,即随机误差小,称精密度高,相反则精密度低。

准确度

表示测量结果中系统误差大小的程度。它描述测量值与真值符合的程度。准确度高,即测得的结果与真值接近程度好,系统误差小。

精确度

是测量结果中系统误差和随机误差综合大小的程度,即指测量结果的重复性及接近真值的程度。只有精密度和准确度都高时,精确度才高。

上述概念可通过下面某一长度的测量结果加以说明,如图 1-1-2 所示。假设长度的真值为 A 。第①种测量结果表明随机误差小,系统误差大,称为精密度高;第②种测量结果表明系统误差小,随机误差大,称为准确度高;第③种测量结果表明系统误差和随机误差均小,精密度与准确度均高,称为精确度高。

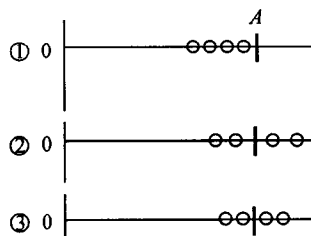


图 1-1-2

第二节 随机误差

上面已讲到,随机误差是符合统计规律的。在测量次数足够多时,大部分测量中的随机误差分布是正态分布。根据统计理论,可以证明随机误差分布函数 $f(\Delta)$ 的表达式为:

$$f(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \Delta^2} \quad (1-2-1)$$

其中 h 是一个常数,叫精密度指数,取 $\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}h}$,上式可写成:

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1-2-2)$$

其中 σ 为标准误差; Δ 为误差。如图 1-2-1 所示。

(1-2-2)式中用了

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta) d\Delta = 1 \quad (1-2-3)$$

即归一化条件。这样图 1-2-1 曲线下斜线部分的面积元 $f(\Delta)d\Delta$ 是误差为 Δ 至 $\Delta+d\Delta$ 出现的概率,式(1-2-2)就是误差的概率密度分布函数。这种分布函数也称为正态分布或高斯分布,它在测量次数趋于无穷时成立,测量次数很多时近似成立。

从图 1-2-1 所示的正态分布曲线可以看出以下几个特征:

(1) 正、负误差出现的几率相等,即呈正负分布的对称性。

(2) 大误差出现的几率小于小误差出现的几率。零误差出现的几率最大,称为单峰性。

(3) 随机误差绝对值的有限性,即在一定观测条件下,随机误差的绝对值不会超过一定限

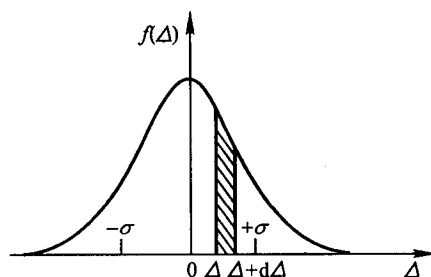


图 1-2-1 正态分布曲线

度,换句话说具有一定的误差范围。

(4) 多次测量中随机误差具有互相抵偿性。因为随机误差的分布是正负对称的,故全部可能误差的总和等于零,全部可能误差的算术平均值也将等于零,即一系列随机误差的算术平均值随着测量次数的增多而趋向于零,用极限可表示如下:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \cdots + \Delta_n}{n} = 0$$

因此,在测量次数无限增加的条件下,算术平均值就等于测量结果的最佳值。

此外,在某些情况下,随机误差也会遵循其他分布,如泊松分布、均匀分布或 t 分布。

一、直接测量结果与随机误差的估算

直接测量的误差计算

要计算误差,首先必须知道真值,但真值往往是不能精确确定的。理论指出:即使是多次测量的平均值,也只能近似地代替真值,因此测量误差也只能估算。

估算方法有多种,我们只介绍常用的,即平均绝对误差 $\overline{|\Delta x|}$ 和标准误差 σ 。它们都可作为测定值误差的量度,都表示在一组多次测量的数据中,各个数据之间的分散程度。

算术平均值

设在相同条件下,我们对某物理量 x 进行了多次重复测量,其测量值分别为 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$, 则其算术平均值 $\bar{X}$ 为

$$\bar{X} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-2-4)$$

根据误差理论,多次测量值的算术平均值比各个测量值更可能接近真值。我们可以把 $\bar{X}$ 看作该物理量的近似真值 X_0 。

当 $n \rightarrow \infty$,

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \rightarrow X_0 \quad (1-2-5)$$

平均绝对误差

算术平均值比较接近真值,但它仍非真值,它与真值之间的误差可以这样来估计:

我们将每次测量值 x_i 与平均值 $\bar{X}$ 之差的绝对值称为该次测量的绝对误差;将一系列测量的绝对误差求平均,称为平均绝对误差 $\overline{|\Delta x|}$ 。设各测量值 x_i 与算术平均值 $\bar{X}$ 的误差分别为:

$$\Delta x_1 = x_1 - \bar{X}, \quad \Delta x_2 = x_2 - \bar{X}, \quad \cdots, \quad \Delta x_n = x_n - \bar{X}$$

则 n 次测量值的平均绝对误差 $\overline{|\Delta x|}$ 为:

$$\begin{aligned} \overline{|\Delta x|} &= \frac{1}{n}(|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + \cdots + |\Delta x_n|) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta x_i| \end{aligned} \quad (1-2-6)$$

这里取绝对值是表示取误差的最大范围。

它的概率含义是:

$$P(-\overline{|\Delta x|} < \Delta < +\overline{|\Delta x|}) = \int_{-\overline{|\Delta x|}}^{+\overline{|\Delta x|}} f(\Delta) d\Delta = 57.5\%$$

即任作一次测量,测量值误差落在 $-\overline{|\Delta x|}$ 到 $+\overline{|\Delta x|}$ 之间的可能性为 57.5%。

标准误差 σ

根据误差理论,还可以得出更精确地估计随机误差的方法,这就是采用标准误差 σ 来代替平均绝对误差。

方程(1-2-2)中的特征量 σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i)^2}{n}} \quad (n \rightarrow \infty) \quad (1-2-7)$$

称为标准误差,其中 x_0 为真值, n 为测量次数, Δ_i 为各次测量值的随机误差。

可见标准误差是将各个误差的平方取平均值再开方得到的,所以,标准误差又称为均方根误差。

随机误差 Δ 为正态分布时,概率密度分布函数 $f(\Delta)$ 由式(1-2-2)表示,那么其特征量 σ 的物理意义又如何呢?

图 1-2-2 是不同 σ 值时的 $f(\Delta)$ 分布曲线。 σ 值越小,曲线越陡而峰值越高,说明在测量值的误差集合中,小误差占优势,各测量值的分散性小,重复性好。反之, σ 值大,曲线较平坦,每次测量值的分散性大,重复性差。

但应注意,标准误差 σ 和各测量值的误差 Δ_i 有着完全不同的含义, Δ_i 是实在的误差值,亦称真误差,而 σ 并不是一个具体的测量误差值,它反映在相同条件下进行一组测量后的随机误差概率分布的情况,只具有统计意义,是一个统计性的特征值。

由于 $f(\Delta)d\Delta$ 是测量值随机误差出现在小区间 $(\Delta, \Delta + d\Delta)$ 的可能性(概率),那么测量值误差出现在 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间内的概率 P 就是

$$\begin{aligned} P(-\sigma < \Delta < +\sigma) &= \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\Delta) d\Delta \\ &= \int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} d\Delta = 68.3\% \end{aligned} \quad (1-2-8)$$

该积分值由拉普拉斯积分表查得。

由此可见,标准误差 σ 所表示的意义是:任作一次测量,测量值误差落在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间的可能性为 68.3%。也就是说,假如我们对某一物理量在相同条件下测 1 000 次,则可能有 683 次测量的测量误差落在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 区间内,即标准误差是一种统计意义的特征量,用以表征测量值离散程度的特征量。

由于真值无法知道,因而误差 Δ_i 也无法计算。但在有限次测量中的算术平均值 $\bar{X}$ 是真值 X_0 的最佳值,且当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\bar{X} \rightarrow X_0$ 。所以,我们可以用各次测量值与算术平均值之差——残差 $(X_i - \bar{X})$,来估算标准误差。

因此在有限次数测量时,标准误差 σ 的估算值 σ_x (标准偏差),可用下式表示:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}} \quad (1-2-9)$$

式中 Δx_i 为各次测量值与算术平均值的误差, n 为测量次数。

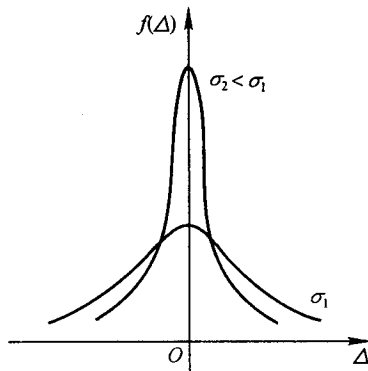


图 1-2-2

根据概率统计,测量列中任一测量值的误差落在 $\pm\sigma_x$ 区间内的可能性也为68.3%。误差理论证明,算术平均值 $\bar{X}$ 本身的标准偏差为

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n(n-1)}}$$

即 $\sigma_{\bar{X}} < \sigma_x$ 。这是因为 $\bar{X}$ 是测量结果的最佳值,它比任意次测量值 x_i 更接近真值,所以误差自然要小。 $\sigma_{\bar{X}}$ 的物理意义是在多次测量的随机误差服从正态分布的条件下,真值处于 $\bar{X} \pm \sigma_{\bar{X}}$ 区间的概率为68.3%。标准偏差 σ_x 和平均绝对误差 $|\Delta x|$ 的关系为 $\sigma_x = 1.253 |\Delta x|$ 。

极限误差 δ

定义:

$$\delta = 3\sigma \quad (1-2-10)$$

它的概率含义是

$$P(-\delta < \Delta < +\delta) = \int_{-\delta}^{+\delta} f(\Delta) d\Delta = 99.7\%$$

它表示任作一次测量时,测量值的误差落在 -3σ 到 $+3\sigma$ 之间的概率为99.7%,即在1000次测量中只有3次测量值的误差绝对值会超过 3σ 。由于在一般测量中次数很少超过几十次,因此,可以认为测量误差超出 $\pm 3\sigma$ 范围的概率是极小的,故称其为极限误差。在测量次数相当多的情况下,如果出现测量误差的绝对值大于 3σ 的数据,可以认为是由于过失引起的异常数据而加以剔除。根据概率统计,测量列中任一测量值的误差落在 $\pm 3\sigma_x$ 区间内的可能性也为99.7%。

上述三种误差都是用来描述随机误差的,由于标准误差随测量次数 n 的变化小,具有一定的稳定性,而函数计算器上往往带有计算标准误差的功能,故科学论文和报告一般均采用标准误差来评价数据的可靠性。

二、直接测量结果的表示方法

1. 仪器误差

仪器误差是指在仪器规定的使用条件下,正确使用仪器时,仪器的指标数和被测量的真值之间可能产生的最大误差。它的数值通常由制造厂家和计量单位使用更精密的仪器,经过检验、比较后给出,其符号可正可负,用 $\Delta_{\text{仪}}$ 表示。如果没有注明,一般用仪器的最小刻度值的一半作为 $\Delta_{\text{仪}}$,或者根据仪器的级别进行计算,即

$$\Delta_{\text{仪}} = \text{量程} \times \text{级别}\% \quad (1-2-11)$$

通常仪器误差既包含系统误差,又包含随机误差,其性质在很大程度上取决于仪器的精度。级别高的仪器和仪表(如0.2级精密电表),其误差主要是随机误差;级别低的(如1.0级以下)则主要是系统误差。一般所用的0.5级或1.0级表,两种误差都可能存在。

仪器误差的概率密度是均匀分布的,如图1-2-3所示。均匀分布是指其误差在 $[-\Delta_{\text{仪}}, \Delta_{\text{仪}}]$ 区间范围内,误差(不同大小和符号)出现的概率都相同,而区间外的概率为0,即

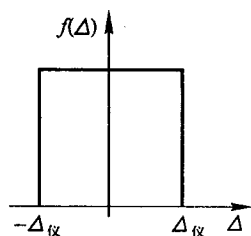


图 1-2-3

$$\int_{-\Delta}^{+\Delta} f(\Delta) d\Delta = 1$$

所以误差服从下式规律分布：

$$f(\Delta) = \frac{1}{2\Delta}$$

对于一般的精密仪器，可以算出仪器的标准误差为：

$$\sigma_{\text{仪}} = \Delta_{\text{仪}} / \sqrt{3} \quad (1-2-12)$$

上式表示仪器误差在 $[-\sigma_{\text{仪}}, \sigma_{\text{仪}}]$ 范围内的概率将有 57.7%；若用 68.3% 的概率，上式应改为

$$\sigma_{\text{仪}} = 0.683 \Delta_{\text{仪}}$$

仪器误差满足均匀分布的实例有许多，例如量程为 100mA 的 1.0 级电流表，其仪器误差 $\Delta_{\text{仪}} = 100\text{mA} \times 1\% = 1.0\text{mA}$ ，仪器的标准误差 $\sigma_{\text{仪}} = 0.6\text{mA}$ ；最小分度为 1mm 的普通米尺，其仪器误差 $\Delta_{\text{仪}} = 0.5\text{mm}$ ，仪器的标准误差 $\sigma_{\text{仪}} = 0.3\text{mm}$ 。

2. 置信度与不确定度

置信度

实验中常常要先给定一个称为置信区间的误差范围，如给定 $[-\sigma_x, \sigma_x]$ ，然后再讨论测量数据的可信度。给定的范围越大，测量数据超过此范围的可能性就越小，因此人们把测量值落在给定误差范围内的概率称为该测量数据的置信度，可用 P_r 表示。如：

$$P_r = \int_{-\sigma_x}^{+\sigma_x} f(\Delta) d\Delta = 68.3\%$$

这说明测量值 x 在误差区间 $[-\sigma_x, \sigma_x]$ 内的置信度为 68.3%。也就是说，测量值落在 $[x - \sigma_x, x + \sigma_x]$ 之间的概率是 68.3%。

由于置信度随所取的积分区间加大而提高，所以要讨论一个测量值的可信任程度，必须先规定置信区间，然后按置信度评定测量数据。

不确定度

由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度称之为不确定度。它是对被测量的真值所处的量值范围的评定。

不确定度的定量表述就是给出所需要的置信概率，用标准误差倍数表示的置信区间。如用“不确定度(σ)”时，则置信概率为 68.3%，置信区间为 $[-\sigma, \sigma]$ ；用“不确定度(3σ)”时，则置信概率为 99.7%，置信区间为 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 。因此只要对测量结果给出不确定度，即给出置信区间和置信概率 P_r ，就表达了测量结果的精密程度。

1970 年以来，国际计量协会和许多国家计量部门逐渐使用不确定度来评定测量结果。1981 年，国际计量委员会通过了取名为《Recommendation INC-1(1980)》的文件，以统一不确定度的表达方式。我国计量技术规范《测量误差及数据处理(试行)》已自 1992 年 10 月 1 日起施行，规定测量结果用总不确定度，或者用其相对不确定度。然而关于不确定度的概念、理论及应用规范，目前还处于不断明确、发展与完善之中，目前在教学中采用不确定度评定测量结果尚有困难，但希望读者能关注这方面工作的进展。

3. 单次测量结果的表示

实际测量中，有的测量不能或不需要重复多次测量；或者仪器精度不高，测量条件比较稳定，多次重复测量同一物理量的结果相近。一般将按仪器出厂鉴定书或仪器上注明的仪器误差