



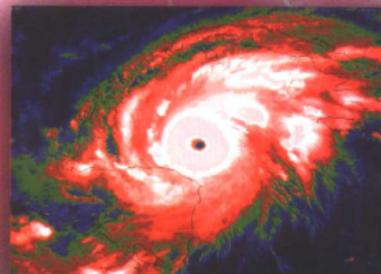
《职业高中(中专)综合复习训练》编委会

高职考试复习指要

职业高中(中专)综合复习训练

数 学

- 知识导引
- 思维拓展
- 创新训练
- 试题精选



浙江科学技术出版社



《职业高中(中专)综合复习训练》编委会

高职考试复习指要

职业高中(中专)综合复习训练

数学

主 编 陈继泽

编写人员 (按姓氏笔画为序)

万成荣 任金辉

闻达人 郭海英

舒连清 谢幼平

潘国立



浙江科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

职业高中(中专)综合复习训练/《职业高中(中专)综合复习训练》编委会编. - 杭州:浙江科学技术出版社,2003.9

ISBN 7-5341-2183-3

I . 职... II . 职... III . ①语文课 - 职业高中 - 习题
②数学课 - 职业高中 - 习题 ③英语课 - 职业高中 - 习题
IV . G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 071814 号

职业高中(中专)综合复习训练

数 学

《职业高中(中专)综合复习训练》编委会

浙江科学技术出版社出版发行

杭州长命印刷有限公司印刷

开本:787×1092 1/16 印张:16.5 字数:395 000

2003 年 9 月第 1 版

2006 年 8 月第 4 次印刷

ISBN 7-5341-2183-3/G·451

总定价(共三分册):54.00 元

责任编辑 章建林

封面设计 潘孝忠

前 言

大力推进职业教育改革与发展，是实施科教兴国战略、全面建设小康社会的需要，是加快人力资源开发、全面提高劳动者素质的需要，是促进就业和再就业、增强城市综合竞争力的需要，是推进城乡一体化和有效解决“三农”问题的需要。加快职业教育的改革与发展，前景广阔。

为了适应中等职业教育教学改革、发展新形势的需要，全面推进素质教育，认真贯彻教育部颁发的中等职业学校课程教学大纲的精神，根据浙江省开展高职考试复习的要求，我们组织了一批具有丰富实践经验、熟悉教学一线实际情况的教研员、骨干教师编写了这套《职业高中(中专)综合复习训练》。《职业高中(中专)综合复习训练》共分《语文》、《数学》、《英语》三个分册，根据学科的特点灵活设计体例结构，集知识指要、思维拓展与试题精选于一体，注重高职复习考试的针对性、实用性。内容全面系统，讲解详略得当，重点突出。旨在使学生通过系统复习，掌握所学知识，提高分析问题、解决问题的能力。

在《职业高中(中专)综合复习训练》编写中我们力求强化以下几个方面的要求：①反映国家教育部中等职业教育教学大纲的知识点和国家规划教材所涉及的内容；

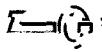
②内容安排、题型设计紧扣近几年来高职考试的发展趋向，反映知识点系统全面，阐述简明扼要。③根据职校学生高职考试复习的特点进行编写，既突出学生对基础知识的掌握，又要注重知识面的拓展与学生综合能力的培养；④强调基础性、实用性、针对性、灵活性、趣味性的协调、统一，把握时代脉搏，体现创新精神。希望《职业高中(中专)综合复习训练》的编写出版能够为各地职业高中、中等职业技术学校开展高职考试复习活动提供一些帮助，这也是我们组织出版这套丛书的目的所在。

《职业高中(中专)综合复习训练》的组织编写，得到了浙江省各地职教教研室领导和教研员的大力支持与帮助，陈继泽、张金英、崔瑾三位老师分别任《数学》、《语文》、《英语》三门学科的主编，丁明华、万成荣、王亦敏、朱克、任金辉、李燕津、陈平、张宇轩、林海燕、闻达人、项亚萍、郭海英、唐寅生、高志刚、钱小云、徐毛林、舒连清、谢幼平、曾郁芬、潘国立、戴玉珍等（按姓氏笔画为序）参加了各分册的主要编写工作。他们为《职业高中(中专)综合复习训练》的编写付出了辛勤的汗水，在此，我们表示衷心的感谢。由于组稿时间比较紧迫和编者水平所限，书中难免存在一些不足，恳请使用《职业高中(中专)综合复习训练》的广大师生批评指正，以便我们不断改进和完善。

《职业高中(中专)综合复习训练》编委会

2003年9月

目 录



| | |
|-------------------------|------|
| 第一章 集合、不等式 | (1) |
| 第一节 集合及其运算 | (1) |
| 习题一 | (3) |
| 第二节 简易逻辑 | (6) |
| 习题二 | (8) |
| 第三节 充分条件与必要条件 | (9) |
| 习题三 | (10) |
| 第四节 不等式的性质与证明 | (12) |
| 习题四 | (14) |
| 第五节 不等式的解法 | (16) |
| 习题五 | (19) |
| 复习题一 | (22) |
| 第二章 函数 | (25) |
| 第一节 函数概念及性质 | (25) |
| 习题六 | (28) |
| 第二节 一元二次函数及函数的应用 | (31) |
| 习题七 | (33) |
| 第三节 指数与对数 | (37) |
| 习题八 | (39) |
| 第四节 指数函数与对数函数 | (41) |
| 习题九 | (44) |
| * 第五节 指数方程与对数方程 | (47) |
| 习题十 | (49) |
| 复习题二 | (50) |
| 第三章 数列 | (54) |
| 第一节 数列的基本概念 | (54) |
| 习题十一 | (56) |
| 第二节 等差数列 | (58) |



| | |
|----------------------------|-------|
| 习题十二 | (61) |
| 第三节 等比数列 | (64) |
| 习题十三 | (66) |
| 复习题三 | (68) |
| 第四章 排列、组合与二项式定理 | (73) |
| 第一节 排列与组合 | (73) |
| 习题十四 | (76) |
| 第二节 二项式定理 | (80) |
| 习题十五 | (81) |
| 复习题四 | (83) |
| 第五章 概率与统计初步 | (89) |
| 第一节 概率初步 | (89) |
| 习题十六 | (90) |
| 第二节 统计初步 | (92) |
| 习题十七 | (94) |
| 复习题五 | (96) |
| 第六章 平面向量 | (100) |
| 习题十八 | (103) |
| 复习题六 | (106) |
| 第七章 三角函数 | (109) |
| 第一节 角的概念推广及其度量 | (109) |
| 习题十九 | (111) |
| 第二节 任意角的三角函数 | (113) |
| 习题二十 | (115) |
| 第三节 利用诱导公式,求三角函数值 | (118) |
| 习题二十一 | (120) |
| 第四节 三角函数的图像和性质 | (122) |
| 习题二十二 | (124) |
| 复习题七 | (127) |
| 第八章 两角和与差的三角函数、解三角形 | (131) |
| 第一节 两角和与差的三角函数 | (131) |
| 习题二十三 | (132) |
| 第二节 解三角形 | (136) |
| 习题二十四 | (137) |
| 复习题八 | (140) |

| | |
|------------------------------------|-------|
| 第九章 直线与平面 | (143) |
| 第一节 空间元素间的位置关系 | (143) |
| 习题二十五 | (146) |
| 第二节 空间元素间的数量关系 | (149) |
| 习题二十六 | (152) |
| 复习题九 | (156) |
| 第十章 多面体与旋转体 | (162) |
| 习题二十七 | (165) |
| 复习题十 | (167) |
| 第十一章 直线方程 | (170) |
| 第一节 直线的方程 | (170) |
| 习题二十八 | (172) |
| 第二节 两条直线的位置关系 | (174) |
| 习题二十九 | (177) |
| 复习题十一 | (179) |
| 第十二章 二次曲线 | (183) |
| 第一节 曲线与方程 | (183) |
| 习题三十 | (184) |
| 第二节 圆的方程 | (186) |
| 习题三十一 | (188) |
| 第三节 椭圆、双曲线和抛物线 | (191) |
| 习题三十二 | (195) |
| 复习题十二 | (198) |
| 附 录 | (202) |
| 一、模拟试卷(一) | (202) |
| 二、模拟试卷(二) | (206) |
| 三、模拟试卷(三) | (210) |
| 四、模拟试卷(四) | (214) |
| 五、模拟试卷(五) | (218) |
| 六、浙江省 2003 年高等职业技术教育招生考试数学试卷 | (222) |
| 七、浙江省 2004 年高等职业技术教育招生考试数学试卷 | (227) |
| 八、浙江省 2005 年高等职业技术教育招生考试数学试卷 | (231) |
| 九、参考答案 | (237) |





第一章 集合、不等式

◀ 复习要求 ▶

1. 了解集合的意义及其表示方法,了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及表示方法,了解符号 \subseteq 、 \subsetneq 、 $=$ 、 \in 、 \notin 的含义,并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系,会求一个非空集合的子集,掌握集合的交、并、补运算.
2. 理解充分条件、必要条件、充分必要条件的意义.
3. 理解实数大小的基本性质,能运用性质比较两个实数或两个代数式的大小.
4. 理解不等式的三条基本性质,理解均值定理,会用不等式的基本性质和基本不等式 $a^2 \geq 0 (a \in \mathbf{R})$ 、 $a^2 + b^2 \geq 2ab (a, b \in \mathbf{R})$ 、 $a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b \in \mathbf{R}^+)$,解决一些简单问题.
5. 会解一元一次不等式、一元一次不等式组和可化为一元一次不等式组的不等式;会解一元二次不等式,了解区间的概念;会在数轴上表示不等式或不等式组的解集.
6. 了解绝对值不等式的性质,会解形如 $|ax + b| \geq c$ 和 $|ax + b| \leq c$ 的绝对值不等式.

第一节 集合及其运算

知识摘要

1. 集合.

- (1) 集合概念:一些能够确定的对象的全体形成一个集合.构成集合的每个对象都叫做集合的元素.元素与集合的关系是 \in 或 \notin ,两者必居其一.
- (2) 集合中元素的三个特征:确定性,互异性,无序性.
- (3) 集合的表示法:列举法,描述法,图示法.
- (4) 集合的分类:有限集,无限集,空集(记作 \emptyset).
- (5) 常用数集及其记号,自然数集 \mathbf{N} (包括0),正整数集 \mathbf{N}^* 或 \mathbf{N}_+ ,整数集 \mathbf{Z} ,有理数集 \mathbf{Q} ,实数集 \mathbf{R} ,复数集 \mathbf{C} 等.

2. 集合之间的关系.

- (1) 子集:若集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么 A 是 B 的子集,记作 $A \subseteq B$.
- (2) 真子集:如果 $A \subseteq B$ 且 B 中至少有一个元素不属于 A ,那么 A 是 B 的真子集,记作 $A \subsetneq B$.
- (3) 集合的相等:如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则称集合 A 与 B 相等,记作 $A = B$.

3. 集合的运算.



- (1) 交集: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.
- (2) 并集: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.
- (3) 补集: 设 U 是全集, $A \subseteq U$, $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.
- (4) 德摩根定律: $\complement_U(A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B$; $\complement_U(A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$.

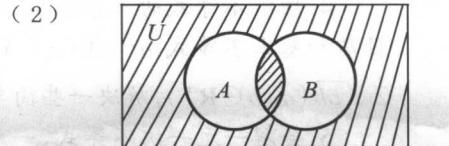
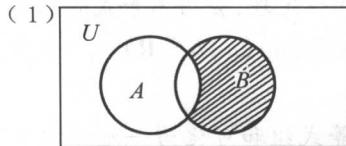
思维拓展

例 1 用适当符号填空.

- (1) $0 \quad \mathbb{N}_+$; (2) $\emptyset \quad \{0\}$; (3) $\{x | x^2 < 0, x \in \mathbb{R}\} \quad \{x | x^2 + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$; (4) $\{\text{等腰三角形}\} \quad \{\text{等边三角形}\}$; (5) $A \cup B = A$, 则 $A \quad B$; (6) $\{x | x^2 - 1 = 0\} \quad \{x | x^4 = 1, x \in \mathbb{R}\}$.

解 (1) $\not\in$; (2) \subseteq ; (3) $=$; (4) \supseteq ; (5) \supseteq ; (6) $=$.

例 2 用集合表示如下图所示的阴影部分.



解 (1) $(\complement_U A) \cap B$; (2) $(A \cap B) \cup \complement_U(A \cup B)$.

例 3 选择题.

- (1) 设集合 $A = \{x | x^2 < a\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 若 $A \cap B = A$, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $a < 1$ B. $a \leqslant 1$ C. $0 < a \leqslant 1$ D. $0 < a < 1$
- (2) 集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leqslant 1\}$, 则 A 与 B 的关系是 ()
A. $A \subsetneq B$ B. $A \supsetneq B$ C. $A \subseteq B$ D. $A \supseteq B$
- (3) 已知集合 $M = \{0, 1, -1\}$, $N = \{y | y^2 = 1 - x^2, x \in M\}$, 则 M, N 满足 ()
A. $M \in N$ B. $M = N$ C. $M \subsetneq N$ D. $M \supsetneq N$

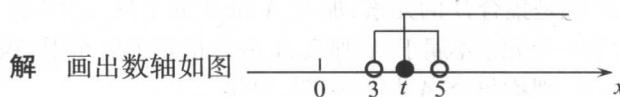
解 (1) 由 $A \cap B = A$ 知 $A \subseteq B$, 又当 $a \leqslant 0$ 时, $A = \emptyset$, 故应选 B; (2) A 表示单位圆上的点, B 表示单位圆及其内部的所有点, 故应选 A; (3) 化简 $N = \{0, 1, -1\}$, 故应选 B.

例 4 设 $A = \{-4, 2a-1, a^2\}$, $B = \{a-5, 1-a, 9\}$, 已知 $A \cap B = \{9\}$, 求实数 a 的值.

解 当 $2a-1=9$ 时, $a=5$, 这时 $A=\{-4, 9, 25\}$, $B=\{0, -4, 9\}$, 不合题意, 应舍去. 又当 $a^2=9$ 时, $a=\pm 3$, 当 $a=3$ 时, $B=\{-2, -2, 9\}$, 不符合集合元素的互异性, 故应舍去. $a=-3$ 时, 经检验符合题意. $\therefore a=-3$.

例 5 设 $A = \{x | x^2 - 8x + 15 < 0\}$, $B = \{x | x \geqslant t\}$.

- (1) 要使 $A \cap B = \emptyset$, 求 t 的范围;
- (2) 要使 $A \cap B \neq \emptyset$, 求 t 的范围;
- (3) 要使 $A \subseteq B$, 求 t 的范围.



$$A = \{x | 3 < x < 5\}.$$

(1)要使 $A \cap B = \emptyset$, 则 $t \geq 5$; (2)要使 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 $t < 5$; (3)要使 $A \subseteq B$, 则 $t \leq 3$.

点评 解此类题时, 在数轴上画出集合 A 、 B 的范围(端点是否包含应特别注意), 形象直观, 便于求解.

试题精选

习题一

A 组

一、选择题

1. 下列四个关系式中, 正确的是 ()
A. $\emptyset \in \{a\}$ B. $a \subsetneq \{a\}$ C. $\{a\} \in \{a, b\}$ D. $a \in \{a, b\}$
2. 已知集合 $M = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$, $N = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. M B. N C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{-3, -1, 0, 1, 2, 3\}$
3. 设集合 $M = \{x \mid -1 \leq x \leq 10\}$, $N = \{x \mid x > 7 \text{ 或 } x < 1\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()
A. $(7, 10]$ B. $[-1, 1) \cup (7, 10]$ C. $[-1, 1]$ D. $(1, 10]$
4. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x + 1 \geq 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - x - 12 \leq 0\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B$ 等于 ()
A. $(-1, 4)$ B. $[-1, 4)$ C. $[-3, -1)$ D. $(-3, -1)$
5. 设集合 $M = \{x \mid x \geq -4\}$, $N = \{x \mid x < 6\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. \mathbf{R} B. \emptyset C. $\{x \mid -4 \leq x < 6\}$ D. $\{x \mid -4 < x < 6\}$
6. 已知集合 $M = \{x \mid -\infty < x < 1, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x \mid -1 < x < 2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $\{x \mid -1 < x < 1\} =$ ()
A. $M \cup N$ B. $M \cap N$ C. $\complement_U(M \cup N)$ D. $(\complement_U M) \cap N$
7. 集合 $M = \{x \mid x \geq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $P = \{x \mid x^2 - x - 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cup P$ 是 ()
A. \emptyset B. M C. $M \cup \{-1\}$ D. P
8. 已知集合 $A = \{x \mid x \geq 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - x - 6 \leq 0\}$, $U = \mathbf{R}$, 那么 $A \cap (\complement_U B) =$ ()
A. $\{x \mid x \geq 3\}$ B. $\{x \mid x > 3\}$ C. $\{x \mid x \geq 1\}$ D. $\{x \mid x > 1\}$
9. 已知集合 $A = \{y \mid y = x^2 + 3x + 1\}$, $B = \{y \mid y = x^2 - 3x + 1\}$, 则 A 与 B 之间的关系是 ()
A. $A = B$ B. $A \cap B = \emptyset$ C. $A \cup B = \{-\frac{5}{4}\}$ D. $A \cap B = \{-1\}$
10. 设集合 $S = \{x \mid -x < 0\}$, $T = \{x \mid -x^2 < 0\}$, 则 $S \cap T =$ ()
A. $\{x \mid x > 0\}$ B. \mathbf{R} C. $\{x \mid x \leq 0\}$ D. $\{x \mid x < 0\}$

二、填空题

11. 满足 $\{1, 2\} \subseteq M \subsetneq \{x \mid x < 5 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}\}$ 的集合 M 的个数为 _____.
12. 设 $A = \{x \mid 1 < x \leq 2\}$, $B = \{x \mid x - a > 0, a \in \mathbf{R}\}$, 且 $\emptyset \subsetneq (A \cap B)$, 则实数 a 的取值范围是 _____.



13. 已知集合 $A = \{x | x^2 - px - 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + qx + r = 0\}$, $A \cap B = \{-2\}$, $A \cup B = \{-2, 1, 5\}$, 则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$, $q = \underline{\hspace{2cm}}$, $r = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若集合 $A = \{x | ax^2 + 3x + 1 = 0\}$ 中有且只有一个元素, 则实数 a 的取值集合是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知集合 $P = \{(x, y) | y = kx, x \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{(x, y) | y = \frac{3}{x}, x \in \mathbf{R}\}$, 如果 $P \cap Q = \emptyset$, 则实数 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知集合 A 有 10 个元素, 集合 B 有 8 个元素, 集合 $A \cap B$ 有 4 个元素, 那么集合 $A \cup B$ 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个元素.

17. “单位圆 $x^2 + y^2 = 1$ 与坐标轴的交点”所组成的集合用列举法可表示成 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 设全集 $U = \mathbf{Z}$, $A = \{x \in \mathbf{Z} | x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} | x \leq 2\}$, 则 $\complement_U A$ 与 $\complement_U B$ 的关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

19. 设集合 $A = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } -10 \leq x \leq -1\}$, $B = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } |x| < 5\}$, 则 $A \cup B$ 中的元素个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

20. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则满足 $A \cap B = B$ 的集合 B 的个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

21. 已知集合 $P = \{1, x, y\}$, $Q = \{x, x^2, xy\}$, 若 $P = Q$, 求实数 x, y 的值.

22. 设全集 $U = \{x | x \text{ 为不大于 } 20 \text{ 的质数}\}$, 已知 $A \cap B = \{7, 19\}$, $A \cap \complement_U B = \{3, 5\}$, $\complement_U(A \cup B) = \{13, 17\}$, 求集合 A, B .

23. 设全集 $U = \{2, 3, x^2 + x - 7\}$, $A = \{2, |x+1|\}$, $\complement_U A = \{5\}$, 求实数 x 的值.

B 组

1. 已知 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x \mid x \subseteq A\}$, 则 A 与 B 的关系是 ()
 A. $A \in B$ B. $A \subseteq B$ C. $A \supseteq B$ D. $A = B$
2. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 若 $M = \{x \mid \sqrt{x-2} \leq 0\}$, $N = \{x \mid 10^{x^2-2} = 10^x\}$, 则 $M \cap \complement_U N$ 是 ()
 A. $\{2\}$ B. $\{-1\}$ C. $\{x \mid x \leq 2\}$ D. \emptyset
3. 已知 $A = \{(x, y) \mid x + y = 2\}$, $B = \{(x, y) \mid x - y = 4\}$, 则集合 $A \cap B$ 为 ()
 A. $x = 3, y = -1$ B. $(3, -1)$ C. $\{3, -1\}$ D. $\{(3, -1)\}$
4. 已知集合 $M = \{3, t\}$, $P = \{x \mid x^2 \leq 2x, x \in \mathbf{N}\}$, $M \cap P = \{1\}$, 又 $S = M \cup P$, 则集合 S 的子集共有 ()
 A. 16 个 B. 8 个 C. 7 个 D. 3 个
5. 设集合 $M = \{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 ()
 A. $M = N$ B. $M \subsetneq N$ C. $M \supsetneq N$ D. $M \cap N = \emptyset$
6. 设集合 $A = \{x \mid |x - 1| < a, a > 0\}$, $B = \{x \mid |x - 2| < 3\}$, 且 $A \subsetneq B$, 求实数 a 的取值范围.
7. 已知集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2ax + b = 0\}$, 若 $B \neq \emptyset$, 且 $A \cup B = A$, 求 a, b 的值.
8. 设集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq a\}$, $B = \{y \mid y = 2x + 3, x \in A\}$, $C = \{y \mid y = x^2, x \in A\}$, 若 $B \cup C = B$, 求 a 的取值范围.



第二节 简易逻辑

知识摘要

1. 简易逻辑.

(1) 命题: 可以判断真假的语句叫做命题.

(2) 逻辑联结词: “或”、“且”、“非”这些词叫做逻辑联结词. “或”, 两个简单命题至少一个成立; “且”, 两个简单命题都成立; “非”, 对一个命题的否定.

(3) 简单命题与复合命题: 不含逻辑联结词的命题叫做简单命题; 由简单命题和逻辑联结词构成的命题叫做复合命题.

(4) 表达形式: 用小写的拉丁字母 $p, q, r, s \dots$ 来表示简单命题.

复合命题有三类: ① p 或 q ; ② p 且 q ; ③ 非 p .

(5) 真值表: 表示命题真假的表叫真值表.

① 非 p 形式复合: 命题真值表

| p | 非 p |
|-----|-------|
| 真 | 假 |
| 假 | 真 |

② p 且 q 形式复合: 命题真值表

| p | q | p 且 q |
|-----|-----|-----------|
| 真 | 真 | 真 |
| 真 | 假 | 假 |
| 假 | 真 | 假 |
| 假 | 假 | 假 |

③ p 或 q 形式复合: 命题真值表

| p | q | p 或 q |
|-----|-----|-----------|
| 真 | 真 | 真 |
| 真 | 假 | 真 |
| 假 | 真 | 真 |
| 假 | 假 | 假 |

2. 四种命题.

(1) 一般地, 用 p 或 q 分别表示原命题的条件和结论, 用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定, 于是四种命题的形式就是:

原命题: 若 p 则 q ($p \Rightarrow q$);

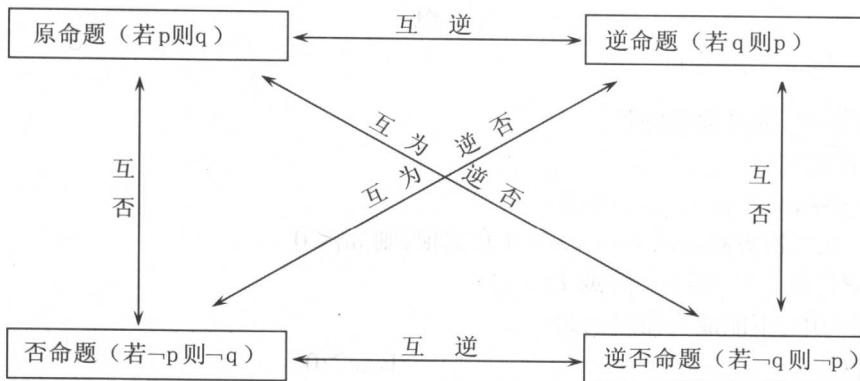


逆命题:若 q 则 p ($q \Rightarrow p$);

否命题:若 $\neg p$ 则 $\neg q$ ($\neg p \Rightarrow \neg q$);

逆否命题:若 $\neg q$ 则 $\neg p$ ($\neg q \Rightarrow \neg p$).

(2) 四种命题的关系:



(3)一个命题的真假与其他三个命题的真假有如下四种关系:

- ①原命题为真,它的逆命题不一定为真;
 - ②原命题为真,它的否命题不一定为真;
 - ③原命题为真,它的逆否命题一定为真;
 - ④逆命题为真,否命题一定为真.

思维拓展

例 1 设语句 $p: x=1, \neg q: x^2+8x-9=0$, 则下列各选项为真命题的为

- | | |
|---------------------|---------------------|
| A. p 且 q | B. p 或 q |
| C. 若 p 则 $\neg q$ | D. 若 $\neg p$ 则 q |

解 选项 A、B 不是命题, \therefore A, B 排除.

$\neg p : x \neq 1, q : x^2 + 8x - 9 \neq 0;$

若 $x \neq 1$, 即若 $\neg p$ 但当 $x = -9$ 时, $x^2 + 8x - 9 = 0$.

\therefore 若 $\neg p$ 则 q 是假命题, \therefore 排除 D.

若 q 成立, 即 $x \neq 1$ 且 $x \neq -9$, 则 $\neg q$ 成立, 即 $x \neq 1$. \therefore 选项 C 为真命题.

例 2 分别写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题，并判断它们的真假。

- (1) 若 $q < 1$, 则方程 $x^2 + 2x + q = 0$ 有实根;
(2) 若 $ab = 0$, 则 $a = 0$ 或 $b = 0$.

解 (1)逆命题:若方程 $x^2 + 2x + q = 0$ 有实根,则 $q \leq 1$. 假命题

否命题：若 $q \geq 1$ ，则方程 $x^2 + 2x + q = 0$ 无实根。假命题。

逆否命题:若方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 无实根, 则 $a \geq 1$. 真命题

(2)逆命题:若 $a=0$ 或 $b=0$,则 $ab=0$.真命题.

- 否命题:若 $ab \neq 0$, 则 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$. 真命题.

逆否命题：若 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ ，则 $ab \neq 0$ 。真命题。

這首歌是：若 $a > 0$ 且 $b > 0$ ，則 $ab > 0$ 為命題。



习题二

A 组

一、选择题

1. 下列命题中,为真命题的是

()

A. $5 < 6$ 或 $5 > 6$ B. $x > y \Rightarrow xt^2 > yt^2$ ($x, y, t \in \mathbb{R}$)C. 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有实根,则 $ac < 0$ D. 若 $P \cap Q = \emptyset$, 则 $P = \emptyset$ 或 $Q = \emptyset$

2. 下列语句中,不能成为命题的是

()

A. $7 > 8$ B. $x > 0$ C. 1 是方程 $x^2 - x = 0$ 的根

D. 3 是 12 的约数

3. 若 p, q 是两个简单命题,且“ p 或 q ”的否定是真命题,则必有

()

A. p 真 q 真B. p 假 q 假C. p 真 q 假D. p 假 q 真4. 有下列命题:①命题“若 $xy = 0$, 则 $|x| + |y| = 0$ ”的逆命题;②命题“若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$ ”的否命题;③命题“矩形的两条对角线相等”的逆命题;④命题“菱形的两条对角线互相垂直”的否命题. 其中真命题的个数为

()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

二、填空题

5. 命题“若 a, b 是奇数,则 $a + b$ 是偶数”的逆否命题是_____.6. 分别用“ p 或 q ”,“ p 且 q ”,“非 p ”填空.

(1)“10 是自然数且为偶数”是_____的形式;

(2)“1 不是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的根”是_____的形式;(3)“方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的根是 4 或 -1”是_____的形式.

三、解答题

7. 写出下列命题的原命题、逆命题、否命题、逆否命题,并判断这些命题的真假.

(1) 三角形的两边之和不小于第三边;(2) 若 $a > b$, 则 $b < a$.

8. 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题,并判断这些命题的真假.

(1) $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, 若 $a = b, c = d$, 则 $ac = bd$; (2) 若 $a + b < 5$, 则 $a < 2$ 或 $b < 3$.

B 组

1. 判断下列命题的真假,并说明理由.

- 若 $A \cup B = A$, 则 $B = \emptyset$ 或 $A = B$;
- 对角线相等的四边形是正方形;
- 设 a, b 是自然数, 如果 $a + b$ 是偶数, 那么 a, b 都是偶数;
- 如果对任意的正数 c , 恒有 $a \leqslant b + c$, 则 $a \leqslant b$.

2. 下列命题中是复合命题的有 ()

- $\complement_U A \cup A = U$;
- 若 $a \in A \cap B$, 则 $a \in A$, 且 $a \in B$;
- 三角形的内角和等于 180° ;
- $\sqrt{3}$ 不是无理数;
- 若 $|x| > a$ ($a > 0$), 则 $x > a$ 或 $x < -a$.

- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个
 3. $p: A \cup \emptyset = A$, 则非 p : _____ 是 _____ 命题(填“真”或“假”).
 4. 写出命题“若 $a^2 + b^2 = 0$, 则 $a = 0$ 且 $b = 0$ ”的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断真假.

第三节 充分条件与必要条件

知识摘要

对于命题 p, q , 如果 $p \Rightarrow q$, 则称 p 是 q 的充分条件, 或 q 是 p 的必要条件.

如果 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$, 则称 p 是 q (或 q 是 p) 的充要条件, 记作 $p \Leftrightarrow q$ 或 p 当且仅当 q .

思维拓展

例 1 用充分条件、必要条件、充要条件、既不充分又不必要条件填空.

- “ x 是整数”是“ x 是自然数”的_____;
- “ $x < 2$ ”是“ $x < 3$ ”的_____;
- $a, b \in \mathbb{R}$, 则“ $|a| = |b|$ ”是“ $a^2 = b^2$ ”的_____;
- $a, b \in \mathbb{R}$, 则“ $a > b$ ”是“ $|a| > |b|$ ”的_____;
- “ $b^2 = ac$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的_____;
- “ x 是矩形”是“ x 是平行四边形”的_____;
- “两个三角形面积相等”是“两个三角形全等”的_____;
- $a, b \in \mathbb{R}$, 则“ $ab = 0$ ”是“ $a = 0$ 或 $b = 0$ ”的_____;
- “ $\alpha = \beta$ ”是“ $\tan \alpha = \tan \beta$ ”的_____;
- 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A > B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”的_____.