高 等 学 校 教 材

大学物理实验

厉爱岭　穆秀家　主编

高等教育出版社

高等学校教材

大学物理实验

厉爱龄　穆秀家　主编

高等教育出版社

内容简介

本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，结合近年来物理实验教学改革的经验，在作者多年使用并不断修改、完善的物理实验讲义的基础上编写的。

本书较系统地介绍了大学物理实验中测量误差、不确定度及数据处理的基本知识，收入了力学、热学、电磁学、光学和近代物理学共42个实验，供不同专业及类型的学生选择。这些实验，既有保证课程基本训练所必需的内容，又有密切联系生产实际的应用性及设计性的实验，并在内容上加强了基础的内涵，形成了一个新的教材体系。

本书可作为高等学校工科、农科各专业的物理实验教材，也可供科技工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/厉爱玲，穆秀家主编.—北京：高等教育出版社，2006.1
ISBN 7-04-017777-3

Ⅰ.大…　Ⅱ.①厉…②穆…　Ⅲ.物理学-实验-高等学校-教材　Ⅳ.O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第124311号

策划编辑 庞永江　**责任编辑** 耿承延　**封面设计** 于文燕
责任绘图 朱　静　**版式设计** 范晓红　**责任校对** 朱惠芳
责任印制 孔　源

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	河北新华印刷一厂	畅想教育	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2006年1月第1版
印　　张	18	印　　次	2006年1月第1次印刷
字　　数	320 000	定　　价	20.90元

物料号　17777-00

前　言

普通物理实验是理、工科学生必修的一门重要基础实验课程，是学生进入大学后较早遇到的一门全面、系统的实验课程，是训练学生的逻辑思维、提高学生的动手能力、培养学生的创新精神的重要基础实践环节。近几年来，随着新知识、新技术的不断涌出，传统的教学内容、教学体系、实验技术已经不适应现代科技的发展，不能满足培养21世纪科技人才的需要。本书是根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，结合我校物理实验教学改革的经验，在多年使用中不断修改、完善的物理实验讲义的基础上编写的。为了培养现代理工科人才，本书增添了一些近代物理的内容和一些在工程技术中常用的物理实验内容和方法。这样，既保证了基本训练，又提高了普通物理实验的综合性和实用程度，提高学生的实验兴趣。

本书不仅对各实验的原理作了简明扼要的论述，即使是某些较深的内容，也力求深入浅出地阐明物理意义。这样，通过实验课学生能较好地掌握和运用理论知识。在实验中还适当地介绍了主要仪器，并且比较详细地说明了实验方法。这样，可使学生进入实验室后能很快独立地拟定合理的实验步骤，通过实践提高自己的实验技能。在每一篇的开头简明地叙述了该实验的意义、目的和要求，还提供了一些背景知识，可以促使学生认真准备，积极思考。在篇末给出了思考题，可帮助学生比较深入地进行总结，加深理解。有些实验项目还附有一些较灵活的提高内容，供有潜力的学生作进一步的钻研。

本书注重培养学生的动手操作、思维及综合实验能力，将实验内容分为若干个层次，按由浅入深、循序渐进的原则进行编排。全书共分五章，第一章为物理实验基本知识，系统地介绍实验基础理论知识，包括误差理论、有效数字及其运算、实验不确定度和常用数据处理方法等；第二章为常用仪器简介及物理实验操作基础，将实验室常用的仪器仪表集中起来加以简单介绍，并介绍物理实验的基本操作规程，便于学生随时翻阅；第三章为基础实验，共25个；第四章为近代物理和综合性实验；共8个；第五章为设计性实验，介绍了物理实验设计的基本方法和实验设计中的一些基本问题，并安排了9个专题实验供设计性训练时选用。

本书共列出42个实验，可满足高等工业学校各专业和应用物理专业的教学需要，也可供电视大学、职工大学等选用，并可作为实验技术人员和其他有关专业人员的教学参考书。

本实验教材是我们几十年教学实践的结晶，凝聚了我校几十年来所有从事实验课教学的教师和技术人员的智慧和劳动成果。他们为实验室的建设，实验课的改革，实验教材的编写都付出了辛勤的劳动，他们的无私奉献永远不会被忘记。在新教材出版之际，谨向他们表示谢意！

本书由厉爱岭、穆秀家主编，郭华北教授主审，曹学成、李慧娟、陈洪叶任副主编。厉爱岭编写绪论、第一章、第二章、第五章及实验一、二、三、四、五、六、七、十八、二十二和附录；穆秀家编写实验十九、二十五、二十八、二十九、三十、三十一、三十二、三十三；李慧娟编写实验二十三、二十四；陈洪叶编写实验二十六、二十七；宁镭编写实验二十、二十一；丛晓燕编写实验十六、十七；郭秀梅编写实验十二、十三；韩岳编写实验八、九；白琮编写实验十、十一；李国栋编写实验十四、十五；曹学成、陈军、孙丰伟对部分章节进行了校对；全书由厉爱岭、穆秀家统稿。插图由厉爱岭绘制。本书在编写过程中，参阅了兄弟院校的有关教材，借鉴了不少宝贵的教学实践经验，在此深表谢意！

由于编写时间仓促，业务水平有限，错误、疏漏之处恳请不吝指正！对关心、支持本书编写的所有同仁表示衷心的感谢！

编者

2005年1月

目　　录

前言 …………………………………………………………………………… I
绪论 …………………………………………………………………………… 1
第一章　物理实验的基本知识 ……………………………………………… 3
　1.1　测量与误差 ………………………………………………………………… 3
　1.2　误差的分类 ………………………………………………………………… 4
　1.3　误差的估算 ………………………………………………………………… 6
　1.4　不确定度的基本概念 ……………………………………………………… 12
　1.5　有效数字及其运算规则 …………………………………………………… 14
　1.6　常用的数据处理方法 ……………………………………………………… 16
第二章　物理实验操作基础 ………………………………………………… 23
　2.1　物理实验常用仪器的调试和操作技术 …………………………………… 23
　2.2　物理实验基本调整技术 …………………………………………………… 42
　2.3　物理实验基本操作规程 …………………………………………………… 44
　2.4　物理实验的基本方法 ……………………………………………………… 46
第三章　基础实验 …………………………………………………………… 60
　实验一　用刚体转动仪测定转动惯量 ……………………………………… 60
　实验二　静态杨氏模量的测量 ……………………………………………… 64
　实验三　毛细管法测定水的表面张力系数 ………………………………… 68
　实验四　液体黏性系数的测定 ……………………………………………… 72
　实验五　弹簧振子的简谐振动 ……………………………………………… 76
　实验六　固定均匀弦振动的研究 …………………………………………… 79
　实验七　声速的测定 ………………………………………………………… 84
　实验八　测定空气的比热容比 γ 值 ……………………………………… 91
　实验九　不良导热体导热系数的测定 ……………………………………… 94
　实验十　铁磁材料的磁滞回线和基本磁化曲线 …………………………… 98
　实验十一　霍耳效应的应用 ………………………………………………… 104
　实验十二　电桥测电阻 ……………………………………………………… 108
　实验十三　电子束的电聚焦、电偏转、磁聚焦、磁偏转及电子荷质比

的测定 …… 114
实验十四　示波器的使用 …… 123
实验十五　用电势差计测电动势 …… 130
实验十六　单缝衍射光强分布的测量 …… 136
实验十七　旋光仪测糖溶液浓度 …… 141
实验十八　分光计的调节和使用 …… 146
实验十九　牛顿环与劈尖干涉 …… 154
实验二十　用极限法测固体和液体的折射率 …… 158
实验二十一　布儒斯特角的测定 …… 164
实验二十二　光速的测定 …… 167
实验二十三　迈克尔孙干涉仪 …… 174
实验二十四　照相技术 …… 182
实验二十五　全息照相 …… 192
第四章　近代物理和综合性实验 …… 199
实验二十六　密立根油滴实验 …… 199
实验二十七　动态杨氏模量 …… 207
实验二十八　塞曼效应实验 …… 211
实验二十九　金属电子逸出功测定实验 …… 219
实验三十　光电效应实验 …… 224
实验三十一　小型摄谱仪及其应用 …… 231
实验三十二　弗兰克－赫兹实验 …… 238
实验三十三　PN 结特性研究实验 …… 243
第五章　设计性实验 …… 248
实验三十四　日光灯电路的连接 …… 249
实验三十五　开关双控照明电路 …… 250
实验三十六　电表的改装 …… 251
实验三十七　电炉丝电阻率的测量 …… 252
实验三十八　测量电阻及二极管的伏安特性曲线 …… 252
实验三十九　测量固体和液体的密度 …… 253
实验四十　薄透镜焦距的测定 …… 254
实验四十一　用照度计研究照度定律 …… 255
实验四十二　电学基本测量 …… 256
附录一　中华人民共和国法定计量单位 …… 261
附录二　常用物理数据 …… 264

绪 论

物理学是一门实验科学，在物理学的发展进程中，物理理论与学说是以实验中的新发现为依据，而又被进一步的实验所验证的，所以说物理学是一门实验科学。今后在探索和开拓新的科技领域中，物理实验仍然是有力的工具。

在大学里物理实验课是对学生进行科学实验基础训练的一门重要课程，是独立开设的一门必修基础实验课程，它不仅可以加深对理论的理解，更重要的是使学生获得基本的实验知识，在实验方法和技能诸方面得到较为系统、严格的训练。可以说，物理实验课是大学里学习和从事科学实验的起步。同时，在培养科学工作者的良好素质及科学世界观方面，物理实验也起着潜移默化的作用。因此，学好物理实验对于高等学校中理工科的学生是十分重要的。

一、物理实验课的目的

1. 通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加深对物理学原理的理解。

2. 培养与提高学生的科学实验能力，其中包括：

(1) 自行阅读实验教材或资料，做好实验前的准备；

(2) 借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器；

(3) 运用物理学理论对实验现象进行初步分析和判断；

(4) 正确记录和处理实验数据，绘制曲线，说明实验结果，撰写合格的实验报告；

(5) 完成简单的设计性实验。

3. 培养与提高学生的科学实验素养，要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风，严肃认真的工作态度，主动研究的探索精神和遵守纪律、爱护公共财物的优良品德。

二、物理实验课的主要教学环节

为达到物理实验课的目的，学生应重视物理实验教学的三个重要环节。

1. 实验预习。课前要仔细阅读实验教材或有关的资料，基本弄懂实验所用的原理和方法，并学会从中整理出主要实验条件、实验步骤及实验注意事项，根据实验任务画好记录数据的表格。有些实验还要求学生课前自拟实验方案，自

己设计线路图或光路图，自拟数据表格等。因此，课前预习的好坏是实验中能否取得成功的关键。

2. 实验操作。学生进入实验室后应遵守实验室规则，按照一个科学工作者的标准要求自己。井井有条地布置仪器，安全操作，细心观察实验现象，认真钻研和探索实验中的问题。遇到问题时，在教师的指导下学习解决问题的方法，而不是测出几个数据就以为完成了任务。总之，要将重点放在实验能力的培养上。

3. 实验总结。实验后要对实验数据及时进行处理。数据处理过程包括计算、作图、误差分析等。计算要有计算式，代入的数据都要有根据，便于别人看懂，也便于自己检查；作图要按作图规则，图线要规矩、美观。数据处理后应给出实验结果。最后要求撰写出一份简洁、明了、工整、有见解的实验报告，这是每一个大学生必须具备的报告工作成果的能力。

实验报告内容包括：

① 实验名称、姓名、班级、学号、实验组号、日期。

② 实验仪器。所用仪器名称、规格。

③ 实验目的。

④ 实验原理。简要叙述有关物理内容（包括电路图、光路图或实验装置示意图）及测量中依据的主要公式，式中各量的物理含义及单位，公式成立所应满足的实验条件等。

⑤ 实验步骤。根据实际的实验过程写明关键步骤和注意要点。

⑥ 数据表格与数据处理。记录中应有仪器编号、规格及完整的实验数据。要完成计算、曲线图绘制及误差分析。最后写明实验结果。

⑦ 小结或讨论。内容不限，可以是实验中现象的分析，对实验关键问题的研究体会，实验的收获和建议，也可解答思考题。

第一章　物理实验的基本知识

1.1　测量与误差

一、测量

物理学是一门实验科学，对它的研究离不开对各种物理量进行测量，做物理实验主要也是要进行各种测量。

测量分为两种：直接测量和间接测量。

能用测量仪器或仪表直接读出测量值的测量称为直接测量。如用米尺测长度，用温度计测温度，用电表测电流、电压等都是直接测量，所得的物理量如长度值、温度值、电流值、电压值等称为直接测量值。

有些物理量不能进行直接测量，而需依据待测量和某几个直接测量值的函数关系求出，这样的测量称为间接测量。如单摆法测重力加速度 g 时，$g=4\pi^2 l/T^2$，其中 T（周期）、l（摆长）是直接测量值，而 g 是间接测量值。

二、误差

某物理量在一定客观条件下的真实大小，称为该物理量的真值。由于实验理论的近似性、实验仪器灵敏度和分辨能力的局限性、环境的不稳定性等因素的影响，待测量的真值是不可能测得的，测量结果和真值之间总有一定的差异，我们称这种差异为测量误差。测量误差的大小反映了测量结果的准确度，测量误差可以用绝对误差表示，也可以用相对误差表示。在理论上，

$$\text{绝对误差}=\text{测量值}-\text{真值}$$

$$\text{相对误差}=\frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}}\times 100\%$$

由测量所得的一切数据，都毫无例外地包含有一定的测量误差，没有误差的测量结果是不存在的。测量误差存在于一切测量之中，贯穿于测量的全过程。随着科学技术水平的不断提高，测量误差可以被控制得越来越小，但却永远不会降低到零。

1.2 误差的分类

根据误差的性质和产生原因可分为以下几类：

一、系统误差

系统误差的特征是：在同一条件下多次测量同一个物理量时，误差的绝对值和方向保持恒定，或在条件改变时，误差的绝对值和方向按一定规律变化。系统误差的来源有三个方面：

（1）仪器本身的缺陷。例如，仪器的零点不准造成的误差，等臂天平两臂不等长所造成的误差等。

（2）实验方法不完善。包括实验所依据的原理不尽完善、公式本身的近似性、测量方法所带来的误差。例如，称量时未考虑空气的浮力等。

（3）测量者自己的某些因素。由于测量者本人的生理或心理特点所造成的误差。例如，测量一段时间，观察者计时有超前或落后习惯带来的误差；对准标志时，观察者总是习惯偏左或偏右所造成的误差等。

系统误差一般来说是定值的或按某种规律变化，因此系统误差不能通过多次测量来减小或清除，但可以被发现。我们应在实验前、实验中或实验后对可能产生的或已经产生的系统误差加以分析和研究，采取必要的措施进行修正。

二、随机误差（偶然误差）

随机误差的特征是：在同一条件下多次重复测量同一个物理量时，每次出现的误差大小、正负是没有规律，随机变化的。随机误差可能的来源：人们感官（如听觉、视觉、触觉）辨别能力的差异；外界的干扰（如振动、气流、噪声）既不能消除又无法估量。虽然随机误差在测量中没有一定的规律，但在同一条件下对同一物理量进行多次测量时，随机误差是按一定的统计规律分布的。

如果被测量的真值为 a，每次测量值为 x_i，则根据误差的定义，各次测量的误差为

$$\delta_i = x_i - a \ (i = 1, 2, \cdots, n)$$

随机误差 δ_i 服从或接近正态分布，见图1，横坐标为误差 δ，纵坐标为误差的概率密度分布函数 $f(\delta)$。

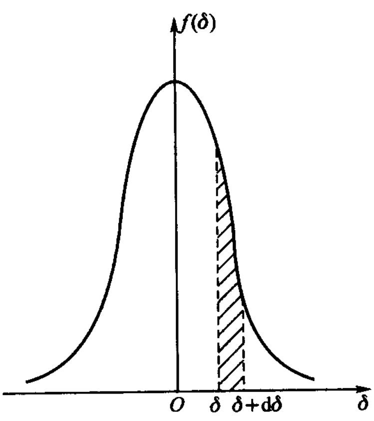

图1 随机误差的正态分布曲线

图中阴影部分的面积表示测量值的随机误差出现在（$\delta, \delta + d\delta$）区间内的概率为

$f(\delta)\mathrm{d}\delta$。当测量次数 $n\to\infty$ 时，曲线完全对称。正态分布具有以下的性质：

（1）单峰性：绝对值小的误差出现的可能性（概率）大，绝对值大的误差出现的可能性小。

（2）对称性：大小相等的正误差和负误差出现的机会均等，对称分布于真值的两侧。

（3）非常大的正误差或负误差出现的可能性近似为零。

（4）抵偿性：当测量次数非常多时，正误差和负误差相互抵消，于是，误差的代数和趋向于零，即

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i = 0 \qquad (1-1)$$

应用概率论可以证明函数 $f(\delta)$ 的数学表达式为

$$f(\delta)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \qquad (1-2)$$

式中：σ 是一个与实验条件有关的常数，若 σ 大，则曲线低而宽，x 的离散性大，测量精度低；若 σ 小，则曲线高而窄，x 的离散性不显著，测量精度高。

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2}{n}}\ (n\to\infty) \qquad (1-3)$$

σ 称为标准误差。σ 在数值上表示无穷多次测量所产生的随机误差的方均根值。

说明：标准误差 σ 与各测量值的误差 δ_i 有着完全不同的含义，δ_i 是第 i 次测量值与真值之间的实在误差，而 σ 并不是一个具体的测量差值，它反映的是在相同条件下进行一组测量后的随机误差概率分布情况，是一个具有统计性质的特征值。

可以证明，概率 $P(|\delta|<\sigma)=\int_{-\sigma}^{+\sigma}f(\delta)\mathrm{d}\delta\approx 68.3\%$，即由 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间正态分布曲线下的面积占总面积的 68.3%，这就是说，如果测量次数 n 很大，则在所测得数据中，将有占总数 68.3% 的数据的误差落在区间 $(-\sigma, +\sigma)$ 之内；也可以说，在所测得的数据中，任一个数据 x_i 的误差 δ_i 落在区间 $(-\sigma, +\sigma)$ 内的概率为 68.3%。概率 P 亦称为置信概率。也可以证明，$P(|\delta|<3\sigma)\approx 99.7\%$，这表明，在 1000 次测量中，随机误差超过 $\pm 3\sigma$ 范围的测得值大约只出现 3 次左右。在一般的十几次测量中，几乎不可能出现。依据这点，可对多次重复测量中由于过失引起的异常数据加以剔除，这被称为剔除异常数据的“3σ”准则，它只适用于测量次数 $n>10$ 的重复测量中。对于测量次数较少的情况，需要采用另外的判别准则。

由概率积分表可得如下一些典型数据：

$P(|\delta|<1.96\sigma)=95.0\%$　　$P(|\delta|<2\sigma)=95.4\%$

$P(|\delta|<2.56\sigma)=99.0\%$　　$P(|\delta|<3\sigma)=99.7\%$

综上所述，系统误差的特点是确定性和可知性；随机误差的特点是随机性和不可避免性。分析和消除误差是一个复杂和困难的问题，在此不作详尽的讨论，在后面将结合某些具体的实验作一些分析和讨论 由于系统误差是确定的、可知的，本书主要讨论随机误差的估算。

1.3 误差的估算

1.3.1 直接测量量的误差估算

一、单次直接测量量的误差估算

有些物理量是在动态下测量的，不允许重复多次测量；有些实验的精度要求不高；某个物理量对结果影响不大。在这些情况下，对被测量量可以只进行一次测量。误差可按仪器出厂检验或仪器上直接注明的仪器误差作为单次测量的误差。若无注明，可取仪器的最小分度的一半表示。

二、多次直接测量量的误差估算

1. 最佳值（近真值）

从前面的讨论可知，随机误差具有抵偿性，即随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而逐渐趋向零（见式 1－1）。因此，当测量次数 $n\to\infty$（或 n 足够大）时随机误差的算术平均值趋于零。

如果在相同条件下对某物理量 x 进行了 n 次测量，测量值分别为 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n$，其算术平均值为

$$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

则称 $\bar{x}$ 为测量结果的最佳值或近真值。常用算术平均值表示测量结果。

2. 误差估算

（1）算术平均偏差

各次测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 的差 Δx_i 称为偏差，

$$\Delta x_1=x_1-\bar{x},\Delta x_2=x_2-\bar{x},\cdots,\Delta x_n=x_n-\bar{x}$$

则

$$\overline{\Delta x}=\frac{1}{n}(|\Delta x_1|+|\Delta x_2|+\cdots+|\Delta x_n|)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\Delta x_i|$$

定义为算术平均偏差。

(2) 标准偏差

前面已讲过当 $n \to \infty$ 时，测量的标准误差

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2}{n}} \qquad (n \to \infty)$$

式中 a 为真值，真值是得不到的，下面讨论误差的实际估算方法。

由于算术平均值最接近真值，因此可以用算术平均值代替真值对标准误差估算。

标准误差

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}} \qquad (n \to \infty) \qquad (1-4)$$

在实际测量中，测量次数 n 不可能趋近无限大，则 $\bar{x} \neq a$，由误差理论可以证明标准误差计算公式应为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad (n\ 有限) \qquad (1-5)$$

式中的 σ 称为标准偏差，该式被称为贝塞尔公式。

(3) 算术平均值的标准偏差

通过多次重复测量获得一组数据，并把求得的算术平均值 $\bar{x}$ 作为测量结果。如果我们在完全相同的条件下再重复测量该物理量时，由于随机误差的影响，不一定能得到完全相同的 $\bar{x}$，这表明算术平均值本身具有离散性。为了评定算术平均值的离散性，我们引入算术平均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$，可以证明

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \qquad (1-6)$$

说明：标准偏差 σ 与算术平均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$ 的物理意义不同。σ 是表示多次测量中每次测量值的分散程度，σ 值小表示每次测量值很接近，反之则比较分散；$\sigma_{\bar{x}}$ 表示平均值偏离真值的多少，$\sigma_{\bar{x}}$ 小则接近真值，$\sigma_{\bar{x}}$ 大则远离真值。

由式(1-6)可见，$\sigma_{\bar{x}}$ 是测量次数 n 的函数，测量次数越多，算术平均值的标准误差越小，所以多次测量提高了测量的精度。但也不是测量次数越多越好，因为 n 增大只对随机误差的减小有作用，对系统误差则无影响，而测量误差是随机误差与系统误差的综合，所以，增加测量次数对减小误差的价值是有限的；其次，

$\sigma_{\bar{x}}$与测量次数 n 的平方根成反比,σ 一定时,当 $n>10$ 以后,$\sigma_{\bar{x}}$随测量次数 n 的增加而减小得很缓慢;另外,测量次数过多,导致测量者疲劳,测量条件也可能出现不稳定,因而有可能出现增加随机误差的趋势。通常取 5 ~ 10 次即可。

说明:测量值与真值之间的差称为误差。在测量次数很多时,多次测量的平均值 $\bar{x}$ 则很接近真值 a,各次测量值与平均值的偏差也就接近于真值的误差,于是我们就不必去区分偏差与误差的微小区别,分别称标准偏差为标准误差,把算术平均偏差称为算术平均误差。在相同条件下,等精度多次测量结果可表示为:$x=\bar{x}+\overline{\Delta x}$或 $x=\bar{x}+\delta_{\bar{x}}$。

为了计算方便,(1 -6)式还可表示为

$$\sigma_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i^2-2x_i\bar{x}+\bar{x}^2)}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-(\sum x_i)^2/n}{n(n-1)}} \tag{1-7}$$

(4) 相对误差

绝对误差 Δx 和标准误差 σ 表示的是一组多次测量的数据中各个数据之间的离散程度,还不能全面评价测量质量。例如,有两个测量对象,测量结果为 $x_{甲}=(2.00\pm0.02)$ cm,$x_{乙}=(20.00\pm0.02)$ cm,虽然两者的绝对误差均为 0.02 cm,但是由于被测量的大小不同,两者测量质量不相同,在此测量中乙优于甲。

为了评价测量的质量,常用相对误差表示。相对误差定义为

$$E=\frac{\Delta x}{\bar{x}}\times100\% \tag{1-8}$$

也称百分误差。一般取一位有效数字,特殊情况下可取两位。

1.3.2 间接测量量的误差估算

物理实验中,多数物理量的值只能通过间接测量才可获得,由于各直接测量量有误差存在,间接测量的结果也必有误差。由诸直接测量量的误差估算间接测量量的误差的关系式称为误差传递公式。

一、绝对误差的传递公式

设待测间接测量量 N 与相应的诸独立的直接测量量 $x,y,z,\cdots,u$ 之间的函数关系

$$N=f(x,y,z,\cdots,u) \tag{1-9}$$

对(1 -9)式求全微分得

$$\mathrm{d}N=\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y+\frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{d}z+\cdots+\frac{\partial f}{\partial u}\mathrm{d}u \tag{1-10}$$

式中 $dx, dy, dz, \cdots, du$ 为 $x, y, z, \cdots, u$ 的微小变化量。由于误差都远小于测量值，可把 $dx, dy, dz, \cdots, du$ 看做误差。

(1－10)式可写成

$$\Delta N = \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial f}{\partial z}\Delta z + \cdots + \frac{\partial f}{\partial u}\Delta u \qquad (1-11)$$

间接测量误差可能出现两种情况：一是各直接测量量的误差都相互加强；二是各直接测量量的误差部分相互加强，部分相互抵消。我们按第一种情况处理，认为直接测量的误差在传递过程中均相互加强，综合后的误差为最大误差。

将(1－11)式各项取绝对值得

$$\Delta N = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\Delta z\right| + \cdots + \left|\frac{\partial f}{\partial u}\Delta u\right| \qquad (1-12)$$

(1－12)式为绝对误差的传递公式。

二、相对误差的传递公式

将(1－9)式取对数得

$$\ln N = \ln f(x, y, z, \cdots, u)$$

对上式两边求全微分得

$$\frac{dN}{N} = \frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{dx}{N} + \frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{dy}{N} + \frac{\partial f}{\partial z}\cdot\frac{dz}{N} + \cdots + \frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{du}{N}$$

将上式中的微分号改为误差号，取各项绝对值求和，得间接测量的相对误差

$$E = \frac{\Delta N}{N} = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{\Delta x}{N}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{\Delta y}{N}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\cdot\frac{\Delta z}{N}\right| + \cdots + \left|\frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{\Delta u}{N}\right| \qquad (1-13)$$

(1－13)式为相对误差的传递公式。

表 1－1 给出常用函数的误差公式：

表 1－1　常用函数的误差传递公式

函数式	绝对误差传递公式 $\Delta N =$	相对误差传递公式 $E =$
$N = x + y$	$\Delta x + \Delta y$	$\dfrac{\Delta x + \Delta y}{\bar{x} + \bar{y}}$
$N = x - y$	$\Delta x + \Delta y$	$\dfrac{\Delta x + \Delta y}{\bar{x} + \bar{y}}$
$N = xy$	$\bar{x}\Delta y + \bar{y}\Delta x$	$\dfrac{\Delta x}{\bar{x}} + \dfrac{\Delta y}{\bar{y}}$
$N = \dfrac{x}{y}$	$\dfrac{\bar{y}\Delta x + \bar{x}\Delta y}{\bar{y}^2}$	$\dfrac{\Delta x}{\bar{x}} + \dfrac{\Delta y}{\bar{y}}$
$N = kx$	$k\Delta x$	$\dfrac{\Delta x}{\bar{x}}$

函数式	绝对误差传递公式 $\Delta N=$	相对误差传递公式 $E=$
$N=x^n$	$n\bar{x}^{n-1}\Delta x$	$n\dfrac{\Delta x}{\bar{x}}$
$N=\sqrt[n]{x}$	$\dfrac{1}{n}\bar{x}^{\frac{1}{n}-1}\Delta x$	$\dfrac{1}{n}\dfrac{\Delta x}{\bar{x}}$
$N=\sin x$	$\lvert\cos\bar{x}\rvert\Delta x$	$\lvert\cot\bar{x}\rvert\Delta x$
$N=\cos x$	$\lvert\sin\bar{x}\rvert\Delta x$	$\lvert\tan\bar{x}\rvert\Delta x$
$N=\tan x$	$\dfrac{1}{\cos^2\bar{x}}\Delta x$	$\dfrac{2\Delta x}{\sin 2\bar{x}}$
$N=\cot x$	$\dfrac{1}{\sin^2\bar{x}}\Delta x$	$\dfrac{2\Delta x}{\cos 2\bar{x}}$

三、标准误差的传递公式

前面推导(1－12)和(1－13)式计算间接测量的误差时，是在考虑各直接测量误差同时出现最大时，即取各直接测量误差的绝对值相加得到的，实际上测量中出现这种情况的概率是不大的，这样做往往夸大了间接测量误差。为了更真实地反映各直接测量误差对间接测量误差的贡献，常采用标准偏差的传递公式。

设在实验中分别对各个直接测量量 $x,y,z,\cdots,u$ 进行了 n 次测量，则可算出 n 个 N 值，根据误差传递公式(1－10)，每次测量的误差为

$$\mathrm{d}N_i=\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x_i+\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y_i+\cdots+\frac{\partial f}{\partial u}\mathrm{d}u_i\ (i=1,2,\cdots,n)$$

等式两边分别平方得

$$(\mathrm{d}N_i)^2=\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2(\mathrm{d}x_i)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2(\mathrm{d}y_i)^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2(\mathrm{d}u_i)^2$$
$$+2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\mathrm{d}x_i\mathrm{d}y_i+\cdots$$

将 n 次测量的 $(\mathrm{d}N_i)^2$ 相加得

$$\sum_{i=1}^{n}(\mathrm{d}N_i)^2=\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\sum_{i=1}^{n}(\mathrm{d}x_i)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\sum_{i=1}^{n}(\mathrm{d}y_i)^2+\cdots$$
$$+\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2\sum_{i=1}^{n}(\mathrm{d}u_i)^2+2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\sum_{i=1}^{n}\mathrm{d}x_i\mathrm{d}y_i+\cdots$$

由于 $x,y,\cdots,u$ 均是独立变量，因此 $\mathrm{d}x_i,\mathrm{d}y_i,\cdots,\mathrm{d}u_i$ 可正可负，可大可小，其交叉乘积项的和即