



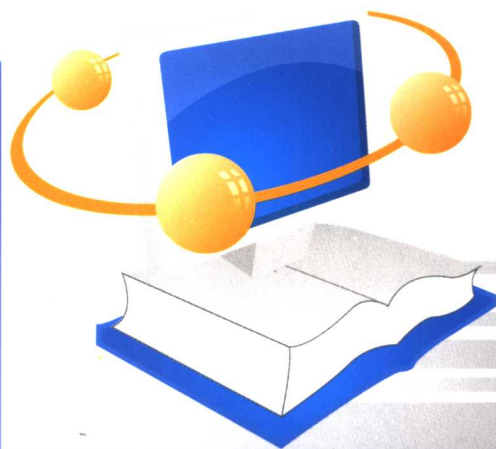
21st CENTURY

十一五规划教材

21世纪全国高等院校

自动化系列

实用规划教材



现代控制理论

主 编 刘永信 陈志梅
副主编 方 健 申欲晓

中国林业出版社
China Forestry Publishing House



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

中国矿业大学

北京



现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

现代控制理论

21 世纪全国高等院校自动化系列实用规划教材

现代控制理论

主 编 刘永信 陈志梅
副主编 方 健 申欲晓
参 编 王冬梅 阎学文

中国林业出版社
China Forestry Publishing House



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书系统地介绍了现代控制理论的基本内容,包括线性控制系统的状态空间描述、线性控制系统运动分析、线性系统的能控性与能观测性、线性定常系统的综合、控制系统的稳定性分析、系统最优控制和课程设计,还深入介绍了 MATLAB 在相关内容上的应用。每章配有一定的例题和习题,并在书末附有习题的参考答案。本书还有配套的电子课件。

本书可作为自动控制专业的本科生和非自动控制专业的研究生教材,也可供有关技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

现代控制理论/刘永信,陈志梅主编. —北京:中国林业出版社;北京大学出版社, 2006.8
(21 世纪全国高等院校自动化系列实用规划教材)

ISBN 7-5038-4412-4

I. 现… II. ①刘… ②陈… III. 现代控制理论—高等学校—教材 IV. 0231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 090837 号

书 名: 现代控制理论

著作责任者: 刘永信 陈志梅 主编

策 划 编 辑: 李娉婷

责任编辑: 李 虎 曹 岚 张 敏

标准书号: ISBN 7-5038-4412-4

出 版 者: 中国林业出版社(地址: 北京市西城区德内大街刘海胡同 7 号 邮编: 100009)

<http://www.cfph.com.cn> E-mail: cfphz@public.bta.net.cn

电话: 总编室 66180373 营销中心 66187711

北京大学出版社(地址: 北京市海淀区成府路 205 号 邮编: 100871)

<http://www.pup.cn> <http://www.pup6.com> E-mail: pup_6@163.com

电话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

印 刷 者: 北京宏伟双华印刷有限公司

发 行 者: 北京大学出版社 中国林业出版社

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 15.75 印张 335 千字

2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 22.00 元

《21 世纪全国高等院校自动化系列实用规划教材》

专家编审委员会

主任委员 张德江

副主任委员 (按姓氏拼音顺序排名)

陈 静 丁坚勇 侯媛彬

纪志成 任庆昌 吴 斌

秘书长 于微波

委 员 (按姓氏拼音顺序排名)

陈志新 戴文进 段晨旭 樊立萍

范立南 公茂法 关根志 嵇启春

蒋 中 雷 霞 刘德辉 刘永信

刘 原 马永翔 孟祥萍 孟彦京

聂诗良 王忠庆 吴旭云 燕庆明

杨新华 尤 文 张桂青 张井岗

总 序

我们所处的时代被称为信息时代。信息科学技术的迅速发展和广泛应用,深深地改变着人类生产、生活的各个方面。人类社会生产力发展和人们生活质量的提高越来越得益于和依赖于信息科学技术的发展。自动化科学技术涉及到信息的检测、分析、处理、控制和应用等各个方面,是信息科学与技术领域的重要组成部分。在我国经济建设的进程中,工业化是不可逾越的发展阶段。面对全面建设小康社会的发展目标,党和国家提出走新型工业化道路的战略决策,这是一条我国当代工业化进程的必由之路。实现新型工业化,就是要坚持走科技含量高、经济效益好、资源消耗低、环境污染少、人力资源优势得到充分发挥的可持续发展的科学发展之路。在这个过程中,自动化科学技术起着不可替代的重要作用,高等学校的自动化学科肩负着人才培养和科学研究的光荣的历史使命。

我国高等教育中工科在校大学生数占在校大学生总数的 35%~40%,其中自动化类学生是工科各专业中学生人数最多的专业之一。在我国高等教育已走进大众化阶段的今天,人才培养模式多样化已成为必然的趋势,其中应用型人才是我国经济建设和社会发展需求最多的一大类人才。为了促进自动化领域应用型人才培养,发挥院校之间相互合作的优势,北京大学出版社组织了这套《21 世纪全国高等院校自动化系列实用规划教材》。

参加这一系列教材编写的基本上都是来自地方工科院校自动化学科的专家学者,由此确定了教材的使用范围,也为“实用教材”的定位找到了落脚点。本系列教材具有如下特点:

(1) 注重实用性。地方工科院校的人才培养规格大多定位在高级应用型,对这一大类人才的培养要注重面向工程实践,培养学生理论联系实际、解决实际问题的能力。从这一教学原则出发,本系列教材注重实用性,注意引用工程中的实例,培养学生的工程意识和工程应用能力,因此将更适合地方工科院校的教学要求。

(2) 体现新颖性。更新教材内容,跟进时代,加入一些新的先进实用的知识,同时淘汰一些陈旧过时的内容。

(3) 院校间合作交流的果。每一本教材都有几所院校的教师参加编写。北大出版社事先在西安市和长春市召开了编写计划会和审纲会,来自各院校的教师比较充分地交流了情况,在相互借鉴、取长补短的基础上,形成了编写大纲,确定了编写原则。因此,这一系列教材可以反映出各参编院校一些好的经验和做法。

(4) 这一系列教材几乎涵盖了自动化类专业从技术基础课到专业课的各门课程,到目前为止,列入计划的已有 30 多门,教材门数多,参与的院校多,参加编写人员多。

地方工科院校是我国高等院校中比例最大的一部分。本系列教材面向地方工科院校自动化类专业教学之用,将拥有众多的读者。教材专家编审委员会深感教材的编写质量对教学质量的重要性,在审纲会上强调了“质量第一,明确责任,统筹兼顾,严格把关”的原则,要求各位主编加强协调,认真负责,努力保证和提高教材质量。各位主编和编者也将尽职尽责,密切合作,努力使自己的作品受到读者的认可和欢迎。尽管如此,由于院校之间、编者之间的差异性,教材中还是难免会出现一些问题和不足,欢迎选用本系列教材的教师、学生提出批评和建议。

张德江

2006年1月

前 言

现代控制理论从 20 世纪 50 年代末产生以来, 至今已经历了半个世纪, 在此期间从理论到实践都得到了很大的发展, 解决了宇宙航行、导弹制导等领域中的一些高精度控制问题, 为人们提供了可以很好地研究动态系统并获得理想性能的方法。现代控制理论的思想和方法已经广泛地应用于工农业生产、国防、航天、交通运输、管理、生物等领域, 在计算机应用空前发展的今天, 现代控制理论及其应用正越来越为人们所重视。

全书共分 7 章, 以单输入—单输出线性系统为背景, 重点介绍现代控制理论的基本问题。第 1 章介绍线性控制系统在状态空间中的描述; 第 2 章介绍线性控制系统运动分析; 第 3 章介绍线性系统的能控性与能观测性问题; 第 4 章介绍线性定常系统的综合方法; 第 5 章介绍控制系统的稳定性分析, 即李雅普诺夫第二法; 第 6 章简单介绍最优控制的基本理论和二次型最优问题; 第 7 章以倒立摆为例介绍课程设计方法。本书主要注重基本理论的讲解, 并辅以相当的实例, 而且还提供相应的 MATLAB 函数和调用格式。

本书由内蒙古大学刘永信、太原科技大学陈志梅任主编, 吉林工程技术师范学院方健、中北大学分校申欲晓任副主编, 参加编写的还有长春工业大学王冬梅和太原科技大学阎学文。其中方健编写了第 1 章和第 7 章; 申欲晓编写了第 2 章, 陈志梅编写了第 3 章; 王冬梅编写了第 4 章; 阎学文编写了第 5 章; 刘永信编写了绪论、第 6 章并完成全书的统稿、审定工作。

由于时间仓促, 难免有疏漏之处, 恳请广大读者批评指正。

编 者
2006 年 6 月

《21 世纪全国高等院校自动化系列实用规划教材》

联合编写学校名单（按拼音顺序排名）

- | | |
|---------------|-------------|
| 1 安徽建筑工业学院 | 30 南昌工程学院 |
| 2 安徽科技学院 | 31 平顶山工学院 |
| 3 北华大学 | 32 平顶山学院 |
| 4 北京工商大学 | 33 青岛科技大学 |
| 5 北京建筑工程学院 | 34 山东建筑工程学院 |
| 6 长春大学 | 35 山东科技大学 |
| 7 长春工程学院 | 36 陕西科技大学 |
| 8 长春工业大学 | 37 陕西理工学院 |
| 9 长春理工大学 | 38 沈阳大学 |
| 10 成都理工大学 | 39 沈阳工程学院 |
| 11 东北电力学院 | 40 沈阳工业大学 |
| 12 福州大学 | 41 沈阳化工学院 |
| 13 广东工业大学 | 42 四川理工学院 |
| 14 桂林工学院 | 43 太原科技大学 |
| 15 合肥工业大学 | 44 潍坊学院 |
| 16 河南工业大学 | 45 武汉大学 |
| 17 河南科技学院 | 46 武汉理工大学 |
| 18 河南农业大学 | 47 西安工程科技学院 |
| 19 华东交通大学 | 48 西安建筑科技大学 |
| 20 黄石理工学院 | 49 西安科技大学 |
| 21 吉林工程技术师范学院 | 50 西安理工大学 |
| 22 吉林化工学院 | 51 西安石油大学 |
| 23 吉林建筑工程学院 | 52 西安外事学院 |
| 24 江南大学 | 53 西安邮电学院 |
| 25 焦作大学 | 54 西南大学 |
| 26 兰州理工大学 | 55 西南科技大学 |
| 27 聊城大学 | 56 浙江大学 |
| 28 辽宁大学 | 57 中北大学 |
| 29 内蒙古大学 | 58 中北大学分校 |

目 录

第 0 章 绪论	1	1.7.1 利用 MATLAB 求状态空间模型	44
0.1 控制理论的发展阶段	1	1.7.2 状态空间表达式 与传递函数的变换	45
0.2 现代控制理论与经典 控制理论的比较	2	1.7.3 状态空间表达式的线性变换 ...	47
0.3 现代控制理论与经典 控制理论的关系	3	本章小结	49
第 1 章 线性控制系统的状态空间描述	4	习题	49
1.1 状态空间模型	4	第 2 章 线性控制系统运动分析	53
1.1.1 状态空间的基本概念	4	2.1 线性定常系统状态方程的求解	53
1.1.2 系统的状态空间表达式	5	2.1.1 齐次状态方程的求解	54
1.2 动态系统状态空间表达式的建立	10	2.1.2 状态转移矩阵	56
1.2.1 根据系统的机理建立	10	2.1.3 非齐次状态方程的求解	69
1.2.2 由系统微分方程求出 状态空间表达式	13	2.2 线性时变系统状态方程的解	72
1.2.3 由传递函数导出 状态空间表达式	19	2.2.1 状态转移矩阵	72
1.2.4 由方框图导出 状态空间表达式	27	2.2.2 线性时变连续系统齐次 状态方程的解	72
1.3 状态方程的标准形式	30	2.2.3 线性时变连续系统非齐次 状态方程的解	73
1.3.1 状态空间表达式的标准形式	30	2.3 离散时间系统状态方程的求解	75
1.3.2 转化为对角标准形	33	2.3.1 线性连续系统的时间离散化 ...	75
1.3.3 转化为约当标准形	36	2.3.2 线性离散系统 状态方程的求解	78
1.4 由状态空间表达式求传递函数(阵)	38	2.3.3 线性离散系统 状态响应的解析关系式	81
1.4.1 单输入—单输出 系统传递函数	38	2.4 利用 MATLAB 计算矩阵指数	82
1.4.2 多输入—多输出 系统传递函数阵	40	2.4.1 利用 MATLAB 符号工具箱 计算矩阵指数	83
1.4.3 传递函数阵的不变性	41	2.4.2 求线性系统的状态响应	83
1.5 离散时间系统的状态空间表达式	41	本章小结	85
1.6 离散系统的传递函数阵	43	习题	85
1.7 利用 MATLAB 进行系统模型之间 的相互转换	44	第 3 章 线性系统的能控性 与能观测性	88

3.1 线性定常连续系统的能控性	88	4.1.2 输出反馈	123
3.1.1 能控性定义	88	4.1.3 闭环系统的能控性 和能观性	124
3.1.2 判别系统能控性的方法	89	4.2 极点配置	125
3.1.3 能控标准形	92	4.2.1 采用状态反馈	125
3.1.4 线性定常连续系统 的输出能控性	94	4.2.2 输出反馈极点配置	134
3.2 线性定常连续系统的能观测性	95	4.2.3 状态反馈下闭环系统 的镇定问题	136
3.2.1 能观测性定义	95	4.3 解耦问题	138
3.2.2 判别系统能观测性的方法	96	4.3.1 解耦的定义	138
3.2.3 能观测标准形	99	4.3.2 串联补偿器解耦	139
3.3 线性离散系统的能控性 和能观测性	100	4.3.3 状态反馈解耦	140
3.3.1 离散系统的能控性	100	4.4 状态观测器	144
3.3.2 离散系统的能观测性	101	4.4.1 观测器的模型和定义	144
3.3.3 连续系统离散化后 的能控性与能观测性	102	4.4.2 观测器的设计方法	146
3.4 对偶原理	103	4.4.3 降维观测器	149
3.4.1 线性系统的对偶关系	103	4.4.4 带有状态观测器的状态 反馈闭环系统的分析	153
3.4.2 对偶原理	104	4.5 MATLAB 在系统综合上的应用	156
3.5 系统的结构分解	105	4.5.1 采用 MATLAB 实现 极点配置	156
3.5.1 按能控性分解	105	4.5.2 状态观测器设计	157
3.5.2 按能观测性分解	107	4.5.3 带状态观测器的闭环状态 反馈系统	159
3.5.3 按能控性和能观测性分解	109	本章小结	160
3.6 系统的能控性和能观测性 与传递函数阵的关系	111	习题	161
3.7 传递函数阵的实现问题	112	第 5 章 控制系统的稳定性分析	162
3.7.1 定义和基本特性	112	5.1 李雅普诺夫第二法概述	162
3.7.2 能控标准形实现 和能观测标准形实现	113	5.2 李雅普诺夫意义下的稳定性	163
3.7.3 最小实现	116	5.2.1 平衡状态	163
3.8 利用 MATLAB 分析系统 的能控性和能观测性	117	5.2.2 李雅普诺夫稳定性定义	164
本章小结	119	5.3 李雅普诺夫稳定性定理	167
习题	119	5.3.1 李雅普诺夫第二法中 的二次型函数	167
第 4 章 线性定常系统的综合	122	5.3.2 李雅普诺夫第二法	169
4.1 线性反馈控制系统的基本结构 及其特点	122	5.4 线性系统的李雅普诺夫 稳定性分析	176
4.1.1 状态反馈	122	5.4.1 线性定常连续系统的 李雅普诺夫稳定性分析	176

5.4.2 线性时变系统的 李雅普诺夫稳定性分析.....	180	6.2.2 参数最佳问题的李雅普诺夫 第二方法的解法	198
5.4.3 线性定常离散系统的 李雅普诺夫稳定性分析.....	181	6.2.3 二次型最佳控制问题	201
5.4.4 线性时变离散系统的 李雅普诺夫稳定性分析.....	183	6.3 用 MATLAB 解二次型 最优控制问题	204
5.5 MATLAB 在线性系统稳定性 分析中的应用.....	184	本章小结	212
5.5.1 MATLAB 在线性定常连续 系统稳定性分析中的应用.....	184	习题	213
5.5.2 MATLAB 在线性定常离散 系统稳定性分析中的应用.....	188	第 7 章 一阶倒立摆控制系统 课程设计	215
本章小结	191	7.1 课程设计要求	215
习题	193	7.2 课程设计思路	216
第 6 章 系统最优控制	194	7.3 数学建模	216
6.1 最优控制的一般概念	194	7.4 检查系统稳定性与能控性	219
6.1.1 最优控制的性能指标.....	194	7.5 确定系统的反馈矩阵 k	219
6.1.2 二次型性能指标 的最优控制.....	196	7.6 利用 MATLAB 设计状态 反馈增益矩阵 K	222
6.2 线性二次型最优控制问题	197	7.7 Simulink 仿真分析.....	224
6.2.1 基于李雅普诺夫第二方法 的控制系统最佳化.....	198	本章小结	226
		习题	226
		参考答案	227
		参考文献	236

第 0 章 绪 论

随着大规模生产和空间技术的发展,经典控制理论日益显示出它的局限性,不能适应宇航、经济、生物等各个领域的发展需要。现代科学技术的迅速发展对自动控制的程度、精度、速度、范围及其适应能力的要求越来越高,以状态空间概念为基础的现代控制理论在 20 世纪 50 年代末开始形成,60 年代数字计算机的出现又为自动控制理论的发展奠定了物质基础。目前现代控制理论已形成多个分支,渗透到各个科技领域,推动了自动控制理论和技术的迅速发展。

0.1 控制理论的发展阶段

经典控制理论最初称为自动调节原理,适用于较简单系统特定变量的调节。随着现代控制理论的出现,改称为经典控制理论。对于早期的控制系统,控制的目多用于恒值控制,主要设计原则是静态准确度和防止不稳定,而瞬态响应的平滑性及快慢是次要的。所以由劳斯(Routh)和赫尔维茨(Hurwitz)提出的代数稳定判据,在相当一个历史时期基本满足了控制工程师的需要。直至第二次世界大战期间,这种情况才发生了改变。武器的改进,例如,军舰上的大炮和高射炮组,其伺服机构迫切需要自动控制系统的全程控制。对于迅速变化的信号,控制系统的准确跟踪及补偿能力是最重要的,因此促进了经典控制理论的巨大发展。先后出现了奈奎斯特(Nyquist)、伯德(Bode)的频率法和依万思(Evans)的根轨迹法,这两种方法不用求解微分方程,就能分析高阶系统的稳定性、动态质量和稳态性能,为分析和设计系统提供了实用且有力的工具,使系统分析由初期的时域转到了频域。由于这些工作,控制工程发展的第一个阶段基本上完成了。建立在奈奎斯特判据及依万思根轨迹法基础上的理论,通称为经典控制理论。经典控制理论主要是解决单输入单输出的问题,其设计原则是保证静态准确度和防止不稳定,而瞬态响应的平滑性及响应的快慢是次要的。经典控制涉及的一般是线性定常系统,非线性系统中的相平面法也只包含两个变量,对干扰也只是按线性叠加处理。经典控制理论是与生产过程的局部自动化相适应的,它具有明显的依靠手工进行分析和综合的特点,这个特点是和 20 世纪 40~50 年代生产发展的状况密切相关的。

现代控制理论主要用来解决多输入多输出的问题,系统可以是线性或非线性的、定常或时变的。例如,对加工机械有了更高的要求,反映在磨床上,只靠恒速或恒转速,即使加上砂轮自动补偿也是不够的。因为磨床在磨削过程中,砂轮质量是不断变化的,砂轮的半径越来越小,切线速度在变动中,如果保持恒转速,磨削效率就会越来越低。为了提高效率,可以使转速提高,但在恒功率条件下,这样做的结果必然导致转速减小,因此需要调速。但这种调速与通常的调速不同,而且由于考虑了另一个变量(砂轮),所以系统已是一个时变系统。显然,其他加工机械都有类似的情况,在较精密的加工机械使用中,有的

控制变量多达 7 个，而古典法显然对此无能为力。因此在航天飞行器、导弹、火炮的控制方面需要现代控制理论，而且随着工业生产对产品质量和产品要求的提高，现代控制理论也日渐为人们所关注。现代控制理论研究方法上是一种时域方法，即状态空间法；它的分析和综合目标是揭示系统的内在规律，实现系统在一定意义下的最佳化。现代控制理论的出现，是 20 世纪 60 年代人类探索空间的需要和电子计算机飞速发展、普及的产物。现代控制理论形成的最主要的标志是卡尔曼(Kalman)的滤波理论、庞特里亚金(Pontryagin)的极大值原理以及贝尔曼(Bellman)的动态规划方法。近半个世纪以来，现代控制理论得到了快速发展，已形成了多个分支学科，主要分支有线性系统理论、最优控制理论、自适应控制、动态系统辨识、大系统理论。

0.2 现代控制理论与经典控制理论的比较

1. 适应对象

一般来说，经典控制理论只是对单输入单输出定常系统的分析与综合是有成效的。现代控制理论则是适用于线性和非线性、定常和时变、单变量和多变量、连续和离散系统。现代控制理论使用领域的扩大，使它成为更普遍性的理论。

2. 采用的数学工具

由于经典控制理论主要限于处理单变量的线性定常问题，反映到数学上就是单变量的定常微分方程问题，因此拉普拉斯变换(简称拉氏变换)就成了它的主要数学工具，数学模型是传递函数。现代控制理论要处理多变量问题。因此矩阵和向量空间理论是它的主要数学基础。

3. 研究方法

经典控制理论是一种频域方法，它以系统的输入输出的特性作为研究的依据，而现代控制理论的本质是一种时域方法，它是建立在状态变量描述方法基础上的。因此，经典控制理论着眼于系统的输出，而现代控制理论则着眼于系统的状态，它能更完全地描述系统的动力学性质。

4. 分析和综合的差别

经典控制理论是在给定一类特定的输入情况下，分析输出的响应。在综合问题上，是根据给定的某种指标来设计系统的校正网络。经典控制理论着眼于系统外部联系。而现代控制理论则主要揭示系统对控制和初始状态的依赖关系，指出其可能影响的性质和程度。揭示系统在一定的指标提法和其他限制条件下可能达到的最佳状态，即最优控制。

5. 控制器的实现

经典控制理论的控制器即校正装置，是由能实现典型控制规律的调节器构成的，简单的就是 RC 无源网络。而现代控制理论的控制器是能实现任意控制规律的数字机。

6. 基本内容与主要问题

经典控制理论的基本内容有时域法、频率法、根轨迹法、描述函数法、相平面法、代数和几何稳定判据、校正网络设计等,研究的主要问题是稳定性问题。现代控制理论的基本内容有系统辨识、最优控制问题、最佳滤波问题,研究的主要问题是最优化问题。

0.3 现代控制理论与经典控制理论的关系

现代控制理论是对系统的状态进行分析和综合的理论。

现代控制理论是在经典控制理论的基础上发展起来的,虽然二者在数学工具、理论基础和研究方法上有着本质的区别,但对动态系统进行分析研究时,两种理论可以互相补充、相辅相成,而不是相互排斥。特别是对于线性系统的研究,越来越多的经典理论中行之有效的方法已渗透到现代控制理论内部,如零极点配置和频域方法,大大丰富了现代控制理论的研究内容。

现代控制理论本质上是时域法,是建立在状态空间基础上的,它不用传递函数,而是用状态矢量方程作基本工具,从而大大简化了数学表达公式,因此原则上可以分析多输入多输出、非线性及时变系统。应用状态空间法对系统进行分析,主要借助于计算机解出状态方程,根据状态解就可以对系统做出评估。由于不需经过任何变换,在时域中直接求解分析,性能指标是非常直观的。另外,在系统的设计方法上,可以在严密的理论基础上,推导出满足一定性能指标的最优控制系统。总之,在经典理论应用上存在的局限和困难之处,在现代控制理论中能迎刃而解。

对初学者来说,学习现代控制理论应该采取与经典控制理论联系对比的方式进行学习和应用,这样就会在二者之间架起一座“桥梁”,进一步推进实践和理论的发展。例如,经典控制理论中的相平面和相变量,可以看作是状态空间和状态变量的雏形。拉氏变换法求解微分方程、结构图和信号流程图表示变量之间的关系,都可以用于现代控制理论的研究。因此,在学习中强调一下现代控制理论与经典控制理论的密切关系是很有必要的。

现代控制理论的出现,是人类探索空间的客观需要。随着社会的发展与科学技术的进步,控制理论将不断完善。具体来说,状态与状态空间概念和方法的引入,在现代控制理论中起了很重要的作用,如果说经典控制理论是研究控制系统输出的分析与综合的理论,那么可以说,现代控制理论是研究控制系统状态的分析与综合的理论。

第 1 章 线性控制系统的状态空间描述

控制系统的数学模型，是用于描述系统动态行为的数学表达式。经典控制理论主要是建立在系统的单输入单输出关系或传递函数的基础之上的，对控制系统仅仅是外部的描述，实际上系统还包含了其他若干相互独立的变量，因此微分方程并不能完全揭示系统的全部运动状态。现代控制理论中的线性系统理论引入状态变量，运用状态空间法描述输入、状态、输出诸变量间的因果关系，系统的动态特性是由状态变量构成的一阶微分方程组来描述的，方程组中包含了系统中所有的独立变量，弥补了微分方程和传递函数描述系统的不足，具有很多优点。

状态空间法具备如下优点：

(1) 在数字计算机上求解一阶微分方程组或者差分方程组，比求解与它相当的高阶微分方程或差分方程要容易。

(2) 状态空间法引入了向量矩阵，大大简化了一阶微分方程组的数学表示法。

(3) 在控制系统的分析中，系统的初始条件对经典法感到困难的问题，采用状态空间法就迎刃而解了。

(4) 状态空间法能同时给出系统的全部独立变量的响应，不但反映了系统的输入输出外部特性，而且揭示了系统内部的结构特性，既适用单输入单输出系统又适用多输入多输出系统。

(5) 状态空间法可利用计算机进行分析设计以及实时控制，所以可应用求解大量的非线性系统、时变系统、随机过程和采样系统。

(6) 利用现代空间法进行系统综合时，是非常有利的。

因此本章主要介绍线性系统的状态空间法。

1.1 状态空间模型

状态空间表达式是以状态、状态变量、状态空间、状态方程等基本概念为基础建立起来的，因此我们首先要掌握和理解这些基本概念的含义，为以后的学习打下良好的基础。

1.1.1 状态空间的基本概念

(1) 状态：状态就是一组变量的集合，在已知未来输入情况下，能够描述系统的全部运动的数目最少的一组变量的集合即为状态。对平面而言，需要两个独立状态；对空间而言， n 维空间需要 n 个独立状态。粗略讲：状态是在空间中的“位置”，是描述系统运动的基本坐标。

先看图 1.1 所示的 R 、 L 、 C 串联电路。它的运动方程式为二阶微分方程，即

$$LC \frac{d^2 u_0}{dt^2} + RC \frac{du_0}{dt} + u_0 = u_r \quad (1.1)$$

在求解这个方程式时, 当 $t = t_0$ 时, $i(t_0)$ 和 $u_0(t)$ 已知, 即 $i(t)$ 和 $u_0(t)$ 的初始值已知。且 $t \geq t_0$ 所加的输入电压 $u_r(t)$ 已知。那么当 $t \geq t_0$ 时, $i(t)$ 和 $u_0(t)$ 就完全被确定了。这就是说以后系统的性能和状态也就完全被确定了。而 $i(t)$ 和 $u_0(t)$ 就是能够描述系统的全部运动的数目最小的一组变量。不同时刻的 $i(t)$ 和 $u_0(t)$ 的值不同, 所对应的状态就不同。

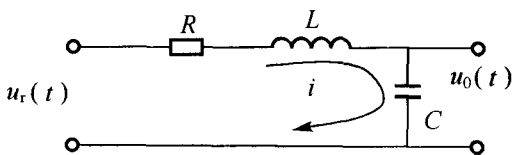


图 1.1 R、L、C 串联电路

(2) 状态变量: 运动系统的状态变量, 就是确定该系统状态的最小一组变量。这里的“状态”指的是系统的运动状态, 如果知道这些变量在任何初始时刻 ($t = t_0$) 的值和 $t \geq t_0$ 时系统所加的输入, 便能充分知道系统在任何将来时刻 ($t > t_0$) 的状态。这样最小一组变量, 就是状态变量。同一个系统, 究竟选取那些变量作为状态变量, 这不是唯一的, 主要是这些变量应该是相互独立的, 且其个数应等于微分方程的阶数; 又由于微分方程的阶数是唯一取决于系统中独立储能元件的个数, 因此状态变量的个数就应等于系统独立储能元件的个数。在图 1.1 所示系统中, 有两个储能元件, 对应的 $i(t)$ 和 $u(t)$ 就是描述上述系统运动状态的一组变量, 称之为状态变量。

(3) 状态向量: 一个 n 阶系统, 如果确定其运动状态, 最少应有 n 个独立变量, 即 n 个状态变量, 用 $x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots, x_n(t)$ 来表示, 可把这 n 个状态变量写成向量的形式, 即

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$$

把状态变量看为向量 $\mathbf{x}$ 的一个分量, 向量 $\mathbf{x}(t)$ 就称为系统的状态向量, 因此状态向量表征了系统在 $t \geq t_0$ 时的状态。

(4) 状态空间: 所有状态向量的集合, 以状态变量 $x_1(t) \cdots x_n(t)$ 为坐标轴所构成的 n 维空间, 在几何学上就是状态空间。也可以说状态空间是由所有的状态向量 $\mathbf{x}(t)$ 形成的。

系统的一个状态, 在状态空间中就是一个点。系统的初始状态在状态空间中就是初始点。随着时间的推移, 状态向量 $\mathbf{x}(t)$ 将在状态空间中描绘出一条轨迹, 称之为状态轨迹。

1.1.2 系统的状态空间表达式

在现代控制理论中, 用系统的状态方程和输出方程来描述系统的动态行为, 状态方程和输出方程合起来称为系统的状态空间表达式或称动态方程。引进了状态空间的概念, 就可用数学式子来描述系统在状态空间中运动的特性, 那么这个数学表达式就是系统在状态空间中的数学模型。因此, 状态空间表达式就是系统在状态空间中的数学模型。状态空间