

二年级 (高年级版)

小学数学 活动课读本

朱红伟 等编



上海科学技术出版社

小学数学

活动课读本

〔高年级版〕

朱红伟等编

上海科学技术出版社

内 容 提 要

本书是适合小学五、六年级学生使用的数学活动读本。通过本书的学习,可以使学生拓展自己的知识面,提高自己的思维能力,学会一些基本的数学思想方法,从而培养学生的创新意识和创新能力。

本书按专题分类,共三十讲,内容包括上下两篇:上篇有算式谜题、数的进制、牛顿问题、切割趣题、观察法、猜想法等;下篇有填数问题、平面图形、不定方程、假设法、构造法、综合运用等数学方法。本书通过适合小学生特点的有趣的题目来讲述数学原理,生动活泼,使学生更加容易理解和掌握。本书在每个专题后都有一定数量的练习题,供学生加深理解,并在书后附有参考答案。

责任编辑 周玉刚

小学数学活动读本

(高年级版)

朱红伟 等编

上海科学技术出版社出版、发行

(上海瑞金二路450号 邮政编码200020)

新华书店上海发行所经销 常熟市印刷八厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张9 字数198 000

2000年6月第1版 2000年6月第1次印刷

印数:1-13 000

ISBN 7-5323-5504-7/G·1236

定价:9.50元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题,

请向本社出版科联系调换

主 编：朱红伟

副主编：姚树中 顾建芳 陈晓明

编 委：(按姓氏笔画排列)

许振华 李铭一 吴纯武

顾荣林 钱培源 龚雪萍

程 伟 戴永军 戴海林

编 者：朱红伟 姚树中 陈晓明

顾建芳 顾荣林 戴海林

龚雪萍 凌友林 汪路霞

沈明荣 张永康 沈根林

目 录

上 篇

第 一 讲	算 式 谜 题	1
第 二 讲	数 的 进 制	12
第 三 讲	数 的 奇 偶	18
第 四 讲	有 余 除 法	23
第 五 讲	约 数 倍 数	28
第 六 讲	分 解 质 因 数	34
第 七 讲	包 含 排 除	40
第 八 讲	列 方 程 解 应 用 题	50
第 九 讲	行 程 问 题	56
第 十 讲	牛 顿 问 题	61
第 十 一 讲	切 割 趣 题	66
第 十 二 讲	观 察 法	73
第 十 三 讲	枚 举 法	81
第 十 四 讲	分 类 法	88
第 十 五 讲	猜 想 法	95

下 篇

第 十 六 讲	填 数 问 题	102
第 十 七 讲	巧 妙 运 算	116
第 十 八 讲	平 面 图 形	125

第十九讲	立体图形	134
第二十讲	比和比例	142
第二十一讲	分数应用题	149
第二十二讲	浓度问题	158
第二十三讲	利润问题	164
第二十四讲	列方程组解应用题	170
第二十五讲	不定方程	179
第二十六讲	假设法	186
第二十七讲	转化法	192
第二十八讲	递推法	200
第二十九讲	构造法	206
第三十讲	综合运用	212
参考答案		221

上篇

第一讲 算式谜题

“算式谜”是一种有趣的数学问题. 它通常给出一个算术式子, 但式子中有某些数字没有确定, 要我们根据题目要求、运算意义、计算法则、数的性质等进行判断推理, 逐步确定所求数字, 从而把算式补充完整.

认真分析式子中数与数之间的隐含关系, 选择有特征的部分作为突破口, 合理估计和排除某些数位上数字的可能性, 是解答“算式谜”的关键所在.

例1 在下面乘法算式的空格里, 各填一个适当的数字, 使算式成立.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} \boxed{6} \boxed{8} 4 \\ \times \boxed{1} \boxed{3} \boxed{7} \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{r} 6 \boxed{7} \boxed{5} \boxed{6} \\ 2 \boxed{2} \boxed{5} \boxed{2} \\ \boxed{6} 8 \boxed{4} \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{r} \boxed{8} \boxed{5} \boxed{0} \boxed{7} 6 \end{array} \end{array}$$

分析与解答 在这个乘法算式中, 关键是把被乘数和乘数的空格先填出来. 为了分析时叙述方便, 不妨设被乘数是 $\overline{ab4}$, 乘数是 $\overline{cde}$. 原式变成

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} \boxed{a} & \boxed{b} & 4 \end{array} \\
 \times \begin{array}{ccc} \boxed{c} & \boxed{d} & \boxed{e} \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 6 \boxed{} \boxed{} \boxed{} \cdots \cdots \text{第一部分积} \\
 2 \boxed{} \boxed{} \boxed{} \cdots \cdots \text{第二部分积} \\
 \boxed{} 8 \boxed{} \cdots \cdots \text{第三部分积} \\
 \hline
 \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} 6 \cdots \cdots \text{原式乘积}
 \end{array}
 \end{array}$$

显然,第一部分积是“ $6\boxed{}\boxed{}6$ ”,根据“ $4 \times e$ ”的尾数是 6,推得 e 只可能是 4 或 9. 如果 e 是 4,估算“ $\overline{ab4} \times 4$ ”的积一定小于 4 000,而现在第一部分积的千位上是 6,所以 e 不可能是 4,确定 $e=9$.

第一部分积的算式变成“ $\overline{ab4} \times 9 = 6\boxed{}\boxed{}6$ ”,从积的最高位是 6,推得 a 只可能是 7 或 6. 由于 a 大于 5,从第三部分积是三位数,可确定 $c=1$,则 $b=8$. 再看 a ,如果 a 是 7,那么三部分积相加后,原式的乘积就会成六位数,可见 a 不可能是 7,这样确定 $a=6$. 现在原式可填成

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} \boxed{6} & \boxed{8} & 4 \end{array} \\
 \times \begin{array}{ccc} \boxed{1} & \boxed{d} & \boxed{9} \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 6 \boxed{1} \boxed{5} \boxed{6} \\
 2 \boxed{} \boxed{} \boxed{} \cdots \cdots \text{第二部分积} \\
 \boxed{6} 8 \boxed{4} \\
 \hline
 \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} 6 \cdots \cdots \text{原式乘积}
 \end{array}
 \end{array}$$

从第二部分积的最高位是 2,可知 d 可能是 4 或 3. 如果 d 是 4,经试算可知原式乘积又要变成六位数了,所以确定 $d=3$.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & 8 & c \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square & \square & \cdots\cdots\text{第一行} \\ \hline \square & \square & \square & \square & & & \cdots\cdots\text{第二行} \\ \hline \square & \square & \square & & & & \cdots\cdots\text{第三行} \\ \square & \square & \square & & & & \cdots\cdots\text{第四行} \\ \hline \square & \square & \square & \square & & & \cdots\cdots\text{第五行} \\ \square & \square & \square & \square & & & \cdots\cdots\text{第六行} \\ \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

0

根据除法计算法则,竖式中有下面关系:

$$\overline{xyz} \times a = \square\square\square\square \text{ (第二行)}$$

$$\overline{xyz} \times 8 = \square\square\square \text{ (第四行)}$$

$$\overline{xyz} \times c = \square\square\square\square \text{ (第六行)}$$

从第三行的前两位除以 $\overline{xyz}$ 不够商1,确定 $b=0$.从第四行 $\overline{xyz} \times 8$ 的积是三位数,确定 $x=1$.由于第四行 $\overline{xyz} \times 8$ 的积是三位数,而第二行 $\overline{xyz} \times a$ 的积是四位数,可知 $a > 8$,这样确定 $a=9$.同理,确定 $c=9$.因此商是9089.

因为 $x=1$,第四行算式变为 $\overline{1yz} \times 8 = \square\square\square$.从这个算式可知第四行的最高位可能是8或9,但竖式中第三行减去第四行的差仍是三位数(即第五行的前三位),所以第四行的最高位只能是8,因此第三行的最高位应是9,第五行的最高位应是1.也就是说:

$$\begin{cases} \overline{1yz} \times 8 = 8\square\square & \cdots\cdots\text{(第四行)} \\ \overline{1yz} \times 9 = 1\square\square\square & \cdots\cdots\text{(第六行)} \end{cases}$$

由这两个算式,经试算可推得 $y=1$ (因为当 $y \geq 2$ 时,第四行算式不成立,当 $y=0$ 时,第六行算式不成立).再经试算可推得 $z=2$.所以除数是112.

由商 9089, 除数 112, 可以算出被除数为

$$9089 \times 112 = 1017968.$$

即原式为

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccc}
 & & & 9 & 0 & 8 & 9 \\
 & & & \boxed{9} & \boxed{0} & 8 & \boxed{9} \\
 \hline
 \begin{array}{ccc}
 1 & 1 & 2 \\
 \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{2}
 \end{array}
 & \overline{) \begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 1 & 7 & 9 & 6 & 8 \\
 \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{7} & \boxed{9} & \boxed{6} & \boxed{8} \\
 \hline
 & & 1 & 0 & 0 & 8 \\
 \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{8} \\
 \hline
 & & & 9 & 9 & 6 \\
 & & & \boxed{9} & \boxed{9} & \boxed{6} \\
 & & & \hline
 & & & 1 & 0 & 0 & 8 \\
 & & & \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{8} \\
 & & & \hline
 & & & & & & 0
 \end{array}
 \end{array}$$

例 3 填出下面加法竖式中用字母表示的数字。(不同字母代表不同数字)

$$\begin{array}{r}
 F O R T Y \\
 + \quad T E N \\
 \hline
 S I X T Y
 \end{array}$$

分析与解答 这道算式就是美国数学月刊上发表过的一道很精彩的数字问题. 算式中“FORTY”、“TEN”、“SIXTY”的中文意思分别是数字 40、10 和 60, 恰好是 $40+10+10=60$. 而且算式中的 10 个字母分别表示 10 个不同的数字. 题目编得很巧妙.

初步观察, 第一列(竖式个位) $Y+2N=Y$, 第二列(竖式十位) $T+2E=T$. 可见第一列没向第二列进位. 可以确定 $N=0$, 而 E 只能代表 5. 这样第二列向第三列进 1.

第四列 O, I 不同, 可知第三列一定向第四列进位, 同理, 第四列也向第五列进 1. 这里 O 只能取 8 或 9. 如果字母

$O=8$, 加上第三列进上来是 1 得 9 不能向第五列进 1; 如果字母 $O=8$, 加上第三列进上来是 2 得 10, I 就代表 0, 这和 N 代表 0 矛盾。所以字母 O 不能是 8, 从而确定 $O=9$ 。第三列应该进 2, 这样 $I=1$ 。至此, 原式可填成

$$\begin{array}{r}
 F \ 9 \ R \ T \ Y \\
 T \ 5 \ 0 \\
 + \quad T \ 5 \ 0 \\
 \hline
 S \ 1 \ X \ T \ Y
 \end{array}$$

由于第三列向第四列进 2, 而 X 不能是 0 和 1, 可推得 T 应是 7 或 8。如果 T 是 7, R 必为 8, 进位后 X 等于 3, 但 $S=F+1$, F 与 S 为相邻数, 在所余的 2、4、6 中无法实现。所以 T 应取 8。 R 可能是 6 或 7, 经推算 R 一定是 7, 否则 X 是 3, 所余的 2、4、6 中没有两个相邻数。由于 $T=8$, $R=7$, 所以 $X=4$ (别忘了第二列要向第三列进 1)。现在还余下 2、3、6, 必是 $F=2$, $S=3$, Y 只能代表 6。所以原算式为

$$\begin{array}{r}
 2 \ 9 \ 7 \ 8 \ 6 \\
 8 \ 5 \ 0 \\
 + \quad 8 \ 5 \ 0 \\
 \hline
 3 \ 1 \ 4 \ 8 \ 6
 \end{array}$$

例 4 在下面乘法算式中, 不同汉字代表不同的数字, 请复原算式。

$$\begin{array}{r}
 \text{兵 车 炮 马} \\
 \times \text{炮 车 兵 马} \\
 \hline
 \square\square\square\square\square \\
 \square\square\square \text{ 兵} \\
 \square\square\square \text{ 车} \\
 \square\square\square\square \text{ 炮} \\
 \hline
 \square\square\square\square\square\square\square\square
 \end{array}$$

分析与解答 从乘数个位看, “兵车炮马 $\times$ 马”的积是五

位数,可知“马” $\neq 1$.从乘数十位看,“兵车炮马 $\times$ 兵”的积是四位数,可知“兵”不大于3,而“马 $\times$ 兵”的尾数是“兵”,可确定“兵”=2,进而确定“马”=6.再从乘数百位看,“兵车炮马 $\times$ 车”=“2车炮6 $\times$ 车”= $\square\square\square$ 车,可知“车” < 5 .由于“车” $\neq$ “兵”=2,可知“车”=4.最后从乘数千位看,“24炮6 $\times$ 炮”的积是五位数,积的尾数是“炮”,可知“炮”=8.(因为“马”已代表6)

这样四个汉字所代表的数字都确定了:

“兵”=2,“马”=6,“车”=4,“炮”=8.

故原式为

$$\begin{array}{r}
 2486 \\
 \times 8426 \\
 \hline
 14916 \\
 4972 \\
 9944 \\
 19888 \\
 \hline
 20947036
 \end{array}$$

例5 下面四个算式都是两位数乘两位数,积是四位数.其中相同汉字代表同一数字,不同汉字代表不同的数字.

- (1) 猫猫 $\times$ 猪猪=猫兔兔猫;
- (2) 鸭鸭 $\times$ 狗狗=鹅鸭鸭鹅;
- (3) 兔兔 $\times$ 鸭鸭=鸡鸡狗狗;
- (4) 狗狗 $\times$ 狗狗=鸭鸭兔兔.

请问:猫+猪+兔+鸭+狗+鹅+鸡=?

分析与解答 仔细观察四个式子,可以发现第(4)个式子的等号左边是“狗狗 $\times$ 狗狗”,两个两位数的四个数字相同,有明显特征,可以作为解题的突破口.

先解(4)式,因为 $11 \times 11, 22 \times 22$ 的积是三位数,所以从 33×33 试起,看乘出的积各位上数字的特征,是否符合前两位是相同的一种数字,后两位是相同的另一种数字.经试算,得 $88 \times 88 = 7744$,确定狗=8,鸭=7,兔=4.

将狗=8,鸭=7,代入(2)式,得 $77 \times 88 = 6776$,确定鹅=6.

将鸭=7,兔=4,代入(3)式,得 $44 \times 77 = 3388$,确定鸡=3.

再解(1)式,这时已用去 8、7、6、4、3 五个数字,还剩下 0、1、2、5、9 五个数字,其中 0 不考虑, $11 \times 99 = 1089$ 不合题意, 11×88 的积只有三位数,1 也不再考虑. $22 \times 55 = 1210$ 不合题意, $22 \times 99 = 2178$ 也不合题意,只有 $55 \times 99 = 5445$ 符合要求,确定猫=5,猪=9.所以,

$$\begin{aligned} & \text{猫} + \text{猪} + \text{兔} + \text{鸭} + \text{狗} + \text{鹅} + \text{鸡} \\ &= 5 + 9 + 4 + 7 + 8 + 6 + 3 \\ &= 42. \end{aligned}$$

练 习 一

基本题:

1. 在下面每个算式的空格中,填入 0~8 这九个数字,使式子成立.

(1)

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square\square \\ - \square\square\square\square \\ \hline 1\ 9\ 4\ 9 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} \square\square \\ + \square\square\square \\ + \square\square\square\square \\ \hline 1\ 9\ 9\ 8 \end{array}$$

2. 在下面乘法算式的每个空格内填一个数字,使式子成立.

$$\begin{array}{r}
 \text{车 马 炮 兵} \\
 \times \text{车 马 炮 兵} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \square \square \square \square \\
 \square \square \square \square \\
 \square \square \square \square \\
 \hline
 \square \square \square \square \square \square \square \square
 \end{array}
 \end{array}$$

选做题：

7. 下面算式中，相同字母表示相同的数字，不同字母表示不同的数字，那么被除数是多少？

$$\begin{array}{r}
 \text{C O L} \\
 \text{A I L S} \overline{) \begin{array}{r} \text{L Y R I C S} \\ \text{S I U R} \end{array}} \\
 \hline
 \begin{array}{r} \text{R I O C C} \\ \text{R A I C O} \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} \text{A G Y L S} \\ \text{R Y L Y U} \end{array} \\
 \hline
 \text{R G Y R}
 \end{array}$$

8. 下列各式中“偶”字代表 0、2、4、6、8 中的某个数字，“奇”字代表 1、3、5、7、9 中的某个数字，请复原下式。

(1)

$$\begin{array}{r}
 \text{偶 偶 奇} \\
 \times \quad \text{奇 奇} \\
 \hline
 \text{偶 偶 偶 奇} \\
 \text{偶 奇 奇} \\
 \hline
 \text{偶 奇 奇 奇}
 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r}
 \text{奇 奇 偶} \\
 \text{奇 奇 6} \overline{) \begin{array}{r} \text{偶 偶 奇 奇 偶} \\ \text{偶 奇 偶} \end{array}} \\
 \hline
 \begin{array}{r} \text{奇 奇 奇} \\ \text{奇 偶 偶} \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} \text{偶 奇 偶} \\ \text{偶 奇 偶} \end{array} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

9. 下面式子中, 相同字母代表相同的数字, 不同字母表示不同的数字. 请写出六位数 $xyzabc = ?$

$$4 \times xyzabc = 9 \times abcxyz.$$

10. 下面式子中的“质”字代表 2、3、5、7 中的某个数字. 试复原该式子.

$$\begin{array}{r}
 \text{质 质} \\
 \hline
 \text{质 质 质} \overline{) \begin{array}{l} \text{质 质 质 质 质} \\ \text{质 质 质 质} \end{array}} \\
 \hline
 \begin{array}{l} \text{质 质 质 质} \\ \text{质 质 质 质} \end{array} \\
 \hline
 \text{质}
 \end{array}$$