

根据 2006 年安徽省高考考试说明编写

高考

安徽卷

数学

(理)

MONI CESHI YU ZIPING

模拟测试与自评



安徽教育出版社

ISBN 7-5336-4710-6 定价: ¥10.00

图书在版编目 (C I P) 数据

高考模拟测试与自评. 数学. 理科 / 致远数学工作室
编. —合肥: 安徽教育出版社, 2006

ISBN 7 - 5336 - 4710 - 6

I. 高... II. 致... III. 数学课—高中—习题—升
学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 015857 号

责任编辑: 艾尚武

装帧设计: 张 勇

出版发行: 安徽教育出版社 (合肥市跃进路 1 号)

网 址: <http://www.ahep.com.cn>

经 销: 新华书店

排 版: 安徽飞腾彩色制版有限责任公司

印 刷: 合肥晓星印刷厂

开 本: 787×1092 1/8

印 张: 5.25

字 数: 130 000

版 次: 2006 年 3 月第 1 版 2006 年 3 月第 1 次印刷

定 价: 7.10 元

发现印装质量问题, 影响阅读, 请与我社发行部联系调换

电 话: (0531) 2822632

邮 编: 230063

出版说明

随着高考命题权的逐步下放,我省广大师生渴望能有几套适合安徽师生使用的高考复习迎考用书。安徽教育出版社在2005年8月推出《高考第一轮复习教程》的基础上,于2006年3月推出了《高考模拟测试与自评》。

本书共分10册,包括语文、数学(文)、数学(理)、英语、物理、化学、生物、政治、历史、地理各1册。其中语文、数学、英语三科严格按照**2006年安徽省高考考试说明**编写,其他各科根据2006年全国高考考试大纲编写。全书在全面分析各地2005年高考命题情况的基础上,遵循2006年的高考命题趋势,**资料翔实,形式规范**,为广大读者提供最新的高考信息,以便学生在高考前进行冲刺训练。

为了帮助学生提高应试能力,本书还具备以下辅助功能:

1. 便于拆分。本书采用活页方式编排装订,每一页都可轻松拆下。除了具有统一编排的页码之外,每份试卷及其答案还另有自成一体的页码编排,避免了拆分后容易发生的混乱,真正方便老师和学生们使用。

2. 记录考试用时。学生在高考时,往往因为不能很好地把握时间而产生做不完考卷的遗憾。在本书中,设计了记录考试用时功能,学生在做试卷前认真填好开考时间,在做完试卷后及时填上结束时间,从而计算出完成每份试卷所使用的时间。学生可根据每次考试的用时情况调整做试卷的方法,以便不断提高考试的速度。

3. 提高学生自评得分能力。在每份试卷的每道大题前设有评分表格,表内分“自评得分”和“实际得分”两项。“自评得分”由学生根据参考答案及评分标准自我评分,并填入表格;“实际得分”则是老师阅卷后所填写的分数。通过这样填写评分表格,学生可以发现“自评得分”与“实际得分”的差距所在,在完成本书的模拟试卷的过程中不断自觉缩小“自评得分”与“实际得分”的差距所在,从而提高自评得分的准确性,避免高考时因估分不准而带来的遗憾。

本书为《高考模拟测试与自评》的数学(理)分册。在高考中,数学卷规定用时为120分钟,满分为150分。本书由致远数学工作室编写。

写给 2006 年高考考生的话

一、考纲变化

今年高考数学考试说明与去年考试大纲对比,概括起来讲,文、理科各有三点变化:

1. 文、理科对正弦函数、余弦函数、正切函数图象和性质的要求,由“了解”提升为“理解”,这只是对近年考试现状的一种认可的再表述,并无再度提高要求之意。

2. 文、理科对椭圆参数方程的要求,由“理解”降低为“了解”,这也是对近年考试现状的一种表述,考试要求并无太大变化。

3. 文科在“理解圆的参数方程”前增加了“了解参数方程的概念”,仅是一种必然的逻辑关系,并无对参数方程的概念提出新的要求的意图;理科对闭区间上连续函数有最大值和最小值的要求由“理解”降低为“了解”,意在降低要求,控制难度。

二、形势预测

1. 全卷 20~22 道题,选择题、填空题、解答题分别为 10~12、4、6 道,分值为 50~60、16、84~74 分,因而试卷可能连续保持去年框架结构,也有可能减少选择题,考前应有适当的针对性训练。

2. 试卷整体难度较 2005 年会有所降低,实现向自主命题的平稳过渡。

3. 强化对运算能力的考查但会控制运算量。高考要以考查能力和素质为主,为真正考查出学生的潜能和素质,必须给学生更多的思考空间和时间,使学生有更多时间去理解题意、分析问题、解决问题。

4. 突出能力立意,重视教学思想方法的考查。命题不过分强调知识的覆盖面,突出对高中数学重点内容和主干知识的考查,强调试题的综合性、探究性和开放性。思想方法包括函数与方程的思想、数形结合思想、分类与整合思想、化归与转化思想、特殊与一般思想、有限与无限思想、或然与必然思想。

5. 加大对新增知识考查力度,逐步由显性应用向隐性应用转变。如导数在函数单调性、函数最值、曲线的切线、不等式证明等方面的应用;向量在立体几何、解析几何、三角中的应用。

6. 立体几何解答题不一定偏向向量坐标法,复习时不能用计算代替逻辑推理。

三、复习方法

1. 细读说明,夯实基础。大纲、说明中都说容易题、中等题、难题的比例为 3:5:2,即基础题占 80%左右,难题占 20%左右。无论是一轮的单元复习,还是二、三轮的综合复习都应把“三基”,即基础知识、基本技能、基本思想方法放在首位,死搞一些难题的做法是非常危险的!也只有“三基”过关,才有可能去攻克难题。

2. 重视课本,构建网络。数学教学的本质是在传授数学知识的过程中把大量的数学概念、定理、公式等陈述性知识,让学生在主动参与、积极构建的基础上,形成越来越有层次的数学知识网络结构,把握各部分知识在各自发展过程中的纵向联系,以及它们间的横向联系,使学生体验整个学习过程中所蕴涵的数学思想、数学方法,形成解决问题的有效手段。在高考复习中,更应理清知识结构,成功构建知识网络,实现抓住主干知识的支撑作用,使知识脉络更加清晰,以不变应对高考的多变。例如,数列、一次函数、直线等几个概念都可以用函数(特殊的对应)的概念统一。等差数列可视为特殊的函数,则在等差数列 $\{a_n\}$ 中已知两项 a_m, a_n ,可化为已知图象上两点 $(m, a_m), (n,$

a_n) 来解。

3. 勤于反思,善于总结。老师讲题、学生做题是高三数学复习的“主旋律”,但我们不可为做题而做题,而要“借题发挥”,借助题目复习有关的数学知识和解题方法。我们不能仅仅满足于求出问题的答案,而更应该注意解题的反思。通过反思,体现数学思想,积累解题经验。一思知识提取是否熟练? 本题涉及哪些重要的知识? 题目特殊在哪里? 二思方法是否熟练? 用到哪些思想方法、解题思路? 为什么要用这种方法? 解题的关键是什么? 突破口在何处? 能否推广? 方法是否具有-般性? 三思存在的弱点:为什么没有做出? 自己存在哪些错误? 为什么会出现这样的错误? 例如,过椭圆 $x^2+2y^2=2$ 的右焦点 F 作弦 AB ,求 $S_{\triangle AOB}$ 的最大值。本题从假设直线 AB 的方程切入,直线 AB 的方程如果假设为 $y=k(x-1)$,会有什么问题? 如果假设为 $x=my+1$ 呢? 方程组 $\begin{cases} x^2+2y^2=2, \\ x=my+1 \end{cases}$ 中消去 x 还是 y 较好? 怎样表示 $S_{\triangle AOB}$? 如何求 $S_{\triangle AOB}$ 的最大值? 问题的结论给我们什么启示? 这是一道基本题,但在解决的过程中蕴藏着非常重要的思想策略,代表着解析几何中的一类问题的解法,通过反思总结,培养直觉猜想、归纳抽象、演绎证明、运算求解等理性思维能力。每题必思,终有收获。

4. 注重通性、通法。近几年的高考题都注重对通性、通法的考查,避开过死、过繁和过偏的题目,解题思路不依赖特殊技巧,思维方向多,解题途径多,方法活,注重发散思维的考查。在复习中千万不要过多“玩技巧”,否则会使成绩好的学生“走火入魔”,成绩差的学生“信心尽失”。

5. 提高运算能力。运算能力是最基础的能力。由于高三复习时间紧、任务重,老师和学生都不太重视运算能力的培养,一个问题,看一看,知道怎样解就过去了,这是我们高三学生运算能力差的直接原因。其实,运算的合理性、正确性、简捷性、时效性对学生考试成绩的好坏起到至关重要的作用,因此,运算能力要进一步加强。同时,在运算中要不断地反思自己解题过程的合理性、转化的等价性等等。

四、一点忠告

答题时先易后难,先熟后生;审题要慢,答题要快;确保运算准确,立足一次成功;讲究规范书写,力争既对又全;立足中下题目,力争高上水平。考场上,请记住:我难人难我不畏难,我易人易我不大意。

致远数学工作室

目 录

2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(一)	1
2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(二)	5
2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(三)	9
2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(四)	13
2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(五)	17
2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(六)	21
2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(七)	25
2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(八)	29
2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(九)	33
2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(十)	37
2006 年高考数学(理科)模拟测试卷答案及评分标准(一)	41
2006 年高考数学(理科)模拟测试卷答案及评分标准(二)	45
2006 年高考数学(理科)模拟测试卷答案及评分标准(三)	49
2006 年高考数学(理科)模拟测试卷答案及评分标准(四)	53
2006 年高考数学(理科)模拟测试卷答案及评分标准(五)	57
2006 年高考数学(理科)模拟测试卷答案及评分标准(六)	61
2006 年高考数学(理科)模拟测试卷答案及评分标准(七)	65
2006 年高考数学(理科)模拟测试卷答案及评分标准(八)	69
2006 年高考数学(理科)模拟测试卷答案及评分标准(九)	73
2006 年高考数学(理科)模拟测试卷答案及评分标准(十)	77

2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(一)

数学试题

题号	二	三	总分
得分			

考生注意:本卷一至三大题共 20 小题,满分 150 分;考试时间 120 分钟.

自评得分	
实际得分	

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分). 在每小题给出的四个选项中,有且只有一项是符合题目要求的.

- 设集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} | 0 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | x = \frac{k}{2}, k \in A\}$, 则集合 $A \cap B = (\quad)$.
 A. $\{0, 1, 2, 3\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{0, 1, 3\}$ D. B
- 复数 $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{10}$ 的值是().
 A. -1 B. 1 C. i D. -i
- 为得到函数 $y = \lg \frac{x}{10}$ 的图象,可以把函数 $y = \lg x$ 的图象().
 A. 向上平移一个单位 B. 向下平移一个单位
 C. 向左平移一个单位 D. 向右平移一个单位
- 已知函数 $y = 2^{-x}$ 与 $y = x + a$ 的图象交点的横坐标为 -1, 则 $a = (\quad)$.
 A. 1 B. -1 C. 3 D. -3
- 去年一辆自行车卖 360 元,雨衣卖 40 元,假设今年这种自行车涨价 5%, 而雨衣降价 20%, 则今年买同样一辆自行车和一件雨衣要比去年().
 A. 多花费 2.5% B. 多花费 3.2%
 C. 少花费 4.5% D. 少花费 1.5%
- 已知圆 $x^2 - 2x + y^2 = 0$ 与直线 $Ax + By = 0$ 相切, 则 $\frac{B}{A} = (\quad)$.
 A. ± 1 B. $\pm \sqrt{2}$ C. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 0
- 有甲、乙、丙三项任务,甲需 2 人,乙、丙各需 1 人承担,从 10 人中选派 4 人承担这三项任务,不同的选法共有().
 A. 1620 种 B. 2520 种 C. 2025 种 D. 5040 种
- 函数 $y = \sin 2x - 2\sin^2 x (x \in \mathbb{R})$ 的最大值为().
 A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{2} - 1$
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_{m+3} = 17$, $a_{m+7} = 33$, 则 a_{m+10} 等于().

A. 45

B. 50

C. 55

D. 60

10. 把二维向量的概念推广,可以得到三维、四维、 $\dots$, n 维向量的概念. 定义: 向量 a 叫 n 维向量, 用 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 表示, 又规定 $\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$. 设两个向量 $a = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $b = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, 规定 a, b 的夹角 θ 的余弦为 $\cos\theta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n x_i^2)(\sum_{i=1}^n y_i^2)}}$. 当两个 n 维

向量 $a(1, 1, 1, \dots, 1)$, $b(-1, -1, 1, 1, \dots, 1)$, 那么 $\cos\theta = (\quad)$.

A. $\frac{n-4}{n}$ B. $\frac{n-3}{n}$ C. $\frac{n-2}{n}$ D. $\frac{n-1}{n}$

自评得分	
实际得分	

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分). 把答案填在题中横线上.

11. 若 $(1+ax)^5$ 展开式中 x^3 的系数为 -8 , 则实数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知数列 $f(x) = a^x (a > 1)$, 对 $x_1 \neq x_2$ 给定下列几个判断:

① $f(x_1 + x_2) = f(x_1)f(x_2)$;

② $f(x_1 \cdot x_2) = f(x_1) + f(x_2)$;

③ $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) > \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$;

④ $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$.

正确的有 (写上序号).

13. 中心在原点, 焦点在 x 轴上的双曲线的一条渐近线为 $y = \frac{3}{4}x$, 焦点到渐近线的距离为 6, 则该双曲线的方程为 .

14. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 在区间 $[0, a]$ ($a > 0$) 上的最大值是 3, 最小值是 2, 则实数 a 的取值范围是 .

自评得分	
实际得分	

三、解答题(本题共 6 小题, 共 80 分)

15. (本小题满分 12 分) $\triangle ABC$ 中, 三边为 a, b, c , $m = (b, a + c)$, $n = (2, -1)$, $m \perp n$, 求 $y = \frac{1 - \cos 2B}{\cos B + \cos(A - C)}$ 的最小值, 并确定取最小值时 $\triangle ABC$ 的形状.

16. (本小题满分 12 分) 平面内有向量 $\overrightarrow{OA} = (1, 7)$, $\overrightarrow{OB} = (5, 1)$, $\overrightarrow{OP} = (\lambda, \lambda)$ ($\lambda \in [0, 3]$), 其中 O 为坐标原点.

(1) 若 $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{BP}$, 求 $\cos \angle PAB$ 的值;

(2) 求 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$ 的最小值, 并求出此时 P 点的坐标.

17. (本小题满分 14 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 5$ 且 $a_n = 3a_{n-1} + 3^n - 1$ ($n = 2, 3, \dots$).

(1) 试求 a_2, a_3 的值;

(2) 若存在实数 λ , 使得 $\left\{ \frac{a_n + \lambda}{3^n} \right\}$ 为等差数列, 试求 λ 的值.

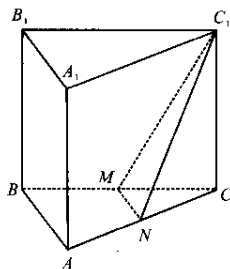
18. (本小题满分 14 分) 口袋里装有大小相同的卡片八张, 其中三张标有数字 1, 三张标有数字 2, 二张标有数字 3, 第一次从口袋里任意抽取一张, 放回口袋里后第二次再任意抽取一张, 记第一次与第二次取到卡片上数字之和为 ξ .

(1) ξ 为何值时, 其发生的概率最大? 说明理由;

(2) 求随机变量 ξ 的期望 $E\xi$.

19. (本小题满分 14 分) 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面 ABC 为等腰直角三角形, $AB=BC=CC_1=4$, N 为 AC 的中点, M 为 BC 上的点, $\angle NMC_1=90^\circ$.

- (1) 求证: $A_1B_1 \parallel$ 平面 MNC_1 ;
(2) 求直线 MC_1 与平面 ACC_1A_1 所成角的大小.



20. (本小题满分 14 分) 已知双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$, 过点 $A(2, 1)$ 的直线 l 与已知双曲线交于 P_1, P_2 两点.

- (1) 若 $\overrightarrow{AP_1} + \overrightarrow{AP_2} = \mathbf{0}$, 求 P 的轨迹方程;
(2) 过点 $B(1, 1)$ 能否作直线 l' , 使 l' 与已知双曲线交于两点 Q_1, Q_2 , 且 $\overrightarrow{BQ_1} + \overrightarrow{BQ_2} = \mathbf{0}$, 请说明理由.

2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(二)

数学试题

题号	一	二	三	总分
得分				

考生注意:本卷一至三大题共 20 小题,满分 150 分;考试时间 120 分钟.

自评得分	
实际得分	

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分).在每小题给出的四个选项中,有且只有一项是符合题目要求的.

- 若 $A = \{(x, y) | x + y = 3\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 1\}$, 则 $A \cap (A \cup B) = ($).
A. A B. B C. $A \cup B$ D. $A \cap B$
- 不等式 $\frac{x+1}{x} \geq 2$ 的解是().
A. $[0, 1]$ B. $(0, 1]$ C. $(-1, 0)$ D. $\mathbf{R}$
- 复数 $\frac{a-i}{i}$ 对应的点在圆 $x^2 + y^2 = 2$ 内部,那么 a 的取值范围是().
A. $(-1, 1)$ B. $(-1, 0) \cup (0, 1)$ C. $(0, 1)$ D. $(-1, 0)$
- 曲线 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \theta, \\ y = -\sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数)上的点到两坐标轴距离之和的最大值是().
A. 1 B. 2 C. 3 D. $\sqrt{2}$
- 下列函数既是奇函数,又在区间 $[-1, 1]$ 上单调递减的是().
A. $f(x) = \sin x$ B. $f(x) = -x + 1$
C. $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$ D. $f(x) = \ln \frac{2-x}{2+x}$
- 在平面直角坐标系中,动点 $M(x, y)$, 定点 $A(2, 0)$, 以及点 $B(-2, y)$, 若 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$, 那么动点 M 的轨迹是().
A. 椭圆 B. 双曲线 C. 抛物线 D. 直线
- 有 A, B, C, D, E 五人入住一家宾馆的 1501, 1502, 1503, 1504, 1505 同一楼层的五个房间,其中要求 A, B, C 三个人的房间号码必须保持某种确定的次序,那么所有可能的人住方法有().
A. $\frac{1}{3} A_5^5$ B. $A_5^2 \cdot A_3^3$ C. A_5^3 D. $\frac{1}{6} A_5^5$
- 如图所示, $a \parallel b$, 两个正方形沿公共边折成直二面角,那么折后 a 与 b 所成的角的大小是().
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{2}$

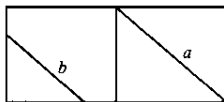
9. 设平面上三个点 A, B, C 同时满足下列两个条件: (1) $\overrightarrow{OA} = m\overrightarrow{OB} + (n+1)\overrightarrow{OC}$; (2) A, B, C 三个点在直线 $2x+y=1$ 上. 那么, m, n 的值满足().

A. $m+n=0$

B. $m-n=0$

C. $m+n=1$

D. $m-n=1$



10. 已知下列几个结论: (1) 直线 $x\cos\theta + y\sin\theta - 2 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 2$ 相切; (2) 直线 $x - 2y + 4 = 0$ 与椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 只有一个交点; (3) 函数 $y = x^2 + 1$ ($x \geq 1$) 的反函数是 $y = \sqrt{x-1}$; (4) 当 $x > y$ 时, 有不等式 $x - \sin x > y - \sin y$ 成立. 那么正确的结论有().
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

自评得分	
实际得分	

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分). 把答案填在题中横线上.

11. 设有公式 $\beta = 10 \lg \frac{I}{I_0}$, 那么, 用 β, I 表示 I_0 的结果是_____.

12. $a \neq 0$ 时, 化简多项式 $C_n^1 + C_n^2 a + C_n^3 a^2 + \dots + C_n^n a^{n-1} =$ _____.

13. 已知椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, 焦点为 F_1, F_2 , 点 P 为其上动点, 当 $\angle F_1 P F_2$ 为锐角时, $\triangle F_1 P F_2$ 面积 S 的取值范围是_____.

14. 设正项数列 $\{a_n\}$ 满足关系 $a_{n+2}^2 - a_{n+2} a_n - 2a_n^2 = 0$, 若 $a_1 = 1, a_2 = 2$, 则 $a_{2n} + a_{2n-1} =$ _____.

自评得分	
实际得分	

三、解答题(本题共 6 小题, 共 80 分)

15. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = kx + b$ 的图象与 x, y 轴分别相交于点 A, B , $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ ($\mathbf{i}, \mathbf{j}$ 分别是与 x, y 轴正半轴同方向的单位向量). 函数 $g(x) = x^2 - mx - 6$, 且 $nf(x) < g(x)$ 的解是 $\{x | x > 2 \text{ 或者 } x < -1\}$. 求 m, n 的值.

16. (本小题满分 12 分) 设函数 $y = \log_2(\sqrt{1 + \sin^2 x} - \sin x)$.

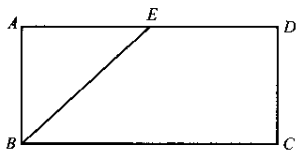
(1) 求函数的定义域;

(2) 求函数的单调区间和最大值.

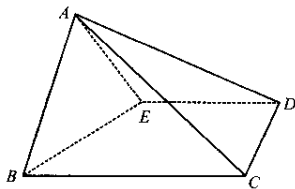
17. (本小题满分 14 分) 甲、乙两队进行一场排球比赛, 据以往经验, 单局比赛甲胜乙队的概率为 0.6. 本场比赛采用五局三胜制, 即先胜三局者获胜, 比赛结束. 设各局比赛相互间没有影响, 令 ξ 为本场比赛的局数, 求 ξ 的概率分布和数学期望 (精确到 0.0001).

18. (本小题满分 14 分) 如图(1), $ABCD$ 是矩形, $BC = 2CD = 2$, 其中 E 是 AD 的中点, 沿 BE 将 $\triangle ABE$ 折成直二面角 (图(2)).

- (1) 求 AD 与 BE 所成的角;
- (2) 求锐二面角 $A-ED-B$ 的大小;
- (3) 求 E 到平面 ABC 的距离.



(1)



(2)

19. (本小题满分 14 分) 已知抛物线 $C: y = \frac{1}{4}x^2$, 准线 l 与对称轴交点为 K , A, B 为抛物线上的两点.

(1) 求这个抛物线的焦点 F 的坐标;

(2) 若 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \mathbf{0}$, 过 A, B 的切线交于一点 P , 证明: P 点在抛物线的准线上, 且与 K 重合, $\angle APB = \frac{\pi}{2}$;

(3) 若 $\overrightarrow{FA} = \lambda \overrightarrow{FB}$, $\lambda \neq -1$, 过 A, B 的切线交于一点 P . 问: ① P 是否在抛物线的准线上; ② $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ 是否仍然成立? 试说明理由.

20. (本小题满分 14 分) 已知函数 $f(x) = a\sqrt{1+x^2}$, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = f(a_n)$, 其中 $a_1 > 0$.

(1) 数列 $\{a_n\}$ 满足: $a = 2, a_1 = 1$, 求 $\{a_n\}$ 的通项;

(2) 证明 $f(x)$ 图象上的任意一点的切线斜率小于 a ;

(3) 已知定理: 若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, 则存在 $\xi \in [a, b]$, 使 $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$. 根据这个定理证明: $|a_{n+1} - a_n| < a^{n-1} |a_2 - a_1|$.

2006 年高考数学(理科)模拟测试与自评(三)

数学试题

题号	一	二	三	总分
得分				

考生注意:本卷一至三大题共 20 小题,满分 150 分;考试时间 120 分钟.

自评得分	
实际得分	

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分). 在每小题给出的四个选项中,有且只有一项是符合题目要求的.

- 如果复数 $\frac{2-bi}{1+2i}$ (其中 i 为虚数单位, b 为实数) 的实部和虚部是互为相反数, 那么 b 等于 ().
 A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 2 D. $-\frac{2}{3}$
- 两个集合 A 与 B 之差记作 " $A-B$ ", 定义为 $A-B=\{x|x \in A, \text{ 且 } x \notin B\}$. 如果集合 $A=\{x|\log_2 x < 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B=\{x|x^2-4x+3 < 0\}$, 那么 $A-B$ 等于 ().
 A. $\{x|x \leq 1\}$ B. $\{x|x \geq 3\}$ C. $\{x|1 \leq x < 2\}$ D. $\{x|0 < x \leq 1\}$
- 偶函数 $f(x)$ 在 $[-1, 0]$ 单调递减, 若 A, B 是锐角三角形的两个内角, 则 ().
 A. $f(\sin A) > f(\cos B)$ B. $f(\sin A) > f(\sin B)$
 C. $f(\cos A) > f(\sin B)$ D. $f(\cos A) > f(\cos B)$
- 函数 $f(x) = ax^3 + (a-1)x^2 + 48(b-3)x + b$ 的图象关于原点成中心对称, 则 $f(x)$ ().
 A. 在 $[-4\sqrt{3}, 4\sqrt{3}]$ 上为增函数
 B. 在 $[-4\sqrt{3}, 4\sqrt{3}]$ 上非单调
 C. 在 $[4\sqrt{3}, +\infty)$ 上为增函数, 在 $(-\infty, -4\sqrt{3}]$ 上为减函数
 D. 在 $(-\infty, -4\sqrt{3}]$ 上为增函数, 在 $[4\sqrt{3}, +\infty)$ 上也为增函数
- 10 张奖券中只有 3 张有奖, 5 个人购买, 至少有 1 人中奖的概率是 ().
 A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{12}$
- 如果一个三位正整数形如 " $a_1a_2a_3$ " 满足 $a_1 < a_2$ 且 $a_3 < a_2$, 则称这样的三位数为 "凸数" (如 120, 363, 374 等都是凸数), 那么所有凸数的个数为 ().
 A. 240 B. 204 C. 729 D. 920
- 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-1}{x-1} = 1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(2-2x)-1} =$ ().
 A. -1 B. 1 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

8. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (0 \leq a_n < \frac{1}{2}) \\ 2a_n - 1 & (\frac{1}{2} \leq a_n < 1) \end{cases}$, 若 $a_1 = \frac{6}{7}$, 则 a_{2004} 的值为 ().

A. $\frac{6}{7}$

B. $\frac{5}{7}$

C. $\frac{3}{7}$

D. $\frac{1}{7}$

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OA}$, 设 $x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$ ($x, y, z \in \mathbf{R}$), 则 $x + y =$ ().

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

10. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = -f(x+4)$, 且当 $x > 2$ 时, $f(x)$ 单调递增. 如果 $x_1 + x_2 < 4$ 且 $(x_1 - 2)(x_2 - 2) < 0$, 则 $f(x_1) + f(x_2)$ 的值 ().

A. 恒小于 0

B. 恒大于 0

C. 可能为 0

D. 可正可负

自评得分	
实际得分	

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分). 把答案填在题中横线上.

11. 定义运算 $a \otimes b$ 为 $a \otimes b = \begin{cases} a & (a \leq b) \\ b & (a > b) \end{cases}$, 例如, $1 \otimes 2 = 1$, 则函数 $f(x) = \sin x \otimes \cos x$ 的值域为 _____.

12. 已知 $(x \cos \theta - 1)^3$ 的展开式中 x^2 的系数与 $(x + \frac{5}{4})^3$ 的展开式中 x^3 的系数相等, 则 $\cos \theta =$ _____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, O 为中线 AM 上的一个动点, 若 $AM = 2$, 则 $\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$ 的最小值是 _____.

14. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的不恒为零的函数, 且对于任意的 $a, b \in \mathbf{R}$, 满足 $f(a \cdot b) = af(b) + bf(a)$, $f(2) = 2$, $a_n = \frac{f(2^n)}{2}$ ($n \in \mathbf{N}^+$), $b_n = \frac{f(2^n)}{2^n}$ ($n \in \mathbf{N}^+$). 考查下列结论: ① $f(0) = f(1)$; ② $f(x)$ 为偶函数; ③ 数列 $\{a_n\}$ 为等比数列; ④ $\{b_n\}$ 为等差数列. 其中正确的是 _____.

自评得分	
实际得分	

三、解答题 (本题共 6 小题, 共 80 分)

15. (本小题满分 12 分) 已知集合 $A = \{x, (x-2)[x - (3a+1)] \leq 0\}$, $B = \left\{x, \frac{x-2a}{x-(a^2+1)} \leq 0\right\}$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求 $A \cap B$;

(2) 求使 $B \subseteq A$ 的实数 a 的取值范围.

16. (本小题满分 12 分) 已知平面向量 $\mathbf{a} = (\sqrt{3}, -1)$, $\mathbf{b} = (x, y)$ ($x > 0$), 且 $|\mathbf{b}| = 1$.

(1) 若对任意实数 t 都有 $|\mathbf{a} - t\mathbf{b}| \geq 1$, 求向量 $\mathbf{b}$;

(2) 在条件(1)下, 令 $\mathbf{m} = \mathbf{a} + (\sin 2\alpha - 2\cos \alpha)\mathbf{b}$, $\mathbf{n} = \left(\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha\right)\mathbf{a} + (\cos \alpha)\mathbf{b}$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. 若 $\mathbf{m} \perp \mathbf{n}$, 求角 α .

17. (本小题满分 14 分) 设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.2, 一旦发生故障全天停止工作. 一周五个工作日, 无故障可获得利润 10 万元, 发生一次故障可获得利润 5 万元, 发生两次故障没有利润, 发生三次或三次以上故障亏损 2 万元, 求一周平均获得利润是多少?

18. (本小题满分 14 分) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 为相应棱上的中点.

(1) 证明: 平面 $AMN \perp$ 平面 A_1ACC_1 ;

(2) 设正方体棱长为 1, 求 B 到平面 AMN 的距离.

