——金色通道

良师指南

liangshizhinan

北师版

《良师指南》丛书编写组　组编

努力奔向成功处

数学

八年级上

延边人民出版社

配套北京师范大学实验教科书

良师指南

数学

八年级数学(北师版)

(上)

主　编　许海峰

副主编　杜其瑞

编　委　李冬雪　邓　然　惠梓洋
　　　　李思铭　孙淑伟　谢雅芳
　　　　方　徽　谭伟彬　李　婷
　　　　张艳秋　杨　明　杨　琳

延边人民出版社

责任编辑：肖玉梅
责任校对：徐　昕

图书在版编目(CIP)数据

良师指南. 八年级数学/穆延水主编. —延吉：延边人民出版社，2005.8
ISBN 7-80698-416-X

Ⅰ. 良… Ⅱ. 穆… Ⅲ. 课-初中-习题
Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 014674 号

良师指南
数　学
八年级(1-6册)上、下
本册主编　许海峰
延边人民出版社　出版
(吉林省延吉市友谊路363号，http://www.ybcbs.com.)
哈尔滨铁路局印刷厂印刷
延边人民出版社发行　　印数：1-5 000册
787×1092毫米　16开　180印张　字数：3840(千字)
2005年8月第1版　2005年8月第1次印刷

ISBN 7-80698-416-X/G·314

套定价：271.00元

目　录

第一章　勾股定理

1.1　探索勾股定理

课本疑难问题解答

1.P3 做一做

(1)

A	B	C
16	9	25
4	9	13

(2)$A+B=C$

2.P3 议一议

如图 1-1-1

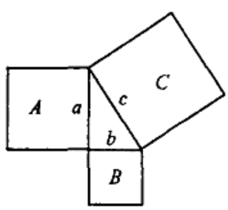


图 1-1-1

(1)$a^2=A$　$b^2=B$　$c^2=C$

(2)$a^2+b^2=c^2$

(3)13 厘米　$5^2+12^2=13^2$

3.P4 想一想

小明的妈妈买的电视售货员没有搞错.

$\because$ 29 英寸$\approx$74 厘米

且:$58^2+46^2=5480$　$74^2=5476$

$\therefore 58^2+46^2\approx 74^2=(29\text{ 英寸})^2$

典型易错题指南

例 1　如图 1-1-2,已知直角三角形两直角边分别为 6cm 和 8cm,求 CD 的长.

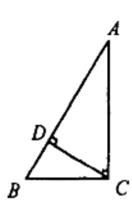


图 1-1-2

解　在 $Rt\triangle ABC$ 中,$AB^2=AC^2+BC^2=6^2+8^2=100$,$\therefore AB=10$.

又 $\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CD=\frac{1}{2}BC\cdot AC$,$\therefore AB\cdot CD=BC\cdot AC$.

即　$10\cdot CD=6\times 8$,$\therefore CD=4.8$.

指南　利用面积相等求直角三角形斜边上的高是中考题中经常涉及到的内容,必须特别注意.

例 2　如图 1-1-3,折叠矩形纸片 ABCD,得折痕 BD,再折叠 AD 使点 A 与点 F 重合,折痕为 DG,若 $AB=4$,$BC=3$,求 AG 的长.

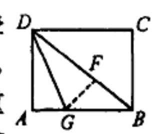


图 1-1-3

解　设 $AG=x$,

$\because$ 矩形 ABCD,$\therefore AD=4$,$BC=3$,在 $Rt\triangle ADB$ 中,$BD^2=AD^2+AB^2$,即 $BD^2=3^2+4^2=25$.

$\therefore BD=5$.

又 $\because \triangle DGA\cong\triangle DGF$,$\therefore DF=DA=3$,$\angle GFD=\angle A=90°$.

$GF=AC=x$,则 $GB=4-x$,$BF=BD-DF=5-3=2$,在 $Rt\triangle GFB$ 中,$GB^2=BF^2+FG^2$,即 $(4-x)^2=2^2+x^2$,$x=1.5$,因此 AG 的长为 1.5.

指南　数形结合思想在此得到了充分体现.勾股定理使代数中的方程思想和几何中的计算完美地结合在一起,使几何中的推理计算更为简洁明快.所以勾股定理的计算问题中,必须重视方程思想的应用,实际上在以后的几何学习中,方程思想一直有着举足轻重的地位.

随堂练习扩充题

1. 填空题

(1)如图 1－1－4 字母 A 所代表的正方形的面积为________.

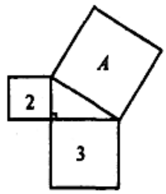


图 1－1－4

(2)在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$AC=15$,$AB=17$,则 BC 为________.

(3)已知如图 1－1－5 所示,f 的值为________.

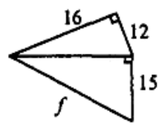


图 1－1－5

(4)等腰三角形的腰长为 10,底边上的高为 8,则底边的长为________.

(5)小亮从学校出发向西走了 150m,接着向南走了 80m 到家,学校与家的直线距离是________.

(6)如图 1－1－6,正方形 $ABCD$,$AC=6$ 则它的面积为________.

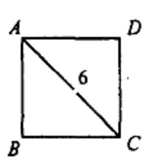


图 1－1－6

(7)小军拿两根长分别为 10cm、24cm 的木条,和小红在一起研究,准备再截一根木条做一个钝角三角形,你能计算出小军和小红所截的第三根木条 a 的长度的范围是________

(8)一轮船以 16 海里/小时的速度离 A 港向东北方向航行,另一艘轮船同时以 12 海里/小时的速度离 A 港向西北方向航行,经过 2 小时后它们相距________海里.

2. 选择题

(1)等腰三角形的腰长为 10,底边长为 12,则这个等腰三角形的面积为(　　)

A.60　　B.50

C.48　　D.30

(2)直角三角形斜边的平方等于两直角边乘积的 2 倍,这个三角形有一个锐角是(　　)

A.15°　　B.30°

C.45°　　D.75°

(3)直角三角形两直角边长分别为 5cm、12cm,其斜边上的高为(　　)

A.6cm　　B.8cm

C. $\frac{80}{13}$cm　　D. $\frac{60}{13}$

(4)为迎接新年的到来,同学们做了许多拉花布置教室,准备开新年晚会,大洋搬来一架高为 2.5 米的木梯,准备把拉花挂到 2.4 米的墙上,则梯脚与墙角的距离应为(　　)米

A.0.7　　B.0.8

C.0.9　　D.1.0

(5)Rt△ABC 中,斜边 $AB=1$,则 $AB^2+BC^2+AC^2$ 的值是(　　)

A.2　　B.4

C.6　　D.8

(6)若直角三角形的两边长分别是 4cm 和 3cm,则第三边长(　　)

A. 一定是 5cm　　B. 不一定是 5cm

C. 一定是 10cm　　D. 不会小于 3cm

拓展与创新题

1. 在一棵树的 10m 高处有两只猴子,其中一只猴子爬下树走到离树 20m 处的池塘 A 处,另一只爬到树顶后直接跃向池塘的 A 处,如果两只猴子所经过的距离相等,试问这棵树有多高?

2. 一个零件的形状如图 1－1－7 所示,已知 $AC=3$cm,$AB=4$cm,$BD=12$cm,求 CD 的长.

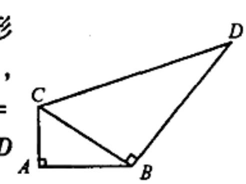


图 1－1－7

3. 如图 1-1-8，分别以直角三角形的三边为边长向外作正方形，然后分别以三个正方形的中心为圆心、正方形边长的一半为半径作圆. 试探索三个圆的面积之间的关系.

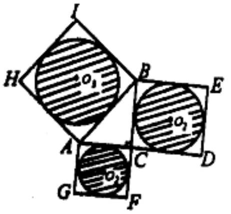


图 1-1-8

中考命题方向

1.（2003 年·北京）如图 1-1-9B、C 是河岸边两点，A 是对岸边一点，测得 $\angle ABC = 45°$，$\angle ACB =$ 60 米，则点 A 到岸边 BC 的距离是______米.

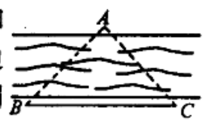


图 1-1-9

2.（2002 年·太原）将一根长 24cm 的筷子，置于底面直径为 5cm，高为 12cm 的圆住形水杯中，如图 1-1-10，设筷子露在杯子外面的长为 $h$cm，则 h 的取值范围是________.


图 1-1-10

帮你整理学习笔记

1. 勾股定理的特征：________________".

2. 利用勾股定理解决问题须满足两个特征：(1)____________，(2)____________.

3. 应用勾股定理计算线段长时，当没有现成的直角三角形时，要合理构造____________.

1.2 能得到直角三角形吗？

课本疑难问题解答

1. P10 做一做

(1) $5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$ $7^2 + 24^2 = 625 = 25^2$ $8^2 + 15^2 = 289 = 17^2$

(2)略

典型易错题指南

例 1 如图 1-2-1，一四边形土地 $ABCD$，$AB \perp AD$，已测得 $AB = 4$m，$AD = 3$m，$BC = 13$m，$CD = 12$m，问四边形 $ABCD$ 面积是多少？

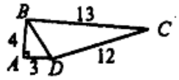


图 1-2-1

解 在 Rt$\triangle BAD$ 中，$BD^2 = BA^2 + AD^2 = 4^2 + 3^2$，$\therefore BD = 5$.

在$\triangle BDC$ 中，$\because 13^2 = 12^2 + 5^2$，即 $BC^2 = CD^2 + BD^2$，$\therefore \triangle BDC$ 是直角三角形，$\therefore S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$.

$\therefore S_{四边形ABCD} = S_{\triangle BAD} + S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + 30 = 36(m^2)$.

指南 实际问题中，关键是找出所需要的三角形，如上题中只有解决了$\triangle BDC$ 的直角题，才能求面积.

例 2 如图 1-2-2，在正方形 $ABCD$ 中，E 为 AD 的三等分点，且 $AE = \frac{1}{3}AD$，G 为 DC 上一点，且 $DG:GC = 2:7$，那么 BE 与 EG 垂直吗？为什么？

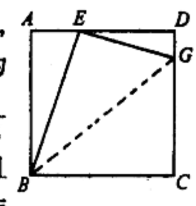


图 1-2-2

解　连结 BG，设 $DG=2a$，则 $GC=7a$　$AB=BC=AD=9a$，$AE=3a$，$ED=6a$　∴ $EB^2+EG^2=(9a)^2+(3a)^2+(6a)^2+(2a)^2=130a^2$

在 $Rt\triangle BCG$ 中，同理可得　$BG^2=(9a)^2+(7a)^2=130a^2$.

∴ $BG^2=BE^2+EG^2$.

∴ $\triangle BEG$ 是以 BG 为斜边的直角三角形，即 $\angle BEG=90°$.　∴ $BE\perp EG$.

指南　解题思路应严格遵循由 $a^2+b^2=c^2$（或 $a^2=c^2-b^2$，$b^2=c^2-a^2$）⇒是直三角形，解题的重心应放于如何找出边应满足的条件上，与勾股定理的应用是相反的思考过程.注意代数式在几何中的应用.例 2 中的 a 只设不解，是常用的解题方法.

随堂练习扩充题

1. 填空题

(1)若三角形三边长分别为 $m+1$，$m+2$，$m+3$，当 $m=$ ________ 时，此三角形是直角三角形.

(2)能够成为直角三角形三条边长的三个________数，称为勾股数.

(3)以 $\triangle ABC$ 的三条边向外作正方形，依次得到的面积为 25，144，169，则这个三角形是________三角形.

(4)如图 1－2－3，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle C=90°$，$AB=12$cm，$BC=4$cm，$CD=3$cm，当 $AD=$ ________ 时，$\angle ABD=90°$.

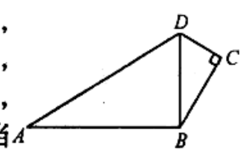


图 1－2－3

(5)$\triangle ABC$ 中，若 $a^2+b^2=25$，$a^2-b^2=7$，$c=5$，则最大边上的高是________.

2. 选择题

(1)在下列长度的各组线段中，能组成直角三角形的是(　　)

A.5、6、7　　B.1、4、7

C.5、12、13　　D.5、11、12

(2)如果三角形的三边分别为 m^2-1，$2m$，m^2+1(m〉1)，那么(　　)

A.△ABC 是直角三角形，且斜边长是 m^2+1

B.△ABC 是直角三角形，且斜边长是 $2m$.

C.△ABC 是直角三角形，但斜边长需由 m 的大小而确定.

D.△ABC 不是直角三角形.

(3)有六根细木棒，它们的长度分别是 2、4、6、8、10、12(单位 cm)，从中取出三根，首尾顺次连接成一个直角三角形，则这三根木棒的长度分别为(　　)

A.2、4、8　　B.4、8、10

C.6、8、10　　D.8、10、12

(4)将直角三角形的三边扩大相同的倍数后，所得的三角形是(　　)

A. 直角三角形　　B. 锐角三角形

C. 钝角三角形　　D. 不能确定

(5)以下说法：(1) ∵ $3^2+5^2\neq4^2$，∴ 以 3，4，5，为边的三角形不是直角形；　(2)△ABC 中，若∠A:∠B:∠C＝1:2:3，则 $AC^2=3BC^2$.　(3)三角形三边长是 12，35，37，则此三角形是直角三角形.正确的是(　　)

A.(1)(3)　　B.(1)(2)(3)

C.(1)(2)　　D.(2)(3)

3. 已知，在 $\triangle ABC$ 中，$a=m^2-n^2$，$d=2mn$，$c=m^2+n^2$，其中 m、n 是正整数，且 m〉n，试判断：$\triangle ABC$ 是否为直角三角形？

4. 已知：在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边依次为 a、b、c，且 $a^2:b^2:c^2=1:1:2$.

(1)判定 $\triangle ABC$ 的形状；

(2)求 $\angle A$ 的度数.

拓展与创新题

1. 如图 1－2－4 所示，CD 是$\triangle ABC$ 的高，且 $CD^2=AD\cdot DB$，试判断$\triangle ABC$ 的形状，并证明你的结论.

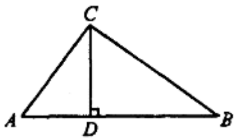


图 1－2－4

中考命题方向

1.(2002 年徐州)如图 1－2－5，已知$\triangle DEF$ 中，$DE=17\text{cm}$，$EF=30\text{cm}$，EF 边上的中线 $DG=8\text{cm}$. 试说明：$\triangle DEF$ 是等腰三角形.

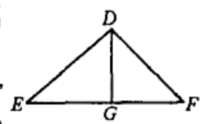


图 1－2－5

2.(2003 年·中考题)阅读下列解题过程：已知，a，b，c 分别为$\triangle ABC$ 的三边，且满足 $a^2c^2-b^2c^2=a^4b^4$ 试判断$\triangle ABC$ 的形状.

解：$\because a^2c^2-b^2c^2=a^4-b^4$，A

$\therefore c^2(a^2-b^2)=(a^2+b^2)(a^2-b^2)$，B

$\therefore c^2=a^2+b^2$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

问：(1)上述解题过程，从哪一步开始出现错误？请写出该步的代号：________；

(2)错误的原因是________________；

(3)本题正确的结论是________________.

帮你整理学习笔记

1. 利用勾股数公式：$a=2n+1$　$b=2n(n+1)$　$c=2n(n+1)+1$(n 为大于 0 的正整数)写出三组勾股数________、________、________.

2. 判别一个三角形是直角三角形，需要通过________运算来得到结论.

3. 直角三角形的判别条件在解决实际问题中有广泛的应用，请举出三个实例________、________、________.

1.3　蚂蚁怎样走最近

课本疑难问题解答

1. $P19$ 做一做

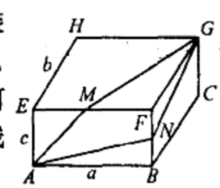
(1)可以利用判断直角三角形的办法

(2)由于 $AD^2+AB^2=30^2+40^2=50^2=BD^2$. 所以$\triangle BDA$ 是 Rt$\triangle$. $\therefore DA\perp AB$.

(3)可以利用分段量相加的办法或在 AB 和 AD 边上各量一段较小长度. 如，在 AD 上量出 $AE=9\text{cm}$，在 AB 上量出 $AF=12\text{cm}$，再量 EF 看其是否为 15cm. 若 $EF=15\text{cm}$，则 $AD\perp AB$.

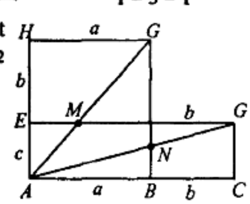
典型易错题指南

例 1　如图 1－3－1，是某厂车间的示意图，电工需在 A 处安装插头，G 处安装换气扇，已知 $a>c$，问电工如何设计线路，使得用电线最少？



1－3－1

解　展开图：如图 1－3－2 所示，在 Rt$\triangle GHA$ 中，$AG^2=HG^2+HA^2$，即 $(AMG)^2=(b+c)^2+a^2=a^2+b^2+c^2+2bc$.



1－3－2

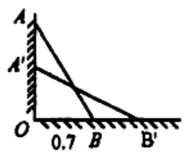
在 Rt$\triangle ACG$ 中，$E(ANG)^2=GC^2+AC^2=c^2+(a+b)^2=c^2+a^2+b^2+2ab$.

$\because a > c$，$\therefore 2ab > 2bc$. $\therefore (ANG)^2 > (AMG)^2$.

$\therefore$应沿 AMG 排线，电线所用最少.

指南 空间图形问题的关键是将三维图表转为二维的平面图形，注意利用两点间线段最短的原理.

例 2 如图 1－3－3，一架 2.5m 的梯子，斜立在一竖直的墙上，此时梯足距墙底端 0.7m，如果梯子的顶端沿墙下滑 0.4m，那么梯足将滑出多远？



1－3－3

解 $AB^2 = AO^2 + OB^2$，

即 $2.5^2 = AO^2 + 0.7^2$， $\therefore AO = 2.4$m.

$\therefore OA' = AO - AA' = 2.4 - 0.4 = 2$m.

$\therefore$ 在 Rt$\triangle OA'B'$ 中，$A'B'^2 = A'O^2 + OB'^2$，即 $2.5^2 = 2^2 + OB'^2$.

$\therefore OB' = 1.5$m.

$\therefore B'B = OB' - OB = 1.5 - 0.7 = 0.8$m.

答 梯足将滑出 0.8m.

指南 解直角三角形时，直角三角形的条件必须完备. 即必须已知两边才能求第三边，否则应首先解决未知条件，上述方法即为“逆推法”.

随堂练习扩充题

1. 填空题

(1)小明拿两根长分别为 10cm，24cm 的木条和小钢一起研究，准备再截一根木条做一个钝角三角形，那么他俩所截取的第三根木条的长度 m 的范围是________.

(2)一直角三角形中有一条直角边长为 7，另外两条边是两个连续的整数，则这个直角三角形的周长为________.

(3)如果$\triangle ABC$ 的三边长 a、b、c 满足关系式 $(a+2b-60)^2 + |b-18| + |c-30| = 0$，则$\triangle ABC$ 的三边分别为 $a =$ ________，$b =$ ________，$c =$ ________，$\triangle ABC$ 的形状是________.

(4)已知两条线段长为 8cm 和 15cm，则第三条线段取整数________时，这三条线段能组成一个直角三角形.

2. 选择题

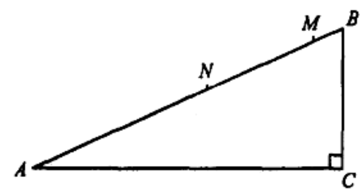
(1)直角三角形有一条直角边长为 11，另外两条边长为连续的自然数，则周长为(　　)

A.132　　B.121　　C.120　　D.123

(2)已知等边三角形底边上的高为 9cm，则以等边三形的边为直径的圆的面积为(　　)

A.9π　　B.27π　　C.81π　　D.54π

(3)如图 1－3－4 所示，在$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90°$，则 $AM = AC = 12$，$BN = BC = 5$，则 MN 的长为(　　)



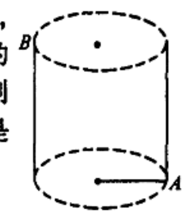
1－3－4

A.3　　B.4　　C.5　　D.6

(4)如图 1－3－5 所示，在底面周长为 12，高为 8 的圆柱体上有 A、B 两点，则 A、B 之间的最短距离是(　　)

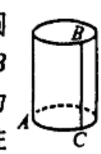
A.8　　B.9

C.10　　D.11



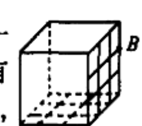
1－3－5

3. 如图 1－3－6 圆柱下底面圆周上的点 A 到上底面圆周上的点 B 的最短路线长为 13cm，圆柱的高为 12cm，BC 垂直于圆柱底面，求圆柱的下底面上的点 A 到 C 的圆弧长度.



1－3－6

4. 如图 1－3－7 所示为一棱长为 3cm 的正方体，把所有的面都分成 3×3 个小正方形，其边长都为 1cm，假设一只蚂蚁每秒爬行 2cm，则它从下底面 A



1－3－7

点沿表面爬行至右侧的 B 点,最少要花几秒钟?

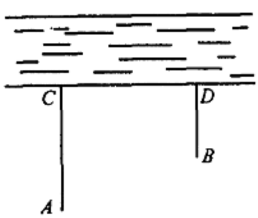
拓展与创新题

1. 时仪中学初一年级学生参加军训活动,某日早晨8:00全体集合整装出发,他们以6千米/时的速度向东行走.小明由于记错了时间,9:00到校后立即骑车以12千米/时的速度向北追赶队伍,上午11:00同学们到达目的地,小明才发觉方向错了.问:

(1)小明现在应该怎样走才能离同学们最近,请你与同伴交流,并画出示意图,说明理由;

(2)若小明现改换交通工具"打的"追赶同学,已知汽车以60千米/时速度行驶,沿着你画的示意图,需多长时间赶到目的地.

2. 如图1-3-8,牧童在 A 处放牛,其家在 B 处,A、B 到河岸的距离分别为 $AC=400$m,$BD=200$m,CD 的距离为800m.牧童从 A 处把牛牵到河边饮水后再回家,试问在何处饮水,所走路程最短?最短路程是多少?



1-3-8

中考命题方向

1.(2003年·中考题)已知:$k>1$,$b=2k$,$a+c=2k^2$,$ac=k^4-1$,则以 a、b、c 为边的三角形(　　)

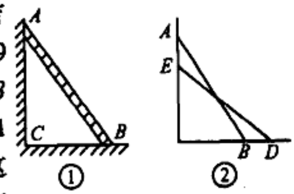
A. 一定是等边三角形

B. 一定是等腰三角形

C. 一定是直角三角形

D. 形状无法确定

2.(2002年吉林)如图1-3-9①,一个梯子 AB 长2.5m,顶端 A 靠在墙 AC 上,这时梯子下端 B 与墙角 C 距离为1.5m,梯子滑动后停在 DE 的位置上,如图1-3-9②,测得 BD 长为0.5m,求梯子顶端 A 下落了多少米?



1-3-9

帮你整理学习笔记

1. 勾股定理和直角三角形的判别条件的不同点是:前者只适用于________而后者是判别一个三角形是否是________.

2. 求表面路径最短问题,一般是将侧面展开成________.运用公理________并根据勾股定理来解决.

1.4 课题学习,拼图与勾股定理

课本疑难问题解答

1. P19 议一议

(1)在勾股定理 $c^2=a^2+b^2$,c^2、a^2 和 b^2 分别表示以 c、a、b 为边的正方形的面积,勾股定理表明了以斜边长为边的正方形面积等于分别以两条直角边为边的两个正方形面积的和

(2)图(1)的验证过程：$c^2=(a+b)^2-4\cdot\frac{1}{2}ab=a^2+2ab+b^2-2ab=a^2+b^2$

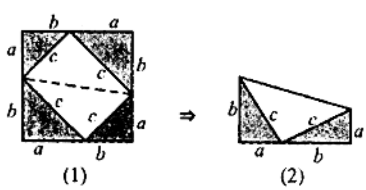
(3)图(2)的验证过程是：$c^2=4\cdot\frac{1}{2}ab+(b-a)^2=2ab+b^2+a^2-2ab=a^2+b^2$

2.P22 想一想

(1)图 10 中多边形的 $A'B'C'D'E'F'$ 的面积与图 8 中多边形 $ABCDEF$ 的面积是相等的，剪下图 8 中的$\triangle OBC$ 和$\triangle OEF$，将它们分别放在图 10 中的$\triangle A'B'F'$和$\triangle D'E'C'$处，则图 10 中正方形 $B'C'E'F'$ 的面积等于图 8 中的正方形 ABO 下的面积与正方形 $DCOE$ 的积，从而验证了 $BC^2=OB^2+OC^2$.

随堂练习扩充题

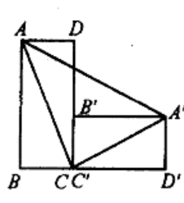
1. 如图 1－4－1 所示，将图(1)沿中间的小正方形的对角线剪开，得如图(2)的示的梯形，利用此图的面积表示式验证勾股定理.



1－4－1

2. 将竖直放置的砖块 $ABCD$ 推倒成 $A'B'C'D'$ 的位置. 长方形 $ABCD$ 的长和宽的长分别为 a、b，对角线长为 c，连结 AA'.

(1)图 1－4－2 中有哪些你熟悉的几何图形？你能用 a、b、c 的代数式表示图中哪些图形的面积？

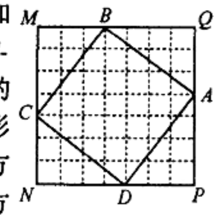


1－4－2

(2)利用(1)中得到的结论，你能验证勾股定理吗？

中考命题方向

1.(2003 年浙江)如图 1－4－3，正方形 $MNPQ$ 网格中，每个小方格的边长都相等，正方形 $ABCD$ 的顶点分别在正方形 $MNPQ$ 的 4 条边的小方格顶点上.



1－4－3

(1)设正方形 $MNPQ$ 的网格中每小方格的边长为 1，求：

①$\triangle ABQ$，$\triangle BCM$，$\triangle CDN$，$\triangle ADP$ 的面积；②正方形 $ABCD$ 的面积.

(2)设 $MB=a$，$BQ=b$，利用这个图形中直角三角形和正方形的面积关系，你能验证已学过的哪一个数学公式或定理吗？相信你能给出简明的推理过程.

第二章 实　数

2.1　数怎么又不够用了

课本疑难问题解答

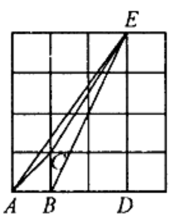
1. P26 做一做

(1)5

(2)$b^2=5$

(3)b 不是有理数

2. P27 试一试



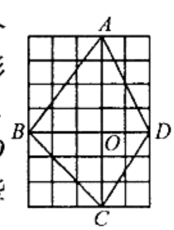
如线段 AB, AD, AE 的长都能用有理数表示；线段 AC, CE, BE 的长都不能用有理数表示.

3. P28 做一做

(1)2.2

(2)2.24

典型易错题指南



例 1　图 2-1-1 中每个小正方形边长为 1, 四边形 $ABCD$ 的 AC　BD 相交于 O. 试说明边长 AB、BC、CD、AD 和对角线 AC、BD 的长度哪些是有理数，哪些不是有理数.

解　AB、BD、AC 的长度是有理数，而 BC、CD、AD 的长度不是有理数.

指南　由于图中每一个方格正方形边长为 1, 因此在方格线上的线段 AC、BD 等直接可以得到长度，而其他方格点所连线段长度则可通过勾股定理写出关系式，如果线段的平方是一个完全平方的数，则线段是有理数长度，否则线段不是有理数的长度.

例 2　在 0.4321, π, 3.14, $\frac{22}{7}$, 0.1999, 0.10100100010 ⋯ 中，无理数的个数有________个.

解答　0.4321, 0.1999 是无限循环小数，属于有理数；$\frac{22}{7}$ 是分数，属于有理数；π 为无理数；3.14 是有限小数，属于有理数；0.10100100010⋯是具有特殊结构的无限不循环小数. 0.10100100010⋯, π, 共有 2 个.

指南　要弄清楚，有理数和无理数的定义，同时注意如 $\frac{\pi}{3}$ 不是分数.

随堂练习扩充题

1. 填空题

(1)任何________小数或________小数都是有理数.

(2)________小数叫做无理数.

(3)在下列各数中：3.5, $\frac{22}{7}$, 3.1416, $\frac{13}{99}$, $-\pi$, 5.63, 901, 4.121121112⋯(相邻两个 2 之间 1 的个数逐次加 1), 7.030303⋯.

(a)有理数有________________.

(b)无理数有________________.

(4)面积为 25 的正方形的边长为________，它是________数，面积为 7 的正方形边长为 a 的整数部分是________，边长 a 是一个________数.

(5)如果 $x^2=10$, 则 x 是一个________数，x 的整数部分是________.

(6)当 a 是________数时，$\frac{a-1}{2}$是整数，当 a 是________数时，$\frac{a-1}{2}$是无理数.

(7)有六个数：0.123，$(-1.5)^3$，3.1416，$\frac{22}{7}$，-2π，$0.1020020002\cdots\cdots$若其中无理数的个数为 x，整数的个数为 y，非负数的个数为 z，那么 $x+y+z$ 的值为________.

2. 选择题

(1)在等式 $x^2=5$，下列说法正确的是(　　)

A. x 可能是整数

B. x 可能是分数

C. x 可能是有理数

D. x 不是有理数

(2) $-\pi$ 与 -3.14 的关系是(　　)

A. $-\pi<-3.14$　　B. $-\pi=-3.14$

C. $-\pi>-3.14$　　D. $-\pi\geqslant-3.14$

(3)如果圆的半径为有理数，则圆的面积为(　　)

A. 有理数　　B. 整数

C. 分数　　D. 无理数

(4)3.1416 是(　　)

A. 分数　　B. 无限小数

C. 循环小数　　D. 无理数

(5)下列说法中，不正确的是(　　)

A. 有理数一定能这写成分数的形式

B. 无理数的相反数仍是无理数

C. 两个无理数的和(或差)仍是无理数

D. $\frac{\pi}{3}$不是分数

(6)等腰三角形 ABC 的腰长为 5，底边长为 4，则底边上的高 h 一定是(　　)

A. 整数　　B. 分数

C. 无理数　　D. 无法确定

3. 如果长方形的长与宽分别为 3 和 4，则其对角线长是有理数吗？如果长方形的长和宽分别为 4 和 5 呢？

4. 如图 2－1－1 所示，以直角三角形的 3 条边为分别作正方形，依据图中所给条件，回答下列问题：

(1)正方形 B 的面积是多少？

(2)设正方形 B 的边长为 b，b 满足是什么条件？

(3) b 是有理数还是无理数？

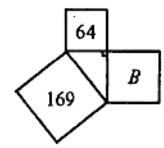


图 2－1－1

拓展与创新题

1. 如图 2－1－2，一只小虫处于一长方体的顶点 A 处，如果此长方体的长、宽、高分别为 3、2、1，则这只小虫从点 A 处爬到顶点 B 处的最短路程是多少？这个路程是有理数吗？如果不是，请估计其值.(保留 2 个有效数字)

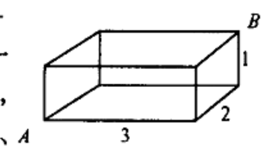


图 2－1－2

中考命题方向

1.(2003 年湖南)在下列各数中，无理数是(　　).

A. 3.14　　B. $-\frac{1}{2}$

C. 0　　D. 0.010010001⋯

2.(2002 年泰安)(1)若长方形的宽、长分别是 9、12，它的对角线的长是有理数吗？是多少？(2)若长方形的宽、长分别是 5、7，它的对角线的长是有理数吗？

3.(2003 年新疆)图 2 - 1 - 3 是由 16 个边长为 1 的小正方形拼成的,任意连接这些小正方形的若干个顶点,可得到一些线段,试分别画出一条长度是有理数的线段和一条长度是无理数的线段.

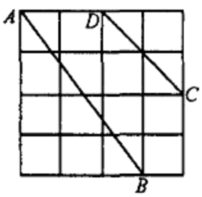


图 2 - 1 - 3

帮你整理学习笔记

无理数是一种与有理数不同的数:无限不循环小数是________,无限循环小数是________.前者不能化成分数,而后者可以化成分数.

2.2 平 方 根

课本疑难问题解答

1.P34 试一试

$\sqrt{n}$ 倍

2.P34 想一想

(1) -3 的平方也是 9

(2) $\pm\frac{2}{5}$; ± 0.8

3.P34 议一议

(1)两个

(2)一个

(3)没有

4.P36 想一想

(1) $(\sqrt{64})^2 = 64(\frac{49}{121})^2 = \frac{49}{121}$

(2) $(\sqrt{7.2})^2 = 7.2$

(3) $a > 0(\sqrt{a})^2 = a$

5.P36 试一试

不一定,当 $a \geqslant 0$ 时,$\sqrt{a^2} = a$,当 $a < 0$ 时,$\sqrt{a^2} = -a$

典型易错题指南

例 1 $\sqrt{16}$的平方根是多少?

解 $\because \sqrt{16} = 4$ $\therefore 4$ 的平方根是 ± 2

指南 做好此类题目的关键在于搞清题干文字中的"主语",也就是要把未化简或计算完的式子计算出来,确定好"主语"是谁,再重新完成题叙述的运算,这是大家的一个易错点,也是考查大家思维是否清晰的一类题目,一定要理解好题意再动手进行计算.

例 2 $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2} =$ ________

解 $\because \sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2} = |\sqrt{2}-\sqrt{3}|$

$\because 2 < 3$ $\therefore \sqrt{2} < \sqrt{3}$ $\therefore \sqrt{2}-\sqrt{3} < 0$

$\therefore |\sqrt{2}-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-\sqrt{2}$.

例 3 当 $1 < x < 3$ 时,对 $\sqrt{(x-1)^2}$ $\sqrt{(x-3)^3}$进行化简.

解 $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2} = |x-1| + |x-3| = x-1+3-x = 2$.

指南 在解此题目时,许多同学知道$\sqrt{a^2}$的化简要与 a 的符号有关,但往往会有一种误解,误以为$\sqrt{(x-1)^2} = x-1$,他们认

为只要没有负号就是正数了,其实这仍然是由于对“字母表示数”学习的不够透彻,因为本身 x 就可以用来表示所有的数,也包括负数了,所以关于“正抄负变”中“负变”的应用一定要是 a 的相反数 $-a$,在多项式中一定是多项式前加“-”号.

随堂练习扩充题

1. 填空题

(1)一个正数 a 的算术平方根记作________.(2)如果2是 a 的平方根,则 $a=$________,a 的另一个平方根________.

(3)已知 $(x+\sqrt{2})^2+\sqrt{y-2}=0$,则 $|x+y|=$________.

(4)$3x+6$ 的算术平方根为0,则 x 的值为________,它的平方根是________.

(5)若 $\sqrt{a}$ 的平方根为 ±3,则 $a=$________.

(6)若 $\sqrt{3-x}+\sqrt{x-3}=0$,则 $x=$________.

(7)自由下落物体的高度 h(米)与下落时间 t(秒)的关系为 $h=4.9t^2$.有一物体从122.5米高的建筑物上自由下落,则它到达地面需________秒.

(8)正方体的表面积 S 与棱长 a 的关系为 $S=6a^2$,有一正方体的表面积是 96cm^2,则它的棱长 $a=$________ cm.

2. 选择题

(1)下列结论中,正确的是(　　)

A. $\sqrt{(-16)^2}=\pm16$

B. $(-\sqrt{3})^2=9$

C. $-\sqrt{(-6)^2}=-6$

D. $-(-\sqrt{\frac{16}{25}})^2=\frac{16}{25}$

(2)下列各式中正确的是(　　)

A. $\sqrt{\frac{25}{144}}=\pm\frac{5}{12}$

B. $\sqrt{9\frac{1}{4}}=3\frac{1}{2}$

C. $\sqrt{\frac{(-81)^2}{9}}=\frac{9}{9}=1$

D. $\sqrt{(-\frac{3}{7})}=\frac{3}{7}$

(3)在 $(-\frac{2}{3})^2,0,9^{-1},-2^3,-(a^2+2)$,0.67六个数中,有平方根的数共有(　　)

A.2个　B.3个　C.4个　D.5个

(4)在10个自然数的算术平方根中,是有理数的共有(　　)

A.1个　B.2个　C.3人　D.4个

(5)若 $(a-b)^2$ 的算术平方根是 $a-b$,则下式成立的是(　　)

A. $a>b$　　B. $a<b$

C. $a\geqslant b$　　D. $a\leqslant b$

(6)当 $a\geqslant0$ 时,a 的平方根的和是(　　)

A. 0　　B. $\pm\sqrt{a}$

C. $2\sqrt{a}$　　D. $-2\sqrt{a}$

(7)下列说法中,错误的是(　　)

A. $\sqrt{3}$是3的平方根

B. -16没有平方根

C. 10^{-4}的算术平方根是10^{-2}

D. $\sqrt{4}$的算术平方根是2

(8)一个数 n 扩大原来的100倍,那么它的算术平方根就(　　)

A. 扩大100倍　　B. 扩大10倍

C. 增加100倍　　D. 增加10倍

3. 求下列各式的值

(1)一个正数 a 的平方等于49,则这个数是多少?

(2)一个负数 x 的平方等于 $\frac{25}{121}$,则这个数是多少?

(3)一个数 x 的平方等于0.01,则这个数是多少?

4. 求下列各式中的 x

(1)$x^2-676=0$