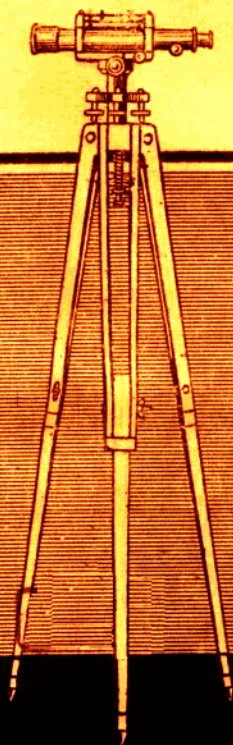


水准測量經驗小丛书

第一集

三四等水准測量



測繪出版社

水准測量經驗小丛书

第一集

三四等水准測量

編 者 測 繪 出 版 社

出 版 者 測 繪 出 版 社

北京宣武門外永光寺西街3号

北京市書刊出版業營業許可証出字第081号

发 行 者 新 华 书 店

印 刷 者 天 津 市 第 一 印 刷 厂

天津市和平區和平路377號

印数(京)1-46,000册

开本31"×43"1/32

字数22,000

定价(8)0.13元

1958年12月北京第1版

1958年12月第1次印刷

印張1 1/8

統一书号: T15039·241

PDF

編 者 的 話

在党中央提出了鼓足干劲、力争上游、多快好省地建設社会主义的总路綫，号召全党和全国人民積極地進行技術革命和文化革命，爭取在十五年，或者在更短的時間內，在主要的工业产品产量方面赶上和超过英国后，全国各地都掀起了技術和文化革命的高潮。为了配合全国工农业的大跃进，交流作業經驗，我社准备編一套水准測量經驗小丛书，第一集包括八篇有关普通水准測量的文章，內容主要是作業人員的經驗介紹和有关單位的工作总结，因此能促進生產，提高工作效率，可供進行普通水准測量的作業人員參考。

目 錄

隱蔽地区施測三等水准法.....	1
三等水准测量的新方法.....	1
往、返同一路綫施測四等水准.....	16
普通水准测量方法改进之一.....	17
普通水准测量方法改进之二.....	18
普通水准双綫簡測法.....	19
“复轉尺”水准测量法.....	21
水准测量中的几点体会.....	32

隱蔽地区施測三等水准法

邢 尊 喜

(浙江省水利廳第四測量隊)

要提高水准测量的速度，除了观测者与记录者需密切配合外，扶尺員是否配合得好也是非常重要的。在一般的水准测量中，例如三等水准，前后視的距离相差不超过三公尺，視綫高必須离开地面障碍物0.4公尺以上，这些条件在地形开闊平坦的地区比較容易做到，但是在路綫很隱蔽，地形起伏变化較大的地区，要做到以上条件就比較困难。为了提高水准测量的速度，尽量避免因前后視距离不等或視綫欠高而移动尺垫，我們采取了以下的办法：

往測时，扶尺員把自己踏尺垫的地方大致記牢（或在地面上作一記号），观测者把摆仪器站的位置大致記牢。返測时，扶尺員把尺垫踏在第一次曾經踏过的地方，仪器也大致摆在上次摆的地方，这样对提高水准测量的速度起一定的作用。

(轉載測繪通报第四卷第三期)

三等水准测量的新方法

Л. А. 巴什拉文

本文作者认为，目前最好是采用一种新的方法来代替三等水准测量的旧方法。根据新的方法，只要按中絲讀数就可

以確定高差，而根據舊方法則必須按三根水平絲讀數。為了檢查水準儀到兩標尺間的距離是否相等，只要在測站上于觀測標尺黑面時預先按一邊緣絲讀數，即按望遠鏡視野中離地面較其他絲遠的那一邊緣絲讀數。

這樣一來，根據所提出的方法，在一個測站上，只要當觀測標尺黑面時按中絲讀兩個讀數和按一邊緣絲讀兩個讀數，以及當觀測標尺紅面時按中絲讀兩個讀數就夠了。

為了在野外記錄觀測結果，建議採用下面的手簿格式：

三等水準測量手簿

日期 _____ 天氣 _____
 _____ 時 _____ 分 _____ 影像 _____

測站 編號	視距讀數	黑面檢查	標尺	黑面	紅面	檢查
7	187 (3)	1571 (2)	后	1384 (1)	6171 (12)	4787 (13)
	188 (6)	739 (5)	前	551 (4)	5239 (4)	1688 (11)
	-1/-1(7)	+832 (8)	高差	+833 (9)	+992 (15)	+99 (14)
8	186	2120	后	1934	6621	4687
	188	2196	前	2008	6796	4788
	-2/-3	-76	高差	-74	-175	-101
12						
和之	1086	13218	后	12132	40554	
	1089	9829	前	8740	37160	
檢查	-3	+3389	高差	+3392	+3394	+2

在每站上記錄讀數和計算的次序如括號內的數字所示。

每頁手簿可以記錄六個測站的觀測結果，並可進行一切

必須的計算。

每頁的檢查數值是取自每個測站的各相應數值的總和。

現在我們分別就兩種水準測量方法計算在一個測站上確定高差的精度。計算精度時，只考慮這樣的一些誤差來源，它們對高差精度影響最大，同時對其影響的制約與測站上的觀測方法有關。這些誤差來源就是標尺的讀數誤差和按水準器置平水準儀的誤差。

下面我們推求用舊法觀測時一個三等水準測站上的高差精度公式。

為此，首先確定只取決於標尺讀數誤差的高差中誤差和只取決於水準器整置誤差的高差中誤差，然後求出由於觀測標尺的誤差所引起的高差的總誤差，即

$$m_{\Delta}^2(\text{測測}) = m_{\Delta}^2(\text{讀數}) + m_{\Delta}^2(\text{水準器})。 \quad (1)$$

高差的中誤差是標尺讀數之函數的誤差：

$$h(\text{讀數}) =$$

$$\frac{3\text{黑} + 3\text{黑} + 3\text{黑} - \Pi\text{黑} - \Pi\text{黑} - \Pi\text{黑} + 3\text{紅} - \Pi\text{紅}}{4}, \quad (2)$$

式中：3黑——後標尺黑面的讀數；

Π 黑——前標尺黑面的讀數；

3紅——後標尺紅面的讀數；

Π 紅——前標尺紅面的讀數。

假設三根水平絲中任一根的讀數中誤差都是一樣，則得

$$m_{\Delta}^2(\text{讀數}) = \frac{8m_0^2}{16} = \frac{m_0^2}{2}。 \quad (3)$$

标尺讀数的中誤差可以表如下式:

$$m_0 = \pm \left(0.03 t + 0.20 \frac{S}{v} \right) \text{公厘}, \quad (4)$$

式中: t 是标尺的分划間隔, 以公厘为单位, S 是視綫长, 以公尺为单位, v 是水准仪望远鏡的放大率。注意到这一点后, 当 $t = 10$ 公厘时得

$$\begin{aligned} m_{h(\text{讀数})}^2 &= \frac{\left(0.30 + 0.02 \frac{S}{v} \right)^2}{2} = \\ &= \left(0.212 + 0.141 \frac{S}{v} \right)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

將高差表作成把水准器相应整置后讀得的标尺讀数 (或几組讀数) 的函数, 即

$$h(\text{水准器}) = \frac{3\text{黑} - n\text{黑} + 3\text{紅} - n\text{紅}}{2}. \quad (6)$$

以 $m(\text{水准器})$ 表示水准器的調置誤差, 得

$$m_{h(\text{水准器})}^2 = \frac{20m^2_{\text{水准器}}}{16} = 1.25m^2_{\text{水准器}}. \quad (7)$$

在野外条件下, 用水准仪的脚螺旋整置水准器的中誤差可以表如下式:

$$m_{\text{水准器}} = \pm 0.10 \text{分划} \textcircled{2}, \quad (8)$$

注意到这一点后, 便可得

① 参看 Л. А. 巴什拉文在应考技術科学副博士学位时的学位論文 “三等水准測量問題”, 1951年。

② 参看 Л. А. 巴什拉文1951年的学位論文 “三等水准測量問題”。

$$m_{\Delta}^2(\text{水准器}) = 1.25 \left(\frac{0.1 \tau S 10^3}{\rho} \right)^2, \quad (9)$$

式中： τ 是水准器的分划值，以角度值表示， S 是视线长，以公尺为单位。

因而，当采用旧法时，由观测误差所决定的一个测站上高差的精度，可用下式表示：

$$m_{\Delta}^2(\text{观测}) = \left(0.212 + 0.141 \frac{S}{v} \right)^2 + 1.25 \left(\frac{0.1 \tau S 10^3}{\rho} \right)^2, \quad (10)$$

$$m_{\Delta}^2(\text{观测}) = 0.045 + 0.020 \frac{S^2}{v^2} + 0.060 \frac{S}{v} + 0.30 \tau^2 S^2 10^{-6}. \quad (11)$$

在这里， m_{Δ} 以公厘为单位；

S 以公尺为单位； τ 以弧秒为单位。

下面我们列举一个按公式(11)计算高差中误差的示例，(11)式中的 ρ 和 τ 取平均值(表1)。

表1

S (公尺)	m_{Δ} (观测) (公厘)
25	± 0.37
50	± 0.56
75	± 0.76
100	± 0.97

设 $v=32''$, $\tau=13''$ ，则当 $S=75$ 公尺时， $m_{\Delta}^2=0.045+0.110+0.140+0.284=0.579$ ， $m_{\Delta}=\pm 0.76$ 公厘。

必须指出，在本例中，标尺读数误差对高差精度的影响，等于水准器整置误差的影响。

现在我们来推求当按新法观测时一个三等水准测站上的

高差精度公式。

将一个测站上的高差只表作中丝读数的函数：

$$h(\text{读数}) = \frac{(3\text{黑} - \pi\text{黑}) + (3\text{红} - \pi\text{红})}{2} \quad (12)$$

由此得

$$m_{\text{h}}^2(\text{读数}) = \frac{4m_0^2}{4} = m_0^2 \quad (13)$$

当 $t=10$ 公厘时，得

$$m_{\text{h}}^2(\text{读数}) = \left(0.30 + 0.20 \frac{S}{v}\right)^2 \quad (14)$$

水准器整置误差对高差精度的影响，由表为标尺读数之函数的高差

$$h(\text{水准器}) = \frac{3\text{黑} - \pi\text{黑} + 3\text{红} - \pi\text{红}}{2} \quad (15)$$

的误差来表示，由此得

$$m_{\text{h}}^2(\text{水准器}) = \frac{4m^2(\text{水准器})}{4} = m^2(\text{水准器}) \quad (16)$$

或

$$m_{\text{h}}^2(\text{水准器}) = \left(\frac{0.1\tau S 10^3}{\rho}\right)^2 \quad (17)$$

因而，由读数误差和水准器整置误差之共同影响所决定的一个测站上的高差的精度，用下列公式表示

$$m_{\text{h}}^2(\text{观测}) = \left(0.30 + 0.20 \frac{S}{v}\right)^2 + \left(\frac{0.1\tau S 10^3}{\rho}\right)^2 \quad (18)$$

$$m_h^2(\text{观测}) = 0.09 + 0.04 \frac{S^2}{v^2} + 0.12 \frac{S}{v} + 0.25 \tau^2 S^2 10^{-6}. \quad (19)$$

下面我们列举一个按公式(19)计算高差中误差的例子，

表 2

S (公尺)	m_h (观测) (公厘)
25	± 0.48
50	± 0.69
75	± 0.91
100	± 1.13

子，公式(19)中的 v 和 τ 取平均值。设 $v=32''$ ， $\tau=13''$ ，则得 m_h (观测)之值如表2。

在采用旧法和新法的每一公里测程上，只是由观测误差影响所决定的高差误差的累积，其大

小如表3所示。

表 3

S (公尺)	n—公里 内的测 站数	旧 法		新 法	
		m_h (观测) (公厘)	一公里的 m_h (观测), (公厘)	m_h (观测) (公厘)	一公里的 m_h (观测), (公厘)
25	20	± 0.37	± 1.6	± 0.48	± 2.1
50	10	0.56	1.8	0.69	2.2
75	6.7	0.76	2.0	0.91	2.3
100	5	0.97	2.2	1.13	2.5

为了比较按新、旧两种方法敷设的水准路线的高差的精度，除了观测误差以外，还要计及其他误差，如水准仪和标尺台（或尺椿）的位置在观测过程中不固定的误差。

所有其他误差对水准路线精度的总影响，可根据由所有误差来源影响所决定的水准路线的精度来确定。

为了概略计算，当采用旧法时，在 $S=50$ 公尺的情况下，我们取每公里测程上高差的中误差

$$m_{\text{公里}}(\text{旧法}) = \pm 3.0 \text{ 公厘}.$$

因而，如果

$$m_{\text{公里}}^2 = m_{\text{公里}}^2(\text{观测}) + m_{\text{公里}}^2(\text{其他}),$$

則

$$\begin{aligned} m_{\text{公里}}(\text{其他}) &= \sqrt{m_{\text{公里}}^2 - m_{\text{公里}}^2(\text{观测})} = \pm \\ &\pm \sqrt{3.0^2 - 1.9^2} = \pm 2.3 \text{ 公厘}. \end{aligned}$$

不管采用的是旧方法还是新方法，在每一公里测程上，由所有其他誤差（观测标尺有关的誤差除外）来源影响所决定的高差中誤差，就是这样。

因此，当采用新方法时，在一公里的测程上，由全部誤差来源影响所决定的高差中誤差，当 $S=50$ 公尺时等于，

$$\begin{aligned} m_{\text{公里}}(\text{新法}) &= \sqrt{m_{\text{公里}}^2(\text{观测}) + m_{\text{公里}}^2(\text{其他})} = \pm \\ &\pm \sqrt{2.2^2 + 2.3^2} = \pm 3.2 \text{ 公厘}. \end{aligned}$$

于是，假设所有其他誤差来源（与观测标尺有关的誤差除外）对按旧法测量的精度和按新法测量的精度两者的影响都一样，那么按新法测量的精度，同按旧法测量的精度相比较，就可以表成一公里测程上高差中誤差之比：

$$\frac{m_{\text{公里}}(\text{旧法})}{m_{\text{公里}}(\text{新法})} = \frac{\pm 3.0 \text{ 公厘}}{\pm 3.2 \text{ 公厘}} = 0.94.$$

可見，作业率較高的新方法，只在精度上稍次于旧方法。

我們有根据来假设所求得的比值实际上接近于 1：第一，因为按中絲讀数实际上比按边缘絲讀数准确；第二，因为某些誤差的影响将随着作业时间的縮短而减小。

为了証实理論上的計算，現在我們来研究生产性質的資料。

为了估計精度，我們取莫斯科測繪工程學院二年級學生24個小組在1954年夏季測量實習時按舊法測得的三等水准結果。

采用舊法測量時，一個測站上高差的精度，是由觀測標尺紅、黑兩面所得的兩高差的比較來確定的。以後，再次採用了上述水准測量資料，而將按標尺黑面觀測結果的高差，作為只是後標尺的中絲讀數和前標尺的中絲讀數之差而算得的。在後面這種情況下，兩次觀測結果之差，即表明（雖然不是很完備的）采用三等水准測量新方法時一個測站上高差的精度。

為了消除標尺零點的刻劃差對高差值的影響，我們將水准路線中各兩相鄰測站上按黑面測得的高差的總和同按紅面測得的高差的總和作了比較。

一共組成了1560個差數，其中780個作為估計舊法精度的依據，另外780個作為估計新法精度的依據。

當只按中絲讀數時，由標尺紅、黑兩面的觀測結果算得的高差，其精度我們是看作相等的。因此，按下述方法估計新法的精度。

如果以下列式子表示兩次觀測之差：

$$d = (h_{1, \text{黑}} + h_{2, \text{黑}}) - (h_{1, \text{紅}} + h_{2, \text{紅}}), \quad (20)$$

式中： $h_{1, \text{黑}}$ 和 $h_{2, \text{黑}}$ 是按標尺黑面的觀測結果求得的两相鄰測站上的高差； $h_{1, \text{紅}}$ 和 $h_{2, \text{紅}}$ 是按標尺紅面的觀測結果求得的該兩相鄰測站上的高差，那麼，令 $m_{\text{黑}} = m_{\text{紅}}$ ，即得

$$m_d^2 = 4m_{h\text{黑}}^2$$

由此得

$$m_{h\text{黑}}^2 = \frac{m_d^2}{4}. \quad (21)$$

現在我們來估計當採用新法時一個測站上高差的精度，為此，將高差表或按標尺紅、黑兩面求得的高差的算術中數：

$$h = \frac{h_{\text{黑}} + h_{\text{紅}}}{2} \quad (22)$$

注意到 $m_{h\text{黑}} = m_{h\text{紅}}$ 後，便得

$$m_{h\text{黑}}^2 = \frac{2m_d^2}{4}.$$

由此得

$$m_h^2 = \frac{m_d^2}{8},$$

$$m_h = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m_d^2}{2}}. \quad (23)$$

最後得

$$m_h = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[d^2]}{2n}}, \quad (24)$$

式中：n是差的個數。

按兩次觀測的差來估計舊法的精度時，要求顧及下面兩個不同高差的權數：一個是根據用三絲讀取標尺黑面的觀測結果求得的高差，另一個是根據只用中絲讀取標尺紅面的觀測結果求得的高差。

為了確定高差的權數，我們先求高差的中誤差。

这种誤差可当作讀数之函数的誤差来求得。

$$h_{\text{黑(讀数)}} = \frac{(s_{\text{黑}} + s_{\text{黑}} + s_{\text{黑}}) - (\pi_{\text{黑}} + \pi_{\text{黑}} + \pi_{\text{黑}})}{3}, \quad (25)$$

$$m_{\text{黑(讀数)}}^2 = \frac{6m_0^2}{9} = \frac{2}{3}m_0^2, \quad (26)$$

式中: m_0 是任一絲的讀数中誤差。

只取决于水准器整置誤差的高差中誤差, 当作在把水准器作了相应整置之后讀得的标尺讀数之函数的誤差来确定:

$$h_{\text{黑(水准器)}} = s_{\text{黑}} - \pi_{\text{黑}}, \quad (27)$$

$$m_{\text{黑(水准器)}}^2 = 2m^2(\text{水准器}), \quad (28)$$

式中: m (水准器) 是整置水准器的中誤差。

因而, 取决于标尺讀数誤差和水准器整置誤差, 亦即取决于观测誤差的高差中誤差, 用下列式子来确定:

$$\begin{aligned} m_{\text{黑}}^2 &= m_{\text{黑(讀数)}}^2 + m_{\text{黑(水准器)}}^2 = \\ &= \frac{2}{3}m_0^2 + 2m^2(\text{水准器}). \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} m_{\text{黑}}^2 &= \frac{2}{3} \left(0.30 + 0.20 \frac{S}{v} \right)^2 + \\ &+ 2 \left(\frac{0.17810^3}{\rho} \right)^2, \end{aligned} \quad (29)$$

式中: S 是視綫长, 以公尺为单位。

最后

$$\begin{aligned} m_{\text{黑}}^2 &= 0.06 + 0.027 \frac{S^2}{v^2} + 0.08 \frac{S}{v} + \\ &+ 0.50 \tau^2 S^2 10^{-6}. \end{aligned} \quad (30)$$

按标尺紅面观测結果算得的高差的中誤差, 用类似于上面的式子来确定:

$$h_{\text{紅}}(\text{讀數}) = 3\text{紅} - \Pi_{\text{紅}}; \quad (31)$$

$$m_{\text{紅}}^2(\text{讀數}) = 2m_0^2; \quad (32)$$

$$h_{\text{紅}}(\text{水准器}) = 3\text{紅} - \Pi_{\text{紅}}; \quad (33)$$

$$m_{\text{紅}}^2(\text{水准器}) = 2m^2(\text{水准器}); \quad (34)$$

$$\begin{aligned} m_{\text{紅}}^2 &= m_{\text{紅}}^2(\text{讀數}) + m_{\text{紅}}^2(\text{水准器}) = \\ &= 2m_0^2 + 2m^2(\text{水准器}); \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} m_{\text{紅}}^2 &= 2 \left(0.30 + 0.20 \frac{S}{v} \right)^2 + \\ &+ \left(\frac{0.17 S 10^3}{\rho} \right)^2. \end{aligned} \quad (36)$$

最后

$$\begin{aligned} m_{\text{紅}}^2 &= 0.18 + 0.08 \frac{S^2}{v^2} + 0.24 \frac{S}{v} + \\ &+ 0.50 \tau^2 S^2 10^{-6}. \end{aligned} \quad (37)$$

当 $v=32^x$ 和 $\tau=13^r$ 时, 按高差权数式 $\frac{p_{\text{黑}}}{p_{\text{紅}}} = \frac{m_{\text{紅}}^2}{m_{\text{黑}}^2}$ 进

行数字计算后所得的结果如下(表4):

表 4

S (公尺)	$\frac{p_{\text{黑}}}{p_{\text{紅}}}$
25	2.45
50	2.08
75	1.79
100	1.81

现在我们来推求当采用旧法

时一个测站上高差的中误差公式。

水准测量的精度, 按每两个

相邻测站上高差和之差来确定。

精度计算就视綫长为 50 公尺

时测定的高差来进行。在这种

况下, 按标尺黑面确定的高差的权

数, 比按标尺紅面确定的高差的权数大一倍:

$$p_{\text{黑}} = 2p_{\text{紅}},$$

由此得

$$m_{\text{黑}}^2 = \frac{m_{\text{黑}}^2}{2}.$$

根据所采用的条件，两次观测的差表示如下：

$$d = (h_1, \text{黑} + h_2, \text{黑}) - (h_1, \text{红} + h_2, \text{红}), \quad (38)$$

式中， h_1 和 h_2 是水准路线中两相邻测站上的高差。

令 $m_{h_1, \text{黑}} = m_{h_2, \text{黑}}$ 和 $m_{h_1, \text{红}} = m_{h_2, \text{红}}$ ，得

$$m_d^2 = 2m_{\text{黑}}^2 + 2m_{\text{红}}^2 = 3m_{\text{红}}^2, \quad (39)$$

由此得

$$m_{\text{红}}^2 = \frac{m_d^2}{3}. \quad (40)$$

当采用旧法时，在 $S=50$ 公尺的情况下，一个测站上高差的权中数等于：

$$\begin{aligned} h &= \frac{2h_{\text{黑}} + h_{\text{红}}}{3}, \\ m_h^2 &= \frac{4m_{\text{黑}}^2 + m_{\text{红}}^2}{9} = \\ &= \frac{2m_{\text{红}}^2 + m_{\text{红}}^2}{9} = \frac{m_{\text{红}}^2}{3}. \end{aligned} \quad (41)$$

以 $\frac{m_d^2}{3}$ 代 $m_{\text{红}}^2$ ，得

$$m_h^2 = \frac{m_d^2}{9}, \quad (42)$$

但

$$m_d^2 = \frac{[d^2]}{n},$$

因此