

高考数学专项夺标

GAOKAO
SHUXUE XUANZETI
TUPO

高考数学 选择题突破

高考数学研究组 组编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大學出版社

高考数学选择题突破

高考数学研究组 组编

编委	马茂年	王小海	叶秋平	李惟峰
	刘春苗	朱进初	张金良	陈伟
	郑日峰	金克勤	倪志香	俞昕
	韩国梁	蒋荣清	赖忠华	蔡小雄

浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考数学选择题突破 / 高考数学研究组组编. —杭州:
浙江大学出版社, 2006. 3
ISBN 7-308-04656-7

I. 高... II. 高... III. 数学课—高中—解题—升
学参考资料 IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 018456 号

责任编辑 尤建忠

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 浙江大学出版社电脑排版中心

印 刷 杭州余杭人民印刷有限公司

开 本 787mm×960mm 1/16

印 张 12

字 数 241 千

版 印 次 2006 年 3 月第 1 版 2006 年 3 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7-308-04656-7/G·1034

定 价 15.00 元

前 言

高考复习是循序渐进、不断综合、不断深入、不断提高的过程,也是再学习、再研究、再认识、再质变的过程。数学作为高考三大工具学科之首,在高考中的地位是显而易见的。那么,怎样才能学好数学呢?特别提醒考生要注意以下几点:

1. 要真正做到了解自己,要了解自己的知识薄弱环节,寻找相关题目,进行有选择性、有针对性的训练。

2. 在做题过程中,要掌握解决问题的基本方法,注重通性通法,做题要有主动意识、要及时总结和反思,力争通过做一题,得到一类问题的解决方法。

3. 在做题过程中,要注重解题的思考过程,注重研究解题的方向和策略,逐步提高自身解题能力。

4. 在做题过程中,要有一个阶段对选择题、填空题、中档题、综合题进行专门训练,要加强准确度的训练,提高解题速度,只有这样才能在高考中取得好成绩。

5. 在做题过程中,应该学会数学思维与数学方法,数学思维方法都不是单独存在的,都有其对立面,并且两者能够在解决问题的过程中相互转换、补充,领悟数学思维中的哲学思想和在哲学思想的指导下进行数学思维,是提高学生数学素养、培养学生数学能力的重要方法。

6. 加强自身解题规范性的训练,了解试卷批改中的给分点,严格按评分标准书写解答题,熟练、准确地用文字语言、符号语言、逻辑语言表达解题过程,字迹工整,力争会做的题目不丢步骤分,不完全会做的题目也能拿到部分分数。

“高考数学专项达标丛书”以其鲜活的素材,准确的信息,新

颖的体例,独特的风格呈现给读者。丛书包括《高考数学新颖题解读》、《高考数学解题法揭秘》、《高考数学选择题突破》、《高考数学填空题巧解》、《高考数学中档题攻略》、《高考数学综合题透析》、《高考数学展望与对策》共七个分册。丛书内容全面细致,容量大,既抓住主干知识的重点、难点、热点,又不留知识死角。题型全面,题量充分,体例设计科学,构思奇巧。丛书可以带领你进入数学的殿堂,领略殿堂的美丽和奥妙,掌握更熟练的方法和技巧。

丛书由高考数学研究组组织编写。尽管在成书过程中,我们本着近乎苛刻的态度,题题推敲,层层把关,力求能够帮助读者更好地把握丛书的脉络和精华,但书中也难免有疏忽和纰漏之处,诚挚地希望广大师生批评指正。

目 录

第一部分 选择题的解题思路与方法	1
一、解题思路	1
1. 仔细审题,吃透题意	1
2. 反复析题,去伪存真	2
3. 抓住关键,全面分析	2
4. 反复检查,认真核对	2
二、解题方法	2
1. 直接法	2
2. 筛选法	6
3. 特例法	10
4. 验证法	12
5. 特征法	15
6. 同解法	16
7. 图象法	17
8. 条件排除法	22
9. 整体把握法	23
10. 特例分析法	23
11. 逻辑分析法	26
12. 近似法	26
13. 极限法	28
第二部分 选择题的经典题型与透析	32
1. 集合与简易逻辑	32

2. 函数	37
3. 数列	49
4. 三角函数	58
5. 平面向量	68
6. 不等式	74
7. 直线和圆的方程	80
8. 圆锥曲线方程	85
9. 直线、平面、简单几何体	94
10. 排列组合、概率统计	101
11. 极限、导数和复数	110
第三部分 选择题的基础训练与达标	118
基础训练(1)	118
基础训练(2)	119
基础训练(3)	121
基础训练(4)	124
基础训练(5)	126
基础训练(6)	128
基础训练(7)	130
基础训练(8)	132
基础训练(9)	134
基础训练(10)	136
基础训练(11)	138
基础训练(12)	140
基础训练(13)	142
基础训练(14)	145
基础训练(15)	147

目 录

基础训练(16).....	149
基础训练(17).....	151
基础训练(18).....	153
达标训练(1)	156
达标训练(2)	159
达标训练(3)	161
达标训练(4)	163
达标训练(5)	166
达标训练(6)	168
达标训练(7)	170
达标训练(8)	172
达标训练(9)	174
达标训练(10).....	176
达标训练(11).....	178
达标训练(12).....	181

第一部分 选择题的解题思路与方法

选择题具有题小、量大、基础、简捷、灵活的特点,在取材上重基本概念和基本运算,加强对算理、算法的考查,同时也兼顾对逻辑思维能力和空间想像能力的考查.选择题针对考生弱点设置诱误项(也称迷惑支),又适当设置提示项,为考生灵活解题提供一定条件.选择题中的大多数题具有多种解法,为基础牢、思维活的考生充分发挥聪明才智,快速灵活解题提供舞台,以拉开考生成绩差距.

一般认为,选择题考速度,解答题考能力,而速度的取得靠基础知识的熟练和思维方法的灵活,科学、合理的巧解反映了人的能力,从这个意义上讲,选择题也同样考能力.

选择题的巧解说到底就是要充分利用选项提供的信息,发挥选项的作用.能力稍差的学生解选择题仅仅顾及题干,然后像解答题那样解下去,选项只起了核对的作用.本来像选择题这样的小题应当“小题小做”,但他们却做成了解答题,至少做成了填空题,这样就小题大做了,导致后面的解答题没有充裕的时间思考,这是不划算的.

由于选择题结构特殊,不要求反映过程,再加上解答方式没有固定的模式,活泼多变,具有极大的灵活性.选择题的解题思想,渊源于选择题与常规题的联系和区别,它在一定程度上还保留着常规题的某些痕迹.而另一方面,选择题在结构上具有自己的特点,即至少有一个答案(若单项选择题则只有一个答案)是正确的或合适的.因此可充分利用题目提供的信息,排除迷惑支的干扰,正确、合理、迅速地选择支中选出正确支.选择题中的错误支具有两重性,既有干扰的一面,也有可利用的一面.只有通过认真的观察、分析和思考才能揭露其潜在的暗示作用,从而从反面获得信息,迅速作出判断.

一、解题思路

要想确保在有限的时间内,对十多道选择题作出有效的选择,清晰的解题思路是十分必要的.一般说来,数学选择题有着特定的解题思路,具体概括如下:

1. 仔细审题,吃透题意

审题是正确解题的前提条件,通过审题,可以掌握用于解题的第一手资料——已知条件,弄清题目要求.

审题的关键在于:(1)将有关概念、公式、定理等基础知识加以集中整理.凡在题中出现的概念、公式、性质等内容都是平时理解、记忆、运用的重点,也是我们在解选择题时首先需要回忆的对象;(2)发现题目中的“机关”——题目中的一些隐含条件,往往是该题的“价值”之所在,也是我们失分的“隐患”.

除此而外,审题的过程还是一个解题方法的抉择过程,开拓的解题思路能使我们心涌如潮,适当的解题方法则帮助我们事半功倍.

2. 反复析题,去伪存真

析题就是剖析题意,在认真审题的基础上,对题目进行反复的分析和解剖,从而为正确解题寻得路径.因此,析题的过程就是根据题意,联系知识,形成思路的过程.由于选择题的选择支具有相近、相关的特点,有时“真作假时假亦真”,对于一些似是而非的选项,我们可以结合题目,将选项逐一比较,用一些“虚拟式”的“如果”,加以分析,从而提高解题的正确率.

3. 抓住关键,全面分析

在解题过程中,通过审题、析题后找到题目的关键所在是十分重要的,从关键点入手,找突破口,联系知识进行全面的分析,形成正确的解题思路,就可以化难为易,化繁为简,从而得出正确的答案.

4. 反复检查,认真核对

在审题、析题的过程中,由于思考问题不全面,往往会导致“失根”、“增根”等错误,因而,反复地检查,认真地进行核对,也是解选择题必不可少的步骤.

二、解题方法

在当今高考中,选择题不但题目数量多,而且分数多,占总分的40%.高考中选择题具有题型基础、题目灵活的特点,它能考查基本运算能力、逻辑思维能力,考查对基础知识掌握及运用的熟练程度,容量较大,覆盖面宽.考生能否迅速、准确、全面、简捷地解好选择题成为得分关键.

选择题的解题一般有两种思路:一是从题干出发探求结果;二是题干和选择支联合考虑或从选择支出发探求是否满足题干条件.由于选择题提供了备选答案,又不要求写出解题过程,因此出现了一些科学解法,但常用的解题方法并不是孤立使用的,解题时常用到其中的两种或多种.至于到底应用何种方法,并无固定的模式,只要能将各种方法记熟、记牢,并能灵活应用,就能在一定的问題情境下迅速作出合理解答,很快找出最合适解法.

选择题在高考中多属中、低难度题,因此在做题时忌“小题大做”,应当“小题小做”,忌呆板、教条,思维一定要灵活.

1. 直接法

要想从所给的选择中直接挑选出正确的答案,除了对数学的基本概念、基本法则极为熟悉外,还必须具备一定的解题经验.不过,有些问题,不必通过具体演算后再去作出选择,只要在考虑问题的条件和选择支的基础上,凭直觉就能迅速作出选择.直接法就是从题设条件出发,通过正确的运算或推理,得出正确结果,再与选择支对照,从而作出判断的一种方法.

例1 把函数 $y=f(x)$ 在 $x=a$ 及 $x=b$ 之间的一段图象可以近似地看作直线,设 $a < c < b$,那么 $f(c)$ 的近似值可表示为

A. $\frac{f(a)+f(b)}{2}$

B. $\sqrt{f(a) \cdot f(b)}$

C. $f(a) + \frac{c-a}{b-a}[f(b)-f(a)]$

D. $f(a) - \frac{c-a}{b-a}[f(b)-f(a)]$

解析 设 $A(a, f(a)), B(b, f(b))$, 则直线 AB 的方程为 $y - f(a) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$.

令 $x = c$, 代入即得 $f(c) = y = f(a) + \frac{c-a}{b-a}[f(b)-f(a)]$.

答案 C

例 2 如果: $\log_7[\log_3(\log_2 x)] = 0$, 则 $x^{-\frac{1}{2}}$ 等于..... ()

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

C. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

D. 以上答案都不对

解析 $\log_7[\log_3(\log_2 x)] = 0 \Rightarrow \log_3(\log_2 x) = 1 \Rightarrow \log_2 x = 3 \Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x^{-\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, 故选 D.

答案 D

例 3 如果 $\alpha, \beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 且 $\tan \alpha < \cot \beta$, 则必有..... ()

A. $\alpha < \beta$

B. $\beta < \alpha$

C. $\alpha + \beta < \frac{3\pi}{2}$

D. $\alpha + \beta > \frac{3\pi}{2}$

解析 $\because \tan \alpha < \cot \beta = \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)$, 而 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right), \left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right) \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 且正切函数在这个区间上为增函数, 所以有

$\alpha < \frac{3\pi}{2} - \beta$, 即 $\alpha + \beta < \frac{3\pi}{2}$. 故选 C.

答案 C

例 4 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C_{2n}^n}{C_{2n+2}^{n+1}}$ 的值为..... ()

A. 0

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{4}$

解析 $\frac{C_{2n}^n}{C_{2n+2}^{n+1}} = \frac{(2n)!}{n!n!} \cdot \frac{(n+1)! \cdot (n+1)!}{(2n+2)!} = \frac{(n+1)(n+1)}{(2n+2)(2n+1)} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C_{2n}^n}{C_{2n+2}^{n+1}} = \frac{1}{4}$.

答案 D

例 5 若函数 $y = f(x)$ 存在反函数 $y = g(x)$, 且 $f(3) = -1$, 则函数 $y = g(x-1)$ 的图象在下列各点中必过..... ()

A. $(-2, 3)$

B. $(0, 3)$

C. $(2, -1)$

D. $(4, -1)$

解析 依题意可知函数 $y = f(x)$ 的图象经过点 $(3, -1)$, 它的反函数 $y = g(x)$ 的图象必过点 $(-1, 3)$, 由此可推知函数 $y = g(x-1)$ 的图象经过点 $(0, 3)$. $\therefore$ 选 B.

答案 B

例 6 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 m 项和为 30, 前 $2m$ 项和为 100, 则它的前 $3m$ 项和为 $\dots$ ()

A. 130 B. 170 C. 210 D. 260

解析 解本题的关键在于实施转化, 切不可误以为 S_m, S_{2m}, S_{3m} 成等差数列, 而得出 $S_{3m} = 2S_{2m} - S_m = 170$, 错选 B.

而应转化为 $S_m, S_{2m} - S_m, S_{3m} - S_{2m}$ 成等差数列. 于是 $2(S_{2m} - S_m) = S_m + (S_{3m} - S_{2m})$, $S_{3m} = 3(S_{2m} - S_m)$ 为 3 的倍数, $\therefore$ 选 C.

答案 C

例 7 两条直线 $A_1x + B_1y + C_1 = 0, A_2x + B_2y + C_2 = 0$ 垂直的充要条件为 $\dots\dots$ ()

A. $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$ B. $A_1A_2 - B_1B_2 = 0$

C. $A_1A_2/B_1B_2 = -1$ D. $B_1B_2/A_1A_2 = 1$

解析 若 $B_1B_2 \neq 0$ 时, 两直线垂直的充要条件是斜率之积为 -1 , 即 $A_1A_2/B_1B_2 = -1$, 即 $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$. 对 $B_1B_2 = 0$ 也成立, 故选 A.

答案 A

例 8 某电脑用户计划使用不超过 500 元资金购买单价分别为 60 元、70 元的单片软件和盒装磁盘. 根据需要, 软件至少买 3 片, 磁盘至少买 2 盒, 则不同的选购方式共有 $\dots\dots\dots$ ()

A. 5 种 B. 6 种 C. 7 种 D. 8 种

解析 这是一道典型的考查数学能力的试题, 但其要求并不高, 其思路可展示如下表:

软件片数	3	3	3	4	4	5	6
磁盘盒数	2	3	4	2	3	2	2
总价(元)	320	390	460	380	450	440	500

故共有 7 种不同的选购方式.

答案 C

例 9 椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦点为 F_1 和 F_2 , 点 P 在椭圆上, 如果线段 PF_1 的中点在 y 轴上, 那么 $|PF_1|$ 是 $|PF_2|$ 的 $\dots\dots\dots$ ()

A. 7 倍 B. 5 倍 C. 4 倍 D. 3 倍

解析 因为线段 PF_1 的中点在 y 轴上, 又原点 O 是 F_1F_2 的中点, 所以立即判定 $PF_2 \perp F_1F_2$, $|PF_2|$ 等于椭圆通径长的一半即 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $|PF_1| = 4\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$, 故选 A.

答案 A

例 10 若 $(2x + \sqrt{3})^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$, 则 $(a_0 + a_2 + a_4)^2 - (a_1 + a_3)^2$ 的值为 $\dots\dots\dots$ ()

A. 1 B. -1 C. 0 D. 2

解析 二项式中含 $\sqrt{3}$,似乎增加了计算量和难度,但如果设 $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = a = (2 + \sqrt{3})^4$, $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 = b = (2 - \sqrt{3})^4$,则待求式 $= ab = [(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})]^4 = 1$.

整体驾驭能力在这里起了很大作用,直接法也要讲究技巧.

答案 A

例 11 一个直角三角形三内角的正弦值成等比数列,其最小角为 ()

A. $\arccos \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

B. $\arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

C. $\arccos \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

D. $\arcsin \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

解析 用直接法,由题意得 $\sin^2 B = \sin A \sin C$ (A 为最小角, $C = \frac{\pi}{2}$),化为 $\sin^2 A + \sin A - 1 = 0$,所以 $\sin A = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$,选 B.

答案 B

例 12 设函数 $y = f(x)$ 定义在实数集上,则函数 $y = f(x-1)$ 与 $y = f(1-x)$ 的图象关于 ()

A. 直线 $y = 0$ 对称

B. 直线 $x = 0$ 对称

C. 直线 $y = 1$ 对称

D. 直线 $x = 1$ 对称

解析 直接法可采用换元:令 $t = x-1$, $1-x = -t$,于是 $f(t)$ 与 $f(-t)$ 的图象关于直线 $t = 0$ 即 $x = 1$ 对称,故选 D.

答案 D

例 13 设 F_1 和 F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的两个焦点,点 P 在双曲线上,且满足 $\angle F_1 P F_2 = 90^\circ$,则 $\triangle F_1 P F_2$ 的面积是 ()

A. 1

B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

C. 2

D. $\sqrt{5}$

解析 记 $|PF_1| = r_1$, $|PF_2| = r_2$,

$$\because \angle F_1 P F_2 = 90^\circ, \therefore S_{\triangle F_1 P F_2} = \frac{1}{2} r_1 r_2,$$

在计算的时候,不必分别求出 r_1, r_2 ,只需求出 r_1 和 r_2 的积 $r_1 r_2$.

$$\text{由} \begin{cases} r_1^2 + r_2^2 = (2\sqrt{5})^2, \\ |r_1 - r_2| = 4, \end{cases} \text{得 } r_1 r_2 = 2, \text{ 故选 A.}$$

答案 A

例 14 正方体的全面积是 a^2 ,它的顶点都在球面上,这个球的表面积是 ()

A. $\frac{\pi a^2}{3}$

B. $\frac{\pi a^2}{2}$

C. $2\pi a^2$

D. $3\pi a^2$

解析 设正方体的棱长为 m , 球半径为 R , $\because$ 正方体的对角线就是球的直径,

$$\therefore \sqrt{3}m = 2R,$$

由题设, $6m^2 = a^2$, $\therefore$ 球面积 $S = 4\pi R^2 = 3\pi m^2 = \frac{\pi a^2}{2}$, 选 B,

这里, 利用了 $4R^2 = 3m^2 = \frac{a^2}{2}$

不讲究算理、算法的同学会这样做:

$$\because R = \frac{\sqrt{3}}{2}m, m = \frac{\sqrt{6}}{6}a,$$

$$\therefore R = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{6}a = \frac{\sqrt{2}}{4}a,$$

$$S = 4\pi \cdot \frac{1}{8}a^2 = \frac{\pi a^2}{2}$$

这样做未免显得刻板、繁琐.

答案 B

直接法的解题过程与常规法解题基本相同, 不同的是解选择题时可利用选择支的暗示性. 同时应注意: 在计算和论证时应尽量简化步骤, 合理跳步, 以提高解题速度. 注意一些现成结论的使用, 如正方体的性质, 等差、等比数列的性质等.

2. 筛选法

有时, 我们面临的问题不易从正面入手直接挑选出正确的答案, 那么可以转而从反面入手, 因为选择题的正确答案已在选择支中列出, 从而逐一考虑所有选择支, 排除其中不正确的, 则剩下的就是正确的答案. 对于某些问题, 可以在仔细观察问题之后, 凭直觉迅速作出筛选.

筛选法也叫淘汰法或排除法, 使用前提是“答案惟一”, 具体做法是采用简捷有效的手段对各个备选答案进行“筛选”, 将其中与题干相矛盾的干扰支逐一排除, 从而获得正确结论.

例 15 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, 且 α 是第二象限角, 那么 $\tan \alpha$ 的值等于 ()

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

解析 $\because \alpha$ 是第二象限角, $\therefore \tan \alpha < 0$, 可以排除 C, D.

若 $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$, 则 $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$, $\cos \alpha = \cot \alpha \cdot \sin \alpha = -\frac{16}{15} < -1$, 这是不可能的, 所以排除 B.

答案 A

例 16 若定义在 $(-1, 0)$ 内的函数 $f(x) = \log_{2a}(x+1)$ 满足 $f(x) > 0$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(0, \frac{1}{2}]$ C. $(\frac{1}{2}, 1]$ D. $[\frac{1}{2}, 1]$

解析 根据对数定义 $2a \neq 1$, $\therefore a \neq \frac{1}{2}$.

∴ 排除 B, D.

当 $a = 1, x = -\frac{1}{2}$ 时, $f(-\frac{1}{2}) = \log_2 \frac{1}{2} = -1 < 0$,

∴ 排除 C.

答案 A

例 17 若 x 为三角形的最小内角, 则 $y = \sin x + \cos x$ 的值域是 ()

- A. $(1, \sqrt{2}]$ B. $(0, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ C. $[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ D. $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$

解析 因为 x 为三角形的最小内角, $x \in (0, \frac{\pi}{3}) \subseteq (0, \frac{\pi}{2})$, 由此可推知 $y = \sin x + \cos x >$

1, 排除错误支 B、C、D, ∴ 选择 A.

答案 A

例 18 已知 $\sin \alpha > \sin \beta$, 那么下列命题成立的是 ()

- A. 若 α, β 是第一象限角, 则 $\cos \alpha > \cos \beta$
 B. 若 α, β 是第二象限角, 则 $\tan \alpha > \tan \beta$
 C. 若 α, β 是第三象限角, 则 $\cos \alpha > \cos \beta$
 D. 若 α, β 是第四象限角, 则 $\tan \alpha > \tan \beta$

解析 当 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, 由 $\sin \alpha > \sin \beta$ 得 $\alpha > \beta$, 此时, $\cos \alpha < \cos \beta$;

当 $\alpha, \beta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ 时, 由 $\sin \alpha > \sin \beta$ 得 $\alpha < \beta$, 此时, $\tan \alpha < \tan \beta$;

当 $\alpha, \beta \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$ 时, 由 $\sin \alpha > \sin \beta$ 得 $\alpha < \beta$, 此时, $\cos \alpha < \cos \beta$;

可见 A、B、C 均被排除, ∴ 选 D.

答案 D

例 19 已知点 $P(\sin \alpha - \cos \alpha, \tan \alpha)$ 在第一象限, 则在 $[0, 2\pi)$ 内 α 的取值范围为 ()

- A. $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}) \cup (\pi, \frac{5\pi}{4})$ B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\pi, \frac{5\pi}{4})$
 C. $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}) \cup (\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$ D. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{4}, \pi)$

解析 为节省时间可以从条件入手, 由于点 P 在第一象限, 故有 $\tan \alpha > 0$, 由此可以排除 A、C、D, 故选 B.

答案 B

例 20 一个直角三角形三内角的正弦值成等比数列, 其最小内角为 ()

- A. $\arccos \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
 C. $\arccos \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ D. $\arcsin \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

解析 第一节中我们已用直接法求解过,在这里我们再用筛选法得出正确的选项.

因为直角三角形的最小内角应为小于或等于 45° 的锐角,而选择支 D 为负角, C 是钝角,对 A 进行估算得其大于 45° ,故选 B.

答案 B

例 21 不等式组 $\begin{cases} x > 0, \\ \frac{3-x}{3+x} > \left| \frac{2-x}{2+x} \right| \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $\{x \mid 0 < x < 2\}$

B. $\{x \mid 0 < x < 2.5\}$

C. $\{x \mid 0 < x < \sqrt{6}\}$

D. $\{x \mid 0 < x < 3\}$

解析 若用直接法,则耗费了大量时间仍难得其解时,内心的焦急慌乱很可能导致考试的溃败.由于 $2 < \sqrt{6} < 2.5 < 3$,依次将 $x = 2, 2.5, 3$ 代入第二个不等式检验,知 $x = 2$ 适合,余皆不合,则应选 C.

答案 C

例 22 若 $\sin^2 x > \cos^2 x$,则 x 的取值范围是 ()

A. $\left\{x \mid 2k\pi - \frac{3\pi}{4} < x < 2k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$

B. $\left\{x \mid 2k\pi + \frac{3\pi}{4} < x < 2k\pi + \frac{5\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$

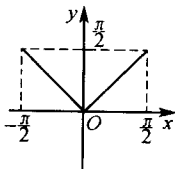
C. $\left\{x \mid k\pi - \frac{\pi}{4} < x < k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$

D. $\left\{x \mid k\pi + \frac{\pi}{4} < x < k\pi + \frac{3\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$

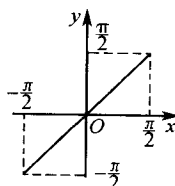
解析 此题的解法不下五种,我们最欣赏的是: $\sin^2 x, \cos^2 x$ 的周期都是 π ,于是排除 A、B. 又 C 中含 0, D 中不含,经检验 0 不合,故选 D.

答案 D

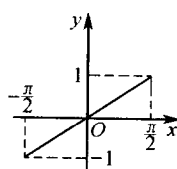
例 23 函数 $y = \arccos(\cos x) \left(x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]\right)$ 的图象是 ()



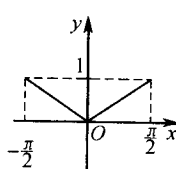
A.



B.



C.



D.

解析 观察函数的特性,易知函数为偶函数,函数值域为 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. 由函数图象关于 y 轴对称可排除 B、C,再由函数值域可排除 D,故选 A.

答案 A

例 24 由数字 1、2、3、4、5 组成没有重复数字的五位数,其中小于 50000 的偶数共有 ()

A. 60 个 B. 48 个 C. 36 个 D. 24 个

解析 先考虑一个排数法:组成没有重复数字的五位偶数共有 $2P_4^4 = 48$ 个,其中小于 50000 的五位偶数的个数肯定小于 48,故排除了 A 与 B. 在这 48 个偶数中,显然不小于 50000 的五位偶数要比小于 50000 的五位偶数少,也就是说这两种偶数不可能一样多,因而 D 也排除,故选 C.

答案 C

例 25 如果实数 x, y 满足等式 $(x-2)^2 + y^2 = 3$, 那么 $\frac{y}{x}$ 的最大值是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

解析 取满足 $(x-2)^2 + y^2 = 3$ 的一组值 $x=1, y=\sqrt{2}$, 得 $\frac{y}{x} = \sqrt{2}$. 这说明 $\frac{y}{x}$ 的最大值不小于 $\sqrt{2}$, 而 A、B、C 中的值均小于 $\sqrt{2}$, 故选 D.

答案 D

例 26 如果 A、B 是互斥事件, 那么 ()

A. $A+B$ 是必然事件
B. $\bar{A} + \bar{B}$ 是必然事件
C. $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 一定不互斥
D. A 与 $\bar{B}$ 可能互斥, 也可能不互斥

解析 由互斥事件的概念可知 $A+B$ 不一定是必然事件, 排除 A; $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 可能互斥, 排除 C; A 与 $\bar{B}$ 一定不互斥, 排除 D, 故选 B.

答案 B

例 27 已知直线 $l \perp$ 平面 α , 直线 $m \subset \beta$, 有下列四个命题: ① $\alpha \parallel \beta \Rightarrow l \perp m$; ② $\alpha \perp \beta \Rightarrow l \parallel m$; ③ $l \parallel m \Rightarrow \alpha \perp \beta$; ④ $l \perp m \Rightarrow \alpha \parallel \beta$. 其中正确的是 ()

A. ① 与 ② B. ③ 与 ④ C. ② 与 ④ D. ① 与 ③

解析 对于 ① 由 $\begin{cases} l \perp \alpha, \\ \alpha \parallel \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l \perp \beta, \\ m \subset \beta \end{cases} \Rightarrow l \perp m$, 故命题 ① 正确, 可排除 B、C. 因此只需判定 ② 是否正确即可.

对于 ② 由 $\begin{cases} l \perp \alpha, \\ \alpha \perp \beta \end{cases} \Rightarrow l \parallel \beta$, 因 $m \subset \beta$, 所以 l 与 m 的位置关系有多种情况, 故 ② 错, 则可排除 A. 从而可判定 D 是正确的.

事实上 ③ 是正确的, 由 $\begin{cases} l \perp \alpha, \\ l \parallel m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \perp \alpha, \\ m \subset \beta \end{cases} \Rightarrow \alpha \perp \beta$, 知 ③ 是正确的, 故选 D.

答案 D

说明 用筛选法解选择题的一般规律是:

- (1) 对于干扰支易于淘汰的选择题, 可采用筛选法, 能剔除几个就先剔除几个.
- (2) 允许使用题干中的部分条件淘汰选择支.