

网式教辅

配新课标北师大版

丛书主编：周益新

本册主编：秦松林

国家级教育社，打造国家级教辅品牌，
独创网式教辅

课堂三级讲练

KE TANG SAN JI JIANG LIAN

学好一级上进生

学好二级优等生

学好三级尖子生

数学

SHUXUE

七 年 级

(下)



中国出版集团 现代教育出版社

配北师大版

网式教辅

课堂三级讲练

KE TANG SAN JI JIANG LIAN

数学

七年级(下)

本册主编 秦松林
编委

孙瑾	吴林章	王昌咏	彭铭
毛传宝	孙华	付军	冷红
王桂明	陈鑫	徐亚芳	李凤英
罗望梅	邓永利	徐生峰	王杜才
王福荣	殷锦华	秦秋林	李国文

现代教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

课堂三级讲练. 七年级数学. 下: 北师大版/秦松林
编. —北京: 现代教育出版社, 2005. 12
(网式教辅/周益新主编)
ISBN 7-80196-248-6

I. 课... II. 秦 III. 数学课—初中—教学参考
资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 147803 号

版权说明:

本书由现代教育出版社独家出版, 未经出版者书面许可, 任何单位和个人不得以任何形式复制本书内容。法律代表: 吕晓光

丛 书 名: 网式教辅
书 名: 课堂三级讲练·七年级数学·下(配北师大版)
总 策 划: 宋一夫
执行策划: 罗雪群 樊庆红 徐 玲
责任编辑: 姜俊杰
出版发行: 现代教育出版社
社 址: 北京市朝阳区安贞里 2 区 1 号金颐大厦
邮政编码: 100029
照 排: 北京世纪品峰
印 刷: 三河市科达彩色印装有限公司
开 本: 880×1230 大 16 开
印 张: 10
字 数: 206 千字
印 数: 5000 册
版 次: 2005 年 12 月第 1 版
印 次: 2005 年 12 月第 1 次印刷
书 号: ISBN 7-80196-248-6
定 价: 12.00 元(含测评卷)

读者购书、书店添货或发现印装问题, 请与本社发行中心联系、调换。

电 话: 010-64427380

传 真: 010-64420542

E-mail: mepchina@yahoo.com.cn

独创网式教辅

DUCHUANG WANGSHI JIAOFU

中国出版集团 现代教育出版社

部分参与编写单位·小学

北京实验二小 北京史家胡同小学 人大附小 北京大学附小 清华大学附小 北师大附小 黄冈实验小学 东北师大附小 山东师大附小 华南师大附小 哈师大附小 西南师大附小

部分参与编写单位·中学

北京四中 北京大学附中 清华大学附中 北师大实验中学 北师大二附中 北京八中 人大附中 湖南师大附中 黄冈中学 山东师大附中 江苏启东中学 东北师大附中 河北三河一中 广州二中 哈尔滨三中 西南师大附中 重庆南开中学 杭州四中

丛书主编 周益新先生



现代教育出版社是国家级出版机构，成立于2004年4月8日。它隶属于中国出版集团，是中国出版集团以出版教育类、少儿类图书为主的出版社。

作为国家级教育出版社，现代教育出版社将以“现代”的目的与手段、形式与内容，全新的教育和文化理念，推动着中国及世界教育文化的繁荣与发展，诠释着传统文化与当代文化的真谛与精髓，展示着出版者的主体地位与作用。

现代教育出版社共设有10个部门，其中有：教材中心、教辅中心、辞书工具书中心、学术理论中心、少儿图书中心、研发中心、管理中心、财务中心、人事（党务）办公室、发行中心。

现代教育出版社企业精神为：

“我们热爱文化，更热爱出版，为了国家、为了民族、为了事业，也为了我们自己，要竭尽忠诚，全力以赴。”



中国科协教育专家委员会学术委员、全国优秀地理教师、湖北省首批骨干教师、湖北省黄冈中学文科综合课题研究组组长、湖北省黄冈市地理教学研究会理事长。

从1982年至今一直在黄冈中学任教，所带班级高考成绩特别优异。近几年，潜心研究素质教育，创新教育与学生潜能开发的方法和途径以及“3+X”高考改革模式下文科综合教学方法，在《光明日报》《中国教育报》等国家级报刊发表教研论文数十篇，其中在《中国教育报》发表的专论《走出“3+X”误区》和《近三年来文科综合能力测试命题思路的探讨》两篇文章被数百媒体转载。各级教育行政部门邀请其作过多场文科综合专题研究报告。为全国部分省市教育行政部门命大型考试文科综合试题，试题的各项指标均达到理想水平。从1984年起，长期坚持组织学生开展地理野外综合考察等研究性学习活动，指导学生撰写研究性学习小论文多次获湖北省科协、湖北省教研室一等奖。在2002年国家教育部基础教育司和《中国教育报》联合举办的“素质教育案例”评选活动中获奖。策划并主编《教材精析精练》《黄冈兵法》《龙门新教案》《超级讲解》等多部全国优秀系列图书。

前言

先说网式教辅 这里所使用的“网式”，既是指教与学知识“一网打尽，所剩无余”的意思，又是指一旦拥有此书，无需再买同类的其他教辅图书。本书通过独特的教学方法在学生的头脑中建立起知识“网络结构”，形成培养学生能力的“网式教学模式”。学生如果真正掌握了本书的全部内容，在自己头脑中建立起网式的知识结构，便可以从容应付各种考试。

再说三级讲练 三级讲练是指由浅入深，层层建立知识网络结构；由低到高培养学生综合能力；由表及里全面开发学生潜能的课堂讲解和及时训练的教学模式。

一级讲练 突出全面透彻地解读教材，扎扎实实地将一个个知识点融化在学生的脑海里。

二级讲练 强调运用新知识和以前学过的知识，从知识的角度进行整合与拓展，从思维的角度培养学生综合能力。

三级讲练 侧重对知识的课外延伸、拓展与探究，突出特色、动态、鲜活、生成和依情而设的综合实践探究活动的案例分析，使学生在掌握基础知识及知识综合运用后，进入更高层次的学习与探究阶段。

这套丛书具有以下突出特点：

权威——丛书在国家级教育出版社——现代教育出版社的组织下，在全国著名教育专家、教材专家、教辅专家的主持下，在全国最知名的首批新课标改革试验区特高级教师的精心撰写下，打造出一套代表新课标全新理念的国家级教辅图书。

独特——丛书形成了完整的知识整合与拓展的网络结构，该结构挖掘和展示了知识由基础内容向多层面的延伸、迁移，并运用独到的三级讲练形式“点对点应新颖的例题和习题，题题提示解题的技巧和规律”，引导学生在新标课题探究过程中开发潜能，层层升级的网式模式，实属国内独家首创。

全面——知识点分布全面，适用对象全面，从详细解读教材到综合运用知识，以培养综合能力，再到课外拓展探究，培养创造性思维能力，一网打尽，适用不同群体的学生带进课堂听课，归纳、整理课堂笔记、自测自评，全方位配套使用。

科学——从“网式”教学是新课标教学体系客观存在的基础上设置体例，从剖析教材知识点、重点、难点角度，及建立点、线、面知识体系的需要上精编例题；从培养学生思维的技巧角度上原创新题、活题，并强调对主干知识的融会贯通，突出学生学习能力的提高和方法途径上的突破。

实用——复杂的网状知识结构用简明的三级讲练突破，教学的重点、难点用典型的例题化解，深奥的思维的技巧用新颖的习题去引导，一讲一练，层层对应。16开课堂讲练与8开单元测试卷既能同时订购，也可以单独订购。每道题有详细的解题思路点拨，方便老师检测学生学习程度和批阅，方便家长督促自己子女完成当天的课堂作业和课外作业，方便学生在校组织考试之前有针对性地检测自己的学习效果。

网式教辅之《课堂三级讲练》尽管是作者几十年长期教学实践和潜心研究的心得和成果，但仍需精益求精，为此，恳请专家、读者指正。

《课堂三级讲练》丛书编委会

目 录

第一章 整式的运算	1
1.1 整式	1
1.2 整式的加减	4
1.3 同底数幂的乘法	6
1.4 幂的乘方与积的乘方	9
1.5 同底数幂的除法	11
1.6 整式的乘法	15
1.7 平方差公式	18
1.8 完全平方公式	20
1.9 整式的除法	24
第二章 平行线与相交线	27
2.1 余角与补角	27
2.2 探索直线平行的条件	30
2.3 平行线的特征	33
2.4 用尺规作线段和角	36
第三章 生活中的数据	39
3.1 认识百万分之一	39
3.2 近似数和有效数字	41
3.3 世界新生儿图	43
第四章 概率	47
4.1 游戏公平吗	47
4.2 摸到红球的概率	50
4.3 停留在黑砖上的概率	52
第五章 三角形	56
5.1 认识三角形	56
5.2 图形的全等	61
5.3 全等三角形	63
5.4 探索三角形全等的条件	66
5.5 作三角形	69
5.6 利用三角形全等测距离	72
5.7 探索直角三角形全等的条件	74

第六章 变量之间的关系	78
6.1 小车下滑的时间	78
6.2 变化中的三角形	81
6.3 温度的变化	85
6.4 速度的变化	88
第七章 生活中的轴对称	92
7.1 轴对称现象	92
7.2 简单的轴对称图形	94
7.3 探索轴对称的性质	97
7.4 利用轴对称设计图案	99
7.5 镜子改变了什么	101
7.6 镶边与剪纸	104
第一章 测评卷	107
第二章 测评卷	111
第三章 测评卷	115
第四章 测评卷	119
第五章 测评卷	123
第六章 测评卷	127
第七章 测评卷	131
答案及点拨	135

第一章 整式的运算



整 式



一级讲练·教材解读



课堂讲解

● 知识点 1 整式的有关概念

1. 像 ab , $\frac{1}{2}a$, $3x^2$, $-5xy^2$ 等代数式都是由数字与字母的乘积组成的, 这样的代数式叫单项式. 单独的一个数或一个字母也是单项式, 如 0 , -2 , a , $-x$ 等.

2. 几个单项式的和叫多项式, 例如 $ab+3b^2$, $x-\frac{1}{2}mn$ 等.

3. 单项式和多项式统称为整式.

● 知识点 2 单项式的次数和系数

一个单项式中, 所有字母的指数和叫做这个单项式的次数. 如 $\frac{3}{5}x$ 的次数是 1; a^2b 的次数是 3. 单项式中的数字因数叫做单项式的系数, 如 $-0.3x^2y$ 的系数是 -0.3 ; $4a$ 的系数是 4.

● 知识点 3 多项式的次数和项数

在多项式中, 每个单项式都叫多项式的项数, 其中不含字母的项叫做常数项. 一个多项式含有几项, 就叫几项式. 多项式里, 次数最高项的次数叫做这个多项式的次数. 例如, 多项式 $6x^2-2x+7$, $6x^2$, $-2x$, 7 都是它的项, 次数最高项是 $6x^2$, 它的次数是 2, 故 $6x^2-2x+7$ 是二次三项式.



课后练习

一、选择题

1. 在下列代数式: $\frac{ab}{5}$, $-4x$, $-\frac{2}{3}abc$, a , 0 , $a-b$, 0.95 , $\frac{2ab}{x}$ 中, 单项式有 ()
A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个
2. 下列说法中, 正确的是 ()
A. 单项式 $-\frac{2x^2y}{5}$ 的系数是 -2 , 次数是 2

B. 单项式 x 的系数是 0, 次数是 0

C. 单项式 $-\frac{6a^2b}{7}$ 的系数是 $-\frac{6}{7}$, 次数是 3

D. 多项式 $-6x^2y-5xy^2+8xy-7$ 的次数是 8

3. 如果单项式 $-2xy^mz^n$ 与 $5a^4b^4$ 都是五次单项式, 那么 m, n 的值分别为 ()

A. $m=3, n=1$ B. $m=4, n=1$

C. $m=2, n=3$ D. $m=3, n=2$

4. m, n 都是大于 1 的自然数, 多项式 $x^m+2y^n-3x^{m-1}$ 的次数是 ()

A. $2m+2n$

B. $2m+2n+1$

C. $m+n$

D. m, n 中的较大数

5. 多项式 $(a-1)x^5+x^5-1$ 是关于 x 的一次式, 则 a, b 的值分别为 ()

A. 0, 1

B. 0, 3

C. 1, 1

D. 1, 2

二、填空题

6. 单项式 $\frac{1}{2}\pi R^2$ 的系数是 _____, 次数是 _____.

7. 多项式 $4a^2+2a^3-\frac{1}{3}ab^2c$ 是 _____ 次 _____ 项式, 最高项是 _____.

8. 一个关于 x 的二次三项式, 二次项的系数为 4, 一次项的系数和常数项都是 $-\frac{2}{3}$, 则这个二次三项式是 _____.

9. 多项式 $xy-9xy+5xy^2-25$ 的二次项系数之和是 _____.

10. 系数为 -5 , 含有字母 m, n 的四次单项式有 _____ 个, 它们是 _____.

11. 将下列代数式填入相应的大括号里.

$$3a^2-5a^3+1-2a, 0.2m, -\frac{1}{3}x^3y, \frac{5m-n^2}{7}, \frac{1}{a}, \frac{x+y}{\pi}$$

单项式: { _____ };

多项式: { _____ };

整式: { _____ }.

三、解答题

 12. (1) 找出代数式 a^3x^2 与 $2a^2b^2c$ 的共同之处;

 (2) 比较单项式 $12ab^2c^3$ 与 $-8a^3x^2y$ 的异同.


二级讲练·综合运用



课堂讲解

【例1】 3月份某手机超市波导手机销售量前三名是A、B、C三种型号,其中A种型号手机售价1400元,销售数量 a 台;B种型号手机售价1800元,销售数量 b 台;C种型号手机售价880元,销售数量 c 台,那么该手机超市3月份A、B、C三种型号的波导手机的销售额应该是_____元.该式若是单项式,指出它的次数和系数;若是多项式,说明它是几次几项式.

名师导引: 销售问题中的几个量之间的关系式为:销售量 $\times$ 售价=销售总额.本题要先计算3月份手机超市中A、B、C三种型号手机各自的销售额,然后表示出销售总额.

解答: $1400a+1800b+880c$; 此式是一次三项式.

【例2】 已知多项式 $a^3+\frac{1}{2}ab^4-a^{m+1}b-6$ 是六次四项式,单项式 $2x^{5-m}y^{3n}$ 与该多项式次数相同,求 m^2+n^2 的值.

名师导引: 已知多项式 $a^3+\frac{1}{2}ab^4-a^{m+1}b-6$ 是六次四项式,而 a^3 , $\frac{1}{2}ab^4$, -6 都不是六次,故 $-a^{m+1}b$ 的次数是6,从而可求 m 的值,又 $2x^{5-m}y^{3n}$ 与该多项式次数相同,所以 $5-m+3n=6$,而可求得 n 值.

解答: 根据题意得 $m+1+1=6$, 则 $m=4$.

又 $\because$ 单项式 $2x^{5-m}y^{3n}$ 的次数也是6,

$$\therefore 5-m+3n=6, \therefore n=\frac{5}{3}.$$

$$\therefore m^2+n^2=4^2+(\frac{5}{3})^2=16+\frac{25}{9}=\frac{169}{9}.$$



课后练习

1. 根据题意列出整式.

(1) 某市出租车收费标准是:起步价5元,当路程超过3km时,每公里收费1.2元.如果某出租车行驶 p ($p>3$ km),则司机应收费_____元;

(2) 小李从报社以每份0.4元的价格购进了 a 份报纸,以每份0.5元的价格售出了 b 份报纸,剩余的以每份0.2元的价格退回报社,则小李卖报收入为_____元.

2. 若 $-\frac{a}{2}x^3y^{b-3}$ 是关于 x, y 的单项式,且系数为 $\frac{5}{4}$, 次数为4, 试求 $2a+b$ 的值.

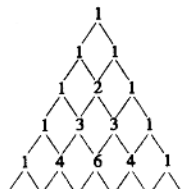
3. 若多项式 $x^{n+1}-x^n+2x^{m-1}$ 是六次二项式,你能求出 $2n^2-3m+1$ 的值吗? 试试看.

三级讲练·拓广探索



例题讲解

【例 1】观察、比较下列的两个过程的规律,你能按规律将这两个过程继续下去吗?请你接下去再写三个.



$$\begin{aligned}
 & a+b \\
 & a^2+2ab+b^2 \\
 & a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \\
 & a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4 \\
 & \vdots
 \end{aligned}$$

名师导引:根据左边的数字规律可得右边多项式中各项的系数,而每个多项式中的各个单项式的次数从上到下具有依次递增的规律.

解答: $a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$; $a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$; $a^7+7a^6b+21a^5b^2+35a^4b^3+35a^3b^4+21a^2b^5+7ab^6+b^7$.



课后练习

1. 有一串单项式: $-x, 2x^2, -3x^3, 4x^4, \dots, -19x^{19}, 20x^{20}, \dots$

(1) 观察特点,请说出它们的规律:

(2) 请写出第 2 005 个、第 2 006 个单项式:

(3) 请写出第 n 个、第 $(n+1)$ 个单项式.

2. 定义新运算 $x \otimes y = ax - by$, 若 $1 \otimes 2 = 3, 2 \otimes 1 = -3$, 且 $1 \otimes (m \otimes 3) = 6$, 试求 m 的值.



课堂讲解

知识点1 整式的加减运算

几个整式相加减,通常用括号把每一个整式括起来,再用加减号连接.整式加减的一般步骤是:

- (1)根据题意列出代数式;
- (2)如果遇到括号,按去括号法则先去括号;
- (3)合并同类项.

知识点2 应用整式的加减进行化简求值

应用整式的加减进行化简求值时,一般先将代数式进行去括号、合并同类项(即化简),再代入字母的值进行计算,简称为“一化二代三算”.

知识点3 含多重括号的整式加减运算

含有多重括号的整式加减运算,可采用先去小括号,再去中括号,最后去大括号,边去括号边合并同类项的方法和步骤进行,也可采用由大到小的顺序去括号,边去括号边合并同类项.



一、选择题

1. 若 $2a^m b^{2m+3n}$ 与 $a^{2n} b^8$ 的和仍是单项式,则 m 与 n 的值分别是 ()
A. 1, 2 B. 2, 1 C. 1, 1 D. 1, 3
2. 如果 $m - (-3x) = 5x^2 - 3x - 5$, 那么 m 是 ()
A. $5x^2 - 5$ B. $5x^2 - 3x - 5$
C. $5x^2 - 6x - 5$ D. $15x^2 - 9x + 15$
3. 若 M, N 都是 7 次多项式,则 $M - N$ 是 ()
A. 常数
B. 次数不高于 7 次的多项式或单项式
C. 7 次多项式
D. 次数不低于 7 次的多项式
4. 已知 $A = 3x^3 - 2x + 1, B = 3x^2 - 2x + 1, C = 2x^2 + 1$, 则结果为 $3x^3 - 7x^2 - 2$ 的式子是 ()
A. $A + B + 2C$ B. $A + B - 2C$
C. $A - B - 2C$ D. $A - B + 2C$
5. 已知 $y = ax^5 + bx^3 + cx - 1$, 当 $x = -2$ 时, $y = 5$, 那么当 $x = 2$ 时, y 的值是 ()
A. -17 B. -7 C. -3 D. 7

二、填空题

6. 单项式 $5x^5y, -2x^2y, 2xy^2, -4x^2y$ 的和是_____.
7. 已知 $(a+b)^2 + |2b-1| = 0$, 则 $ab - [2ab - 3(ab-1)]$

8. 多项式 $2a^2 - 3ab + 4b^2$ 与多项式 $a^2 + ab - b^2$ 的 2 倍的差是_____.

9. 在如图 1-2-1 的日历中,任意圈出一竖列上相邻的三个数,设中间的一个数为 a ,则这三个数之和为_____ (用含 a 的代数式表示).

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

图 1-2-1

10. 某同学做一道数学题“两个多项式 A, B, B 为 $4x^2 - 5x - 6$, 试求 $A + B$.”这位同学把“ $A + B$ ”看成“ $A - B$ ”, 结果求出答案是 $-7x^2 + 10x + 12$, 那么 $A + B$ 的正确答案是_____.
11. 计算:

$$(1) 2(x^2 - x + 1) - (-2x + 3x^2) + (1 - x);$$

$$(2) (3x^2 + 2xy - \frac{1}{2}x) - 2(x^2 - \frac{1}{2}xy + \frac{x}{2}).$$

12. 先化简,再求值.

$$m - \{n - 2m + 2[3m - 3(2m + n) + 5n]\}, \text{ 其中 } m = \frac{1}{2}, n = -1.$$

二级讲练·综合运用

课堂讲解

【例1】 已知有理数 a, b, c 在数轴上的对应位置如图 1-2-2 所示, 化简 $|a-b| - |a-c| - 2|c-b|$.

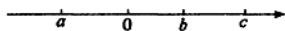


图 1-2-2

名师导引: 先分析绝对值内式子的正负情况, 然后去掉绝对值符号, 最后用整式加减运算进行化简.

解答: 观察数轴知: $a < 0, b > 0, c > 0$, 且 $b < c$.

$$\therefore a-b < 0, a-c < 0, c-b > 0.$$

$$\therefore |a-b| = -(a-b), |a-c| = -(a-c), |c-b| = c-b$$

$$= -(a-b) - [-(a-c)] - 2(c-b)$$

$$= -a + b + a - c - 2c + 2b = 3b - 3c.$$

【例2】 假设用绳子绕地球赤道一周, 又用另一根绳子绕一个柑橘的最大圆一周, 现在把绕地球的绳子和绕柑橘的绳子各加长 1m, 绳子会离开地球和柑橘的表面, 产生一些空隙, 请问这时是地球和绳子之间的空隙较大, 还是柑橘与绳子之间的空隙大?

名师导引: 根据一般常识可能得出答案: “当然橘子周围的空隙要比地球周围的空隙大得多, 因为地球的一周约为 40 000km, 1m 的长度相比之下显得很渺小, 所以即使加长 1m 对整体的影响甚少, 可是橘子的周长较小, 1m 的长度和其周长比起来是十分惊人的数据, 因此加长 1m 所造成的影响是非常大的”. 但有些看似顺理成章的东西, 却不一定符合实际. 你用整式的减法法则算一算就知道.

解答: 设地球的周长为 a , 橘子的周长为 b , 那么, 地球的半径为 $R = \frac{a}{2\pi}$, 橘子的半径为 $r = \frac{b}{2\pi}$; 将各自的周长加 1m 后, 所围成的圆的半径分别是: $R_1 = \frac{a+1}{2\pi}, r_1 = \frac{b+1}{2\pi}$; 地球与绳子的空隙为 $R_1 - R = \frac{a+1}{2\pi} - \frac{a}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}$; 橘子与绳子的空隙为 $r_1 - r = \frac{b+1}{2\pi} - \frac{b}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}$. $\therefore$ 无论是地球还是柑橘, 它们与绳子之间的空隙一样大, 都为 $\frac{1}{2\pi}$.

【例3】 如果 $a^2 + ab = 4, ab + b^2 = -1$, 那么 $a^2 - b^2$ 等于多少? $a^2 + 3ab + 2b^2$ 等于多少?

名师导引: 由已知条件难以求出 a, b 的值, 欲求 $a^2 - b^2$, 只能将 $a^2 - b^2$ 用已知的 $a^2 + ab$ 和 $ab + b^2$ 来表示, 所以此题的关键是找出这几个多项式间的关系: $a^2 - b^2 = (a^2 + ab) - (ab + b^2), a^2 + 3ab + 2b^2 = (a^2 + ab) + 2(ab + b^2)$.

解答: $\because a^2 - b^2 = a^2 + ab - ab - b^2 = (a^2 + ab) - (ab + b^2), \therefore a^2 - b^2 = 4 - (-1) = 4 + 1 = 5.$

$\because a^2 + 3ab + 2b^2 = a^2 + ab + 2ab + 2b^2 = (a^2 + ab) + 2(ab + b^2), \therefore a^2 + 3ab + 2b^2 = 4 + 2 \times (-1) = 4 - 2 = 2.$

课后练习

1. 若多项式 $(2mx^2 - y^2 + 3x - 1) - (5x^2 - 4y^2 + 3x)$ 与 x 无关, 求 $2m^3 - [3m^2 + (4m - 5) + m]$ 的值.

2. 若 $a > 0, b < 0$, 化简 $|2a + 3| + |b - 4| - |a - 7b| - |b^2 + 6| + |-12 - a|$.

3. 已知 $2x^2 - 5x + 5 = 0$, 求代数式 $(15x^2 - 18x + 9) - (-3x^2 + 19x - 31) - 8x$ 的值.

4. 某市电信局推出上网包月制三种类型, 见下表. 若不包月或包月后超出时间, 则按每小时 4 元收费. 小李平均每月上网 50h. 问: 他应该选择哪种包月制比较合算?

类型	基本费用(元/月)	上网时间(h)
A	60	30
B	100	80
C	200	200

三级讲练·拓广探索



课堂讲解

【例1】试比较多项式 $5-3xy^2$ 与 $1-2xy^2$ 的大小, 其中 $x>1, y<-2$.

名师导引: 由已知条件直接比较这两个多项式的大小, 可能会感到束手无策. 如果将这两个多项式相减, 通过差值来比较它们的大小, 那么会使问题化难为易了.

解答: $(5-3xy^2)-(1-2xy^2)$

$$=5-3xy^2-1+2xy^2$$

$$=4-xy^2.$$

而当 $x>1, y<-2$ 时, $y^2>4, xy^2>1\times 4=4$,

$\therefore 4-xy^2<0$, 即 $5-3xy^2<1-2xy^2$.



课后练习

1. 商店出售茶壶每只定价 20 元, 茶杯每只定价 5 元, 该店制定了两种优惠办法:

(1) 买一只茶壶赠送一只茶杯; (2) 按总价的 92% 付款.

某顾客需购茶壶 4 只, 茶杯 x 只 ($x\geq 4$), 付款数为 y (元). 试对两种优惠办法分别写出 y 与 x 之间的关系式, 并研究该顾客买同样多的茶杯时, 两种方法哪一种更省钱?

2. 有一包东西, 需按下面图 1-2-3 所示的模式用三种方法打包, 若 $a+b>2c$, 则哪一种方法使用的绳子最短? 哪一种方法使用的绳子最长?

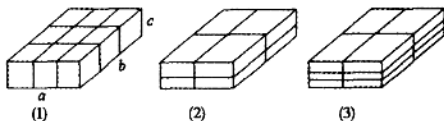


图 1-2-3



1.3

同底数幂的乘法



一级讲练·教材解读



课堂讲解

知识点 1 同底数幂的乘法法则

同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加, 即 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

(m, n 都是正整数).

知识点 2 底数互为相反数的幂相乘的计算

底数互为相反数的幂相乘时, 应先将其相反数的数变形为相同的底数, 再运用同底数的幂相乘的法则进行计

算.变形时,常用以下两个乘方运算性质:一是互为相反数的相同偶次方相等,即 $(-a)^{2n}=a^{2n}$ (n 为正整数);二是互为相反数的相同奇次方,仍是互为相反数,即 $(-a)^{2n+1}=-a^{2n+1}$ (n 为正整数).



一、选择题

1. 下列运算中正确的是 ()

- A. $a^5 \cdot a^2 = a^{10}$ B. $a^5 - a^2 = a^3$
C. $a^5 \cdot (-a)^2 = -a^7$ D. $(-a)^5 \cdot (-a)^2 = -a^7$

2. 若 $x \neq y$, 则下面各式不成立的是 ()

- A. $(y-x)^2 = (x-y)^2$
B. $(y-x)^3 = -(x-y)^3$
C. $(-x-y)^2 = (x+y)^2$
D. $(y+x)(y-x) = (x+y)(x-y)$

3. y^{3n+3} 可以写成 ()

- A. $3y^{n+1}$ B. $y^{3n} + y^3$
C. $y^3 \cdot y^{n+1}$ D. $y^{3n} \cdot y^3$

4. $a^5 \cdot (-a^3) - (-a)^4 \cdot a^4$ 等于 ()

- A. 0 B. $-2a^8$ C. $-a^{16}$ D. $-2a^{16}$

5. 设 $x < 0$, 要使 $-3x^n \cdot x^5 > 0$, 则 n 为 ()

- A. 大于-5的整数 B. 小于-5的整数
C. 大于-5的奇数 D. 大于-5的偶数

二、填空题

6. $(-x)^3 \cdot (-x)^5 \cdot (-x) \cdot (-x)^3 =$ _____.

7. $a^{18} = a^5 \cdot a^{()} = a^8 \cdot a^{()} = a^{()} \cdot a^m$.

8. 若 $a^x \cdot a^3 = a^{14}$, 则 $x =$ _____.

9. $3 \times 9 \times 27 \times 3^n =$ _____.

10. $2x^4 \cdot x^{n-2} \cdot x^{n-1} \cdot x^{n-1} \cdot x^{n+1} \cdot x^n \cdot x^3 =$ _____.

11. 计算下列各式:

(1) $x^4 \cdot x - x^2 \cdot x^3$;

(2) $(-a)^2 \cdot (-a^4) \cdot (-a^6)$;

(3) $(m-n)(n-m)^3(n-m)^4$;

(4) $10^4 \cdot 10^5 + 2 \times 10^9$;

(5) $100 \cdot 10^{m-1} \cdot 10^m - 20 \cdot 10^{2m}$;

(6) $(y-2x)^{2m+2} + (2x-y)^{m+1} \cdot (2x-y)^{m+1}$.



二级讲练·综合运用



【例1】在我国平均每平方米土地一年从太阳得到的太阳能相当于燃烧 $1.3 \times 10^8 \text{ kg}$ 煤所能产生的热量.我国 960 km^2 的土地上,一年从太阳得到的能量相当于燃烧多少千克的煤?(结果用科学记数法表示)

名师导引:此题用每平方米得到能量 $\times$ 我国的国土面积计算,关键要将“平方千米”化为“平方米”,根据 $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$,得 $1 \text{ km} = 1\,000\,000 \text{ m}^2 = 10^6 \text{ m}^2$, $960 \text{ 万} =$

9.6×10^6 .

解答: $1.3 \times 10^8 \times 9.6 \times 10^6 \times 10^6$
 $= (1.3 \times 9.6) \times (10^8 \times 10^6 \times 10^6)$
 $= 12.48 \times 10^{20} = 1.248 \times 10^{21} (\text{kg}).$
 故相当于燃烧 $1.248 \times 10^{21} \text{ kg}$ 的煤.

【例2】(1) $x^a = 2, x^b = 5$, 求 x^{a+b} 的值;

(2) 已知 $x^a \cdot x^3 = x^{2a} \cdot x^2$, 求 a 的值;

(3) 已知 $3^{100} + (-3^{99}) = 2 \times 3^{n+1}$, 求 n 的值.

名师导引:(1)题根据同底数幂的乘法法则, $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$, 反之也成立,即 $x^{a+b} = x^a \cdot x^b$, 这样便可求出 x^{a+b} 的

值;(2)题利用“同底数幂相等时,则幂指数相等”,列出方程,可求出 a 的值;(3)题等式的左边逆用同底数幂的乘法法则,向右边形式靠拢,再利用(2)题中的方法便可求解.

解答:(1) $x^{a+b} = x^a \cdot x^b = 2 \times 5 = 10$.

(2) $\because x^a \cdot x^3 = x^{2a} \cdot x^2, \therefore x^{a+3} = x^{2a+2}$.

$\therefore a+3=2a+2, \therefore a=1$.

(3) $\because 3^{100} + (-3^{99}) = 2 \times 3^{n+1}$,

$\therefore 3 \times 3^{99} - 3^{99} = 2 \times 3^{n+1}$,

即 $2 \times 3^{99} = 2 \times 3^{n+1}$.

$\therefore 99=n+1, \therefore n=98$.

【例3】 计算: $(-x)^{2n+1} \cdot (-x)^{n+2}$ (n 为正整数).

名师导引:原式经运算得到 $(-x)^{3n+3}$,这不能作为最后结果,而应将底数中的“-”号去掉,为此要首先判断指数 $3n+1$ 是奇数,还是偶数.事实上,指数 $3n+1$ 的奇偶性是不确定的,这样必须对 n 进行适当分类讨论.

解答:原式 $= (-x)^{3n+3} = \begin{cases} x^{3n+3} & (\text{当 } n \text{ 是奇数时}), \\ -x^{3n+3} & (\text{当 } n \text{ 是偶数时}). \end{cases}$

其结果可表述为:当 n 为奇数时,原式 $= x^{3n+3}$;当 n 为偶数时,原式 $= -x^{3n+3}$.



1. 一种计算机每秒可作 4×10^6 次运算,在 3×10^2 分钟内共可作多少次运算?

2. 若 $x^m \cdot x^{2m} = x^6$,求 $\frac{1}{2}m^2 - m + 1$ 的值.

3. 若 $(a+b)^n \cdot (b+a)^k = (a+b)^3$,且 $(a-b)^{n-5} \cdot (a-b)^{5-k} = (a-b)^3$,求 $a^n \cdot b^k$ 的值.

4. 已知 n 为正整数,计算: $(-a)^{2n+1} \cdot (-a)^{3n+2} \cdot (-a)$.



三级讲练 · 拓广探索



课堂讲解

【例1】 比较大小: $2^{18} \times 3^{10}$ 与 $2^{10} \times 3^{15}$.

名师导引:先计算出它们的结果,再比较大小,对本题来说是相当困难的,若运用同底数幂乘法法则,找出它们相同的因数,再比较不同因数的大小就可以使问题化难为易.

解答: $2^{18} \times 3^{10} = 2^{10} \times 2^8 \times 3^{10}, 2^{10} \times 3^{15} = 2^{10} \times 3^{10} \times 3^5$.

$\because 2^8 = 256, 3^5 = 243, 2^8 > 3^5$.

$\therefore 2^8 \times 2^{10} \times 3^{10} > 3^5 \times 2^{10} \times 3^{10}$.

$\therefore 2^{18} \times 3^{10} > 2^{10} \times 3^{15}$.



1. 若 $2^a = 3, 2^b = 6, 2^c = 12$, 求 a, b, c 之间应满足的关系式.

2. 把 a^3 ($a > 0$) 按下列要求进行操作:若指数为奇数,则乘以 a ;若指数为偶数,则把它的指数除以 2,如此继续下去,则第几次操作时 a 的指数为 4? 第 10 次操作时 a 的指数是多少? 你有什么发现?



课堂讲解

● 知识点1 幂的乘方的意义及运算法则

1. 意义: 幂的乘方是指几个相同的幂相乘, 如 $(a^2)^3$ 是三个 a^2 相乘, 读作 a 的五次幂的三次方, $(a^m)^n$ 是 n 个 a^m 相乘, 读作 a 的 m 次幂的 n 次方, 即

$$(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2 = a^{2+2+2} = a^{2 \times 3};$$

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{n \text{ 个 } a^m} = a^{\underbrace{m+m+\dots+m}_{n \text{ 个 } m}} = a^{mn}.$$

2. 法则: 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘, 即 $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数)

● 知识点2 积的乘方的意义及运算法则

1. 意义: 积的乘方是指底数是乘积形式的乘方, 如 $(ab)^3, (ab)^n$ 等.

$$\begin{aligned} (ab)^3 &= (ab) \cdot (ab) \cdot (ab) \quad (\text{积的乘方的意义}) \\ &= (a \cdot a \cdot a) \cdot (b \cdot b \cdot b) \quad (\text{乘法交换律结合律}) \\ &= a^3 b^3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ab)^n &= \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdot \dots \cdot (ab)}_{n \text{ 个 } (ab)} = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ 个 } a} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \dots \cdot b)}_{n \text{ 个 } b} \\ &= a^n b^n. \end{aligned}$$

2. 法则: 积的乘方, 等于把积的每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘, 即 $(ab)^n = a^n b^n$ (n 为正整数).

● 知识点3 幂的三条性质的综合应用

含有同底数幂的乘法、幂的乘方和积的乘方的混合计算, 在计算时, 先要确定计算顺序, 再根据顺序确定相关的运算法则, 然后依据法则逐步运算. 运算顺序一般是先算积的乘方, 再算幂的乘方, 再算同底数幂相乘, 最后合并同类项.



课后练习

一、选择题

- a^{13} 不可以写成 ()
A. $a^3 \cdot a^4 \cdot a^5 \cdot a^6$ B. $(a^7)^7$
C. $a^5 \cdot (a^3)^3$ D. $(-a)(-a)^2(-a)^3(-a)^8$
- 下列各式中, 计算正确的是 ()
A. $(a^5)^3 = a^{17}$ B. $(-3xy)^3 = -9x^3y^3$
C. $[(c^2)^2]^2 = c^6$ D. $-(-d^2)^3 = -d^6$
- 计算 $(-x^5)^2 + (-x^2)^5$, 以下正确的是 ()
A. $-2x^{12}$ B. $-2x^{35}$
C. $-2x^{10}$ D. 0
- 下列各式计算中, 错误的是 ()

- $[(x-y)^2]^4 = (x-y)^8$
- $[(x-y)^3]^5 = (x-y)^{25}$
- $[(x-y)^m]^n = (x-y)^{mn}$
- $[(x-y)^{m+1}]^4 = (x-y)^{4m+4}$

5. 下列命题中, 正确的个数是 ()

- m 为正奇数时, 一定有等式 $(-4)^m = -4^m$ 成立;
- 等式 $(-2)^m = 2^m$, 无论 m 为何值时都不成立;
- 三个等式: $(-a^2)^3 = a^6$, $(-a^3)^2 = a^6$, $[-(-a)^2]^3 = a^6$ 都不成立;
- 两个等式: $(-2x^3y^4)^m = -2^m x^{3m} y^{4m}$, $(-2x^3y^4)^n = 2^n x^{3n} y^{4n}$ 都不一定成立.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题

- $(2x)^2 \cdot x^3 =$; $-5p \cdot (-10p^3)^2 =$;
 $(-3^2 \cdot ab)^3 =$.
- 若 $(a^3)^n = (a^n)^3$ (n, y 是自然数), 则 $y =$.
- $(-2a^4)^4 + a^3 \cdot a^4 =$.
- 若 $x^2 = -8a^6b^9$, 则 $x =$.
- 已知 $b = -1$, 那么 $[(-2)^3b^2]^2 \cdot (-b)^3 \cdot b^2 =$.

11. 计算下列各题

$$(1) (3 \times 10^2)^4 \times (-10^3)^4;$$

$$(2) 2(x^3)^2 \cdot x^3 - (4x^3)^3 \div (-3x)^4 \cdot x^3;$$

$$(3) (-2a)^5 - (-3a^2)^3 - (-2a^3)^2 + (4a)^3 \cdot (-a)^2;$$

$$(4) [(x^2+1)^m]^2 \cdot [(x^2+1)^2]^{m+1};$$

$$(5)(-a^2b)^3 - (a^3)^2 \cdot b^3 + (-a^4)(ab)^2 \cdot (-2b);$$

$$(6)(-xy)^3 \cdot (-x^2y^4z)^2 + y^2 \cdot (-xy^2z)^2 \\ \cdot (-xy)^5.$$



二级讲练·综合运用



课堂讲解

【例1】(1)已知 $10^a = 5$, $10^b = 6$, 求 10^{2a+3b} 的值;

(2)计算:

$$(-0.125)^{15} \cdot (2^{15})^3 + (\frac{5}{13})^{2005} \cdot (-2\frac{3}{5})^{2005}.$$

名师导引:(1)由于 $10^a = 5$, $10^b = 6$, 我们不便将 a, b 的值分别求出, 但从问题 10^{2a+3b} 入手, 不难发现, $10^{2a+3b} = (10^a)^2 \cdot (10^b)^3$, 利用整体代入, 可将问题解决;

(2)此题若按有理数的运算顺序计算, 则计算比较繁杂, 可逆用积的乘方的法则, 使计算简便.

$$\text{解答: (1)} 10^{2a+3b} = 10^{2a} \cdot 10^{3b} = (10^a)^2 \cdot (10^b)^3 \\ = 5^2 \times 6^3 = 25 \times 216 = 5400;$$

$$(2) (-0.125)^{15} \cdot (2^{15})^3 + (\frac{5}{13})^{2005} \cdot (-2\frac{3}{5})^{2005} \\ = (-\frac{1}{8})^{15} \cdot (2^3)^{15} + \frac{5}{13} \times (\frac{5}{13})^{2005} \times (-\frac{13}{5})^{2005} \\ = (-\frac{1}{8} \times 8)^{15} + \frac{5}{13} \times [\frac{5}{13} \times (-\frac{13}{5})]^{2005} \\ = (-1)^{15} + \frac{5}{13} \times (-1)^{2005} \\ = -1 - \frac{5}{13} = -\frac{18}{13}.$$

生活数学 利用幂的运算法则求棱长

【例2】黄冈市环保局将一个长为 2×10^3 分米, 宽为 4×10^2 分米, 高为 8×10 分米的长方体废水池中的废水注入正方体贮水池净化, 那么请你考虑一下, 能否恰好有一个正方体贮水池将这些废水刚好装满? 若有, 求出该正方体贮水池的棱长, 若没有, 请说明理由.

名师导引: 先运用同底数的幂的乘法计算出这些废水的体积, 再逆用积的乘方法则看计算结果能否化成一个数的立方即可.

$$\text{解答: } \because \text{这些废水的体积} = \text{长方体的体积} = (2 \times 10^3) \\ \times (4 \times 10^2) \times (8 \times 10) = 64 \times 10^6 = (4 \times 10^2)^3 (\text{立方分米}).$$

结果能化成一个数的立方, $\therefore$ 这个正方体的棱长为 4×10^2 分米.



1. 用简便方法计算:

$$(1)(-2006)^{2006} \times (-\frac{1}{2006})^{2005};$$

$$(2)(-2\frac{1}{2})^5 \cdot (0.25)^5 \cdot (\frac{2}{5})^5 \cdot (-4)^5;$$

$$(3)(-1001)^7 \times (-0.125)^6 \times (-\frac{2}{7})^7 \times (-\frac{4}{13})^7 \\ \times (-\frac{1}{11})^7.$$

2. 已知 $2^{2x+1} + 4^x = 48$, 求 x 的值.

3. 已知 $a=5$, $b=-\frac{1}{5}$, n 为自然数, 你能求出 $a^{2n+2} \cdot b^{2n} \cdot b^6$ 的值吗?

4. 小亮与小军是同班同学, 他们在课外活动时做了一个游戏, 事先他们准备了以下4个数的卡片: $(\frac{1}{3})^{30}$, 3^{30} ,