财会数学

蔡 芷 编著

（修订本）

立信财经丛书

立信会计出版社

财会数学

（修订本）

蔡　芷　编著

立信会计出版社

图书在版编目(CIP)数据

财会数学/蔡芷编著. —修订版. —上海:立信会计出版社,1993.8(1999.8 重印)

ISBN 7-5429-0136-2

Ⅰ.财...　Ⅱ.蔡...　Ⅲ.经济数学　Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 36249 号

出版发行　立信会计出版社
经　　销　各地新华书店
电　　话　(021)64695050×215
　　　　　(021)64391885(传真)
　　　　　(021)64388409
网上书店　*www.Lixinbook.com*
　　　　　(021)64388132
地　　址　上海市中山西路 2230 号
邮　　编　200235
网　　址　*www.lixinaph.com*
E-mail　*lxaph@sh163.net*
E-mail　*lxzbs@sh163.net*(总编室)

印　　刷　上海申松立信印刷厂
开　　本　850×1168 毫米　1/32
印　　张　15.25
插　　页　2
字　　数　375 千字
印　　次　2006 年 1 月第 16 次
印　　数　193 001-196 000
书　　号　ISBN 7-5429-0136-2/F·0132
定　　价　16.50 元

如有印订差错　请与本社联系

修 订 说 明

《财会数学》初版于1982年，主要作为教学用书。十年来多次重印，今根据教学的使用情况和读者的宝贵意见，进行了修订。

修订后的《财会数学》分作二篇。第一篇为初等代数，其中除包括中学代数基本内容共十一章外，还编有财会专业内容：利息、年金、投资决策等三章；第二篇为线性代数，除包括高校教材：行列式、矩阵、线性方程组等三章基本内容外，还编有经济数学内容：投入产出分析。教学上可根据具体情况选择内容。

修订本仍保持初版本的编写体系，以数学知识为经，以专业应用为纬。各章次在阐述数学的基本概念、基本方法之后，再举述有关的应用例题。每章末附有习题。

对于本书的缺点和错误，编者恳切希望得到读者的批评和指正。

编　　者

1993年8月

立信版部分书目

中国经济地理(第四版)	胡　欣	31.00 元
财经应用文写作教程	文天谷	19.00 元
常用经济应用文写作教程	盛明华	23.40 元
财会职业道德(修订本)	金家富	13.20 元
大学语文	许有强等	19.00 元
立信英汉财会大词典(精装)	陈今池	66.00 元
立信英汉财会简明词典(64 开)	孙庆元	8.50 元
立信英汉国际经济、贸易、金融词典(精)	胡式如	88.00 元
英汉-汉英会计审计词典(精)	程超凡	83.00 元
会计名词用语词典汉日英(精)	孙铁斋	59.00 元
英汉汉英银行外汇业务词汇表	楼海燕	9.50 元
会计辞典(精装)(第二版)	俞文青	65.00 元
生产力经济学辞典(新编)(精装)	张志诚	55.00 元
世界法学名人词典(精装)	唐荣智	81.00 元

立信版部分书目

财会数学	蔡　芷	16.50 元
珠算(第二版)	李海波 蒋瑛等	13.80 元
现代珠算教材	陈宝定	12.00 元
珠算教程	姚克贤等	6.00 元
珠算习题集(第二版)(16 开)	杨国瑞等	23.00 元
线性代数	赵斯泓	8.50 元
财经计算机应用基础(16 开)	沈海华等	18.80 元
银行计算机应用(16 开)	沈海华等	22.80 元
现代实用统计与计算机应用	骆克任	16.00 元
微积分	编写组	21.60 元
微积分学习辅导	朱弘毅	17.40 元
线性代数	编写组	10.80 元
线性代数学习辅导	朱弘毅	8.40 元
概率论与数理统计	编写组	13.40 元
概率论与数理统计学习辅导	朱弘毅	11.40 元
Access2000 教程(16 开)	余扬岳	22.40 元
Visual BASIC 6.0 教程	余扬岳	20.00 元

目　　录

第一篇　初等代数

初等代数是初等数学中的基本部分，也是学习数学所应掌握的基础知识，它的内容较为丰富，应用比较广泛。本篇选取一些主要内容，一方面作为复习，一方面介绍一些应用。

第一章　和　式

数学计算中最简单的计算是加法。当有若干个数字相加时，通常采用求和记号“Σ”(希腊字母)表示。它可以使数学的表达形式简洁，有时还可以使运算方法便捷。所以在经济分析中，常使用和式记号。本书有关章节也使用记号“Σ”表示求和。

第一节　和式的概念

有 n 个数：$a_1, a_2, \cdots, a_n$，它们之和

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

可记作

$$\sum_{i=1}^{n} a_i$$

并把它叫做和式。这个和式由三项要素构成：

一、加数 a_i

表示求和中的各个加数，右下角的 i 叫做 a 的足标。

二、加数的起讫范围 $i=1, \cdots, n$

表示加数 a_i 的足标 i 是从下标 1 开始，按自然数顺序 1，2，…，直至上标 n 为止，即从 a_1 起至 a_n 止。足标 i 也可以改用其他字母，如 $j,k,\cdots$，等等。

三、求和记号 Σ

表示对加数 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 求和的数学符号。

第二节　写成和式

例 1　把 4＋5＋6＋7＋8＋9 写成和式。

解　各个加数是按自然数顺序从 4～9，所以记作

$$4+5+6+7+8+9=\sum_{i=4}^{9} i$$

各个加数也可看作

$$4+0,\quad 4+1,\quad \cdots,\quad 4+5,$$
$$3+1,\quad 3+2,\quad \cdots,\quad 3+6,$$

所以，也可写成

$$\sum_{i=0}^{5}(4+i) \quad 或 \quad \sum_{i=1}^{6}(3+i)$$

足标 i，表示变量序号，亦称标号变量，一般是非负整数，可以从零开始，也可以从其他自然数开始。

例 2　把自然数中 100 以内的奇数之和，写成和式。

解　加数 1，3，5，…，99，可以看作：

$$2\times0+1,\quad 2\times1+1,\quad 2\times2+1,\quad \cdots,\quad 2\times49+1,$$

或看作

$$2\times1-1,\quad 2\times2-1,\quad 2\times3-1,\quad \cdots,\quad 2\times50-1,$$

所以

$$1+3+5+\cdots+99=\sum_{i=0}^{49}(2i+1)$$

或

$$1+3+5+\cdots+99=\sum_{i=1}^{50}(2i-1)$$

例 3　把 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}$ 写成和式。

解　各个加数的分母可看作：

$$2^1,2^2,2^3,\cdots,2^7,$$

所以

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}\\&=\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^7}\\&=\sum_{i=1}^{7}\frac{1}{2^i}\end{aligned}$$

从以上三例可知，每个和式的项数都等于它的上标数与下标数之差再加1。

例1的项数是：$9-4+1=6$　（项）

例2的项数是：$49-0+1=50$　（项）

例3的项数是：$7-1+1=7$　（项）

第三节　展开和式

和式的展开是将标号变量按自然数顺序，从下标到上标逐个代入，写成加法形式，必要时，求出和式的数值。

例1　把$\sum\limits_{i=1}^{10}(i+b)$展开（$b$是常量）。

解　和式中i是标号变量，b是常量。所以，按自然数顺序从下标1至上标10，逐个代入标号变量i，即

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{10}(i+b)&=(1+b)+(2+b)+\cdots+(10+b)\\&=(1+2+\cdots+10)+10b\\&=55+10b\end{aligned}$$

例2　把$\sum\limits_{n=1}^{5}\frac{2^n}{n}$展开，并求值。

解　标号变量是n，用自然数1～5逐个代入，所以

$$\sum_{n=1}^{5}\frac{2^n}{n}=\frac{2^1}{1}+\frac{2^2}{2}+\frac{2^3}{3}+\frac{2^4}{4}+\frac{2^5}{5}$$

$$=2+2+\frac{8}{3}+4+\frac{32}{5}=17\frac{1}{15}$$

第四节　双重和式

一、双重和式的写法

例 1　把下表中 a_{ij}20 个数之和，写成和式。

$$\begin{array}{ccccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{array}$$

解　上表有四行、五列，表中元素 a_{ij}(即和式中的加数)，有两个足标。第一个足标 i 表示元素在表中的行次；第二个足标 j 表示元素在表中的列次。例如，a_{34}表示位于第三行、第四列的元素。

现在，先求各行之和。第一行元素的足标 i 都等于 1，足标 j 从 1～5。所以，第一行之和：

$$a_{11}+a_{12}+a_{13}+a_{14}+a_{15}=\sum_{j=1}^{5}a_{1j}$$

同理，第二、第三、第四行之和，分别为：

$$\sum_{j=1}^{5}a_{2j},\quad \sum_{j=1}^{5}a_{3j},\quad \sum_{j=1}^{5}a_{4j}$$

这四行之和：

$$\sum_{j=1}^{5}a_{1j}+\sum_{j=1}^{5}a_{2j}+\sum_{j=1}^{5}a_{3j}+\sum_{j=1}^{5}a_{4j}$$

就是上表 20 个数之和。

接着，把这个加法算式中每一项($\sum_{j=1}^{5}a_{ij}$) 看作一个元素，这四个元素的差别在于第一个足标 i 的取值不同($i=1,2,3,4$)，是有

序的变化，按照写成和式的方法，

$$\sum_{j=1}^{5}a_{1j}+\sum_{j=1}^{5}a_{2j}+\sum_{j=1}^{5}a_{3j}+\sum_{j=1}^{5}a_{4j}$$
$$=\sum_{i=1}^{4}\left(\sum_{j=1}^{5}a_{ij}\right)=\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{5}a_{ij}$$

这种两个求和记号“$\sum\sum$”连写的和式，就叫做双重和式。它就是上表中 20 个 a_{ij}之和。

二、双重和式的展开

例 2 把双重和式$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}x_{ij}$展开。

解 先按双重和式中任何一个和式记号下端的标号变量进行展开，然后，再对另一个和式记号的标号变量继续展开。即

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}x_{ij}=\sum_{j=1}^{2}x_{1j}+\sum_{j=1}^{2}x_{2j}+\sum_{j=1}^{2}x_{3j}$$
$$=x_{11}+x_{12}+x_{21}+x_{22}+x_{31}+x_{32}$$

或

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}x_{ij}=\sum_{i=1}^{3}x_{i1}+\sum_{i=1}^{3}x_{i2}$$
$$=x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{12}+x_{22}+x_{32}$$

第五节　和式的性质

性质一 $\sum_{i=1}^{n}(a_i+b_i)=\sum_{i=1}^{n}a_i+\sum_{i=1}^{n}b_i$

证 $\sum_{i=1}^{n}(a_i+b_i)=(a_1+b_1)+(a_2+b_2)+\cdots+(a_n+b_n)$

$$=(a_1+a_2+\cdots+a_n)=(b_1+b_2+\cdots+b_n)$$
$$=\sum_{i=1}^{n}a_i+\sum_{i=1}^{n}b_i$$

性质一说明两个变量之和的和式，等于两个变量的和式之和。

性质二 $\sum_{i=1}^{n}(a_i+c)=\sum_{i=1}^{n}a_i+nc$ （c 是常数）

证 $\sum_{i=1}^{n}(a_i+c)=(a_1+c)+(a_2+c)+\cdots+(a_n+c)$

$$=(a_1+a_2+\cdots+a_n)+nc$$