

经全国中小学教材审定委员会

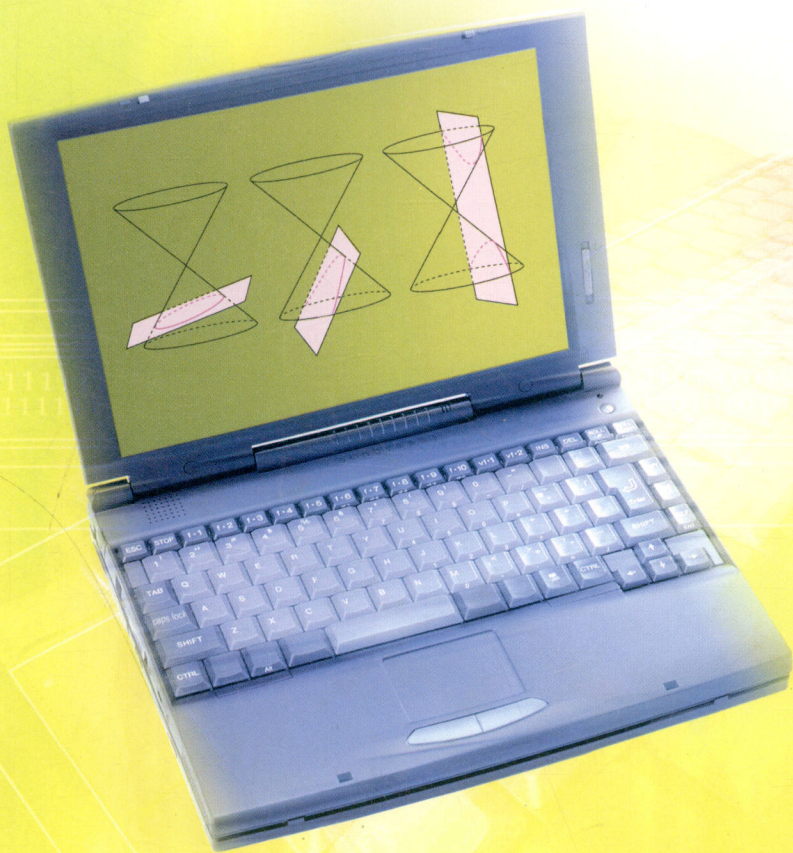
2005年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

# 数学

选修 1-1

人民教育出版社 课程教材研究所 编著  
中学数学课程教材研究开发中心



人民教育出版社  
**A**版



普通高中课程标准实验教科书

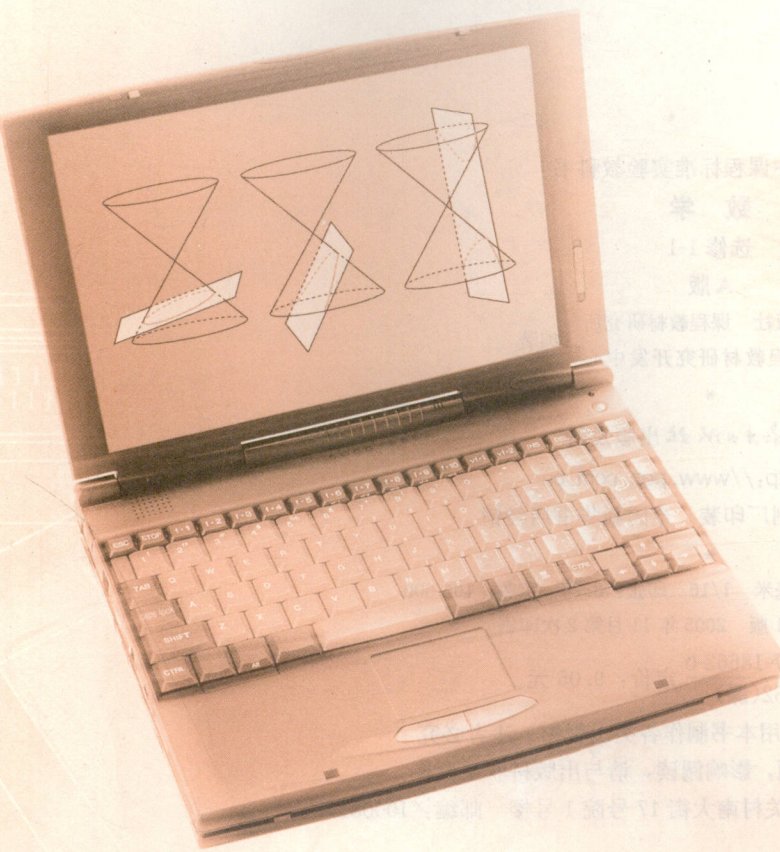
# 数 学

选修 1-1

人民教育出版社 课程教材研究所 编著  
中学数学课程教材研究开发中心

编著

人民教育出版社 课程教材研究所  
中学数学课程教材研究开发中心



人民教育出版社

A 版

普通高中课程标准实验教科书

# 学 楼

课程 国家课程选修 出版发行 人民教育出版社  
中学数学课程教材研究开发中心

普通高中课程标准实验教科书

数 学

选修 1-1

A 版

人民教育出版社 课程教材研究所  
中学数学课程教材研究开发中心 编著

\*

人民教育出版社出版发行

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京天宇星印刷厂印装 全国新华书店经销

\*

开本: 890 毫米×1 240 毫米 1/16 印张: 8.25 字数: 166 000

2005 年 6 月第 1 版 2005 年 11 月第 2 次印刷

ISBN 7-107-18662-0  
G·11752(课) 定价: 9.05 元

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究  
如发现印、装质量问题,影响阅读,请与出版科联系调换。

(联系地址: 北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)



## 本册导引

主 编：刘绍学

副 主 编：钱珮玲 章建跃

本册主编：章建跃

主要编者：俞求是 郭玉峰 胡永建 陶维林 章建跃 钱珮玲 张劲松 王 嵘

责任编辑：王 嵘

美术编辑：王俊宏 张傲冰 王 艾

封面设计：吴 敬



## 本 册 导 引

我们根据《普通高中数学课程标准（实验）》编写了这套实验教科书。本书是高中数学选修课程系列1中的选修1-1，包括“常用逻辑用语”“圆锥曲线与方程”“导数及其应用”三章内容。

正确地使用常用逻辑用语是现代公民应具备的基本素质。无论是进行思考、交流还是从事各项工作，都需要正确地运用逻辑用语表达自己的思想。同学们将在义务教育阶段的基础上，学习常用逻辑用语，体会逻辑用语在表述和论证中的作用，利用这些逻辑用语准确地表达数学内容，从而更好地进行交流。

在必修阶段学习平面解析几何初步的基础上，同学们将学习圆锥曲线与方程，了解圆锥曲线与二次方程的关系，掌握圆锥曲线的基本性质，感受圆锥曲线在刻画现实世界和解决实际问题中的作用，进一步感受数形结合的基本思想。

导数是微积分的核心概念之一，在数学、其他科学以及生产实践中都有着广泛的应用。在一系列问题的引导下，同学们将经历从平均变化率到瞬时变化率刻画现实问题的过程，从代数和几何两个方面理解导数的含义，体会导数的思想，并运用导数探索函数的单调、极值等性质及其在实际中的应用，感受导数在解决数学问题和实际问题中的作用。

学习始于疑问。在本书中，我们将通过适当的问题情境，引出需要学习的数学内容，然后在“观察”“思考”“探究”等活动中，引导同学们自己发现问题、提出问题，通过亲身实践、主动思维，经历不断的从具体到抽象、从特殊到一般的概括活动来理解和掌握数学基础知识，打下坚实的数学基础。

学而不思则罔。只有通过自己的独立思考，同时掌握科学的思维方法，才能真正学会数学。在本书中，我们将利用数学内容之间的内在联系，特别是蕴涵在数学知识中的数学思想方法，启发和引导同学们学习类比、推广、特殊化、化归等数学思考的常用逻辑方法，使同学们学会数学思考与推理，不断提高数学思维能力。

学习的目的在于应用。在本书中，我们将努力为同学们提供应用数学知识解决各种数学内外问题的机会，以使同学们加深对数学概念本质的理解，认识数学知识与实际的关系，学会用数学知识和方法解决实际问题。另外，我们还开辟了“观察与猜想”“阅读与思考”“探究与发现”“信息技术应用”等拓展性栏目，为同学们提供选学素材，有兴趣的



同学可以自主选择其中的一些内容进行探究.

祝愿同学们通过本册书的学习,不但学到更多的数学知识,而且在数学能力、用数学解决问题的能力等方面都有较大的提高,并培养起更高的数学学习兴趣,形成对数学更加全面的认识.



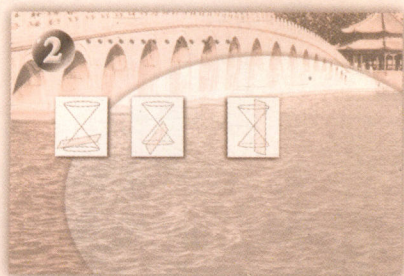
## 本书部分数学符号

$p \wedge q$	$p$ 且 $q$
$p \vee q$	$p$ 或 $q$
$\neg p$	$p$ 的否定; 非 $p$
$p \Rightarrow q$	若 $p$ 则 $q$
$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$ , 且 $q \Rightarrow p$ ; $p$ 等价于 $q$
$\forall x \in M \quad p(x)$	命题 $p(x)$ 对于每一个属于 $M$ 的 $x$ 为真
$\exists x \in M \quad p(x)$	存在 $M$ 中的元 $x$ 使 $p(x)$ 为真
$x \rightarrow a$	$x$ 趋于 $a$
$\Delta x$	$x$ 的增量
$f'(a)$	函数 $f$ 的导 (函) 数在 $a$ 的值



# 目录

<b>第一章 常用逻辑用语</b> .....	1
1.1 命题及其关系 .....	2
1.2 充分条件与必要条件 .....	11
1.3 简单的逻辑联结词 .....	16
阅读与思考 “且”“或”“非”与“交”“并”“补” .....	21
1.4 全称量词与存在量词 .....	23
小结 .....	30
复习参考题 .....	32
<b>第二章 圆锥曲线与方程</b> .....	35
2.1 椭圆 .....	36
探究与发现 为什么截口曲线是椭圆 .....	40



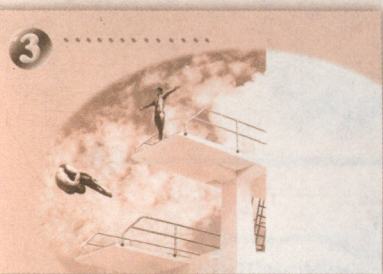


信息技术应用 用《几何画板》探究点的轨迹:

椭圆 .....	48
2.2 双曲线 .....	49
探究与发现 为什么 $y = \pm \frac{b}{a}x$ 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的渐近线 .....	59
2.3 抛物线 .....	61
阅读与思考 圆锥曲线的光学性质及其应用 .....	70
小结 .....	72
复习参考题 .....	74

### 第三章 导数及其应用 .....

3.1 变化率与导数 .....	78
3.2 导数的计算 .....	88
探究与发现 牛顿法——用导数方法求方程的近似 解 .....	94
3.3 导数在研究函数中的应用 .....	97
信息技术应用 图形技术与函数性质 .....	108
3.4 生活中的优化问题举例 .....	110
实习作业 走进微积分 .....	116
小结 .....	118
复习参考题 .....	120





# 第一章

# 常用逻辑用语

1.1

命题及其关系

1.2

充分条件与必要条件

1.3

简单的逻辑联结词

1.4

全称量词与存在量词



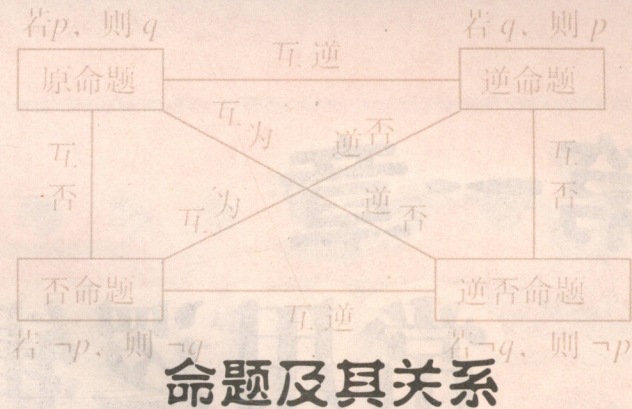
在我们日常交往、学习和工作中，逻辑用语是必不可少的工具。正确使用逻辑用语是现代公民应具备的基本素质。

数学是一门逻辑性很强的学科，表述数学概念和结论、进行推理和论证都要使用逻辑用语。学习一些常用逻辑用语，可以使我们正确理解数学概念、合理论证数学结论、准确表达数学内容。

本章中，我们将学习命题及四种命题之间的关系、充分条件与必要条件、简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词等一些基本知识。通过学习和使用常用逻辑用语，掌握常用逻辑用语的用法，纠正出现的逻辑错误，体会运用常用逻辑用语表述数学内容的准确性、简洁性。



# 1.1



## 1.1.1 命题



下列语句的表述形式有什么特点？你能判断它们的真假吗？

- (1) 若直线  $a \parallel b$ ，则直线  $a$  和直线  $b$  无公共点；
- (2)  $2+4=7$ ；
- (3) 垂直于同一条直线的两个平面平行；
- (4) 若  $x^2=1$ ，则  $x=1$ ；
- (5) 两个全等三角形的面积相等；
- (6) 3 能被 2 整除。

对于含变量的命题，如上述“思考”中的(4)，若变量的取值范围为  $\mathbf{R}$ ，则可省略不写。后面，我们会专门研究含变量的命题。

可以看到，这些语句都是陈述句，并且可以判断真假。其中语句(1)(3)(5)判断为真，语句(2)(4)(6)判断为假。

一般地，我们把用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫做**命题** (proposition)。其中判断为真的语句叫做**真命题** (true proposition)，判断为假的语句叫做**假命题** (false proposition)。

所以，在上面的语句中，(1)(3)(5)是真命题，(2)(4)(6)是假命题。

**例 1** 判断下列语句中哪些是命题？是真命题还是假命题？



- (1) 空集是任何集合的子集;
- (2) 若整数  $a$  是素数, 则  $a$  是奇数;
- (3) 指数函数是增函数吗?
- (4) 若平面上两条直线不相交, 则这两条直线平行;
- (5)  $\sqrt{(-2)^2} = -2$ ;
- (6)  $x > 15$ .

**分析:** 判断一个语句是不是命题, 就是要看它是否符合“是陈述句”和“可以判断真假”这两个条件.

**解:** 上面 6 个语句中, (3) 不是陈述句, 所以它不是命题; (6) 虽然是陈述句, 但因为无法判断它的真假, 所以它也不是命题; 其余 4 个都是陈述句, 而且都可以判断真假, 所以它们都是命题, 其中 (1)(4) 是真命题, (2)(5) 是假命题.

容易看出, 例 1 中的命题 (2)(4) 具有

“若  $p$ , 则  $q$ ”

的形式. 在数学中, 这种形式的命题是常见的.

通常, 我们把这种形式的命题中的  $p$  叫做命题的**条件**,  $q$  叫做命题的**结论**.

**例 2** 指出下列命题中的条件  $p$  和结论  $q$ :

- (1) 若整数  $a$  能被 2 整除, 则  $a$  是偶数;
- (2) 若四边形是菱形, 则它的对角线互相垂直且平分.

**解:** (1) 条件  $p$ : 整数  $a$  能被 2 整除, 结论  $q$ : 整数  $a$  是偶数.

(2) 条件  $p$ : 四边形是菱形, 结论  $q$ : 四边形的对角线互相垂直且平分.

数学中有一些命题虽然表面上不是“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 例如“垂直于同一条直线的两个平面平行”, 但是把它表述作适当改变, 就可以写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式:

若两个平面垂直于同一条直线, 则这两个平面平行. 这样, 它的条件和结论就很清楚了.

这种形式的命题也可写成“如果  $p$ , 那么  $q$ ”, “只要  $p$ , 就有  $q$ ”等形式.



**例 3** 将下列命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并判断真假:

- (1) 面积相等的两个三角形全等;
- (2) 负数的立方是负数;
- (3) 对顶角相等.

**解:** (1) 若两个三角形的面积相等, 则这两个三角形全等.

它是假命题.

(2) 若一个数是负数, 则这个数的立方是负数.

它是真命题.

(3) 若两个角是对顶角, 则这两个角相等.

它是真命题.

## 练习

1. 举出一些命题的例子, 并判断它们的真假.
2. 判断下列命题的真假:
  - (1) 能被 6 整除的整数一定能被 3 整除;
  - (2) 若一个四边形的四条边相等, 则这个四边形是正方形;
  - (3) 二次函数的图象是一条抛物线;
  - (4) 两个内角等于  $45^\circ$  的三角形是等腰直角三角形.
3. 把下列命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并判断它们的真假:
  - (1) 等腰三角形两腰的中线相等;
  - (2) 偶函数的图象关于  $y$  轴对称;
  - (3) 垂直于同一个平面的两个平面平行.



## 1.1.2 四种命题

思考?

下列四个命题中，命题 (1) 与命题 (2)(3)(4) 的条件和结论之间分别有什么关系？

- (1) 若  $f(x)$  是正弦函数，则  $f(x)$  是周期函数；
- (2) 若  $f(x)$  是周期函数，则  $f(x)$  是正弦函数；
- (3) 若  $f(x)$  不是正弦函数，则  $f(x)$  不是周期函数；
- (4) 若  $f(x)$  不是周期函数，则  $f(x)$  不是正弦函数。

可以看到，命题 (1) 的条件是命题 (2) 的结论，且命题 (1) 的结论是命题 (2) 的条件，即它们的条件和结论互换了。

一般地，对于两个命题，如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件，那么我们把这样的两个命题叫做**互逆命题**。其中一个命题叫做**原命题** (original proposition)，另一个叫做原命题的**逆命题** (inverse proposition)。也就是说，如果原命题为

“若  $p$ ，则  $q$ ”，

那么它的逆命题为

“若  $q$ ，则  $p$ ”。

这样一来，将一个已知命题的条件和结论互换，就可以得到一个新的命题，它是已知命题的逆命题。

例如，将命题“同位角相等，两直线平行”的条件和结论互换，就得到它的逆命题“两直线平行，同位角相等”。

探究

1. 举出一些互逆命题的例子，并判断原命题与逆命题的真假。
2. 如果原命题是真命题，那么它的逆命题一定是真命题吗？



为书写简便，我们常常把条件  $p$  的否定和结论  $q$  的否定，分别记作“ $\neg p$ ”和“ $\neg q$ ”，读作“非  $p$ ”和“非  $q$ ”。

对于命题 (1)(3)，其中一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的条件的否定和结论的否定，我们把这样的两个命题叫做**互否命题**。如果把其中的一个命题叫做**原命题**，那么另一个叫做原命题的**否命题** (negative proposition)。也就是说，如果原命题为

“若  $p$ ，则  $q$ ”，

那么它的否命题为

“若  $\neg p$ ，则  $\neg q$ ”。

例如，如果原命题是“同位角相等，两直线平行”，那么它的否命题是“同位角不相等，两直线不平行”。

又如，如果原命题是“若整数  $a$  不能被 2 整除，则  $a$  是奇数”，那么它的否命题是“若整数  $a$  能被 2 整除，则  $a$  是偶数”。

### 探究

1. 举出一些互否命题的例子，并判断原命题与否命题的真假。
2. 如果原命题是真命题，那么它的否命题一定是真命题吗？

对于命题 (1)(4)，其中一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的结论的否定和条件的否定，我们把这样的两个命题叫做**互为逆否命题**。如果把其中的一个命题叫做**原命题**，那么另一个叫做原命题的**逆否命题** (inverse and negative proposition)。也就是说，如果原命题为

“若  $p$ ，则  $q$ ”，

那么它的逆否命题为

“若  $\neg q$ ，则  $\neg p$ ”。

例如，如果原命题是“同位角相等，两直线平行”，那么它的逆否命题是“两直线不平行，同位角不相等”。

### 探究

1. 举出一些互为逆否命题的例子，并判断原命题与逆否命题的真假。
2. 如果原命题是真命题，那么它的逆否命题一定是真命题吗？



下面我们将上述四种情况概括一下.

设 命题 (1) “若  $p$ , 则  $q$ ” 是原命题, 那么  
 命题 (2) “若  $q$ , 则  $p$ ” 是原命题的逆命题;  
 命题 (3) “若  $\neg p$ , 则  $\neg q$ ” 是原命题的否命题;  
 命题 (4) “若  $\neg q$ , 则  $\neg p$ ” 是原命题的逆否命题.

## 练习

写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题, 并判断它们的真假:

- (1) 若一个整数的末位数字是 0, 则这个整数能被 5 整除;
- (2) 若一个三角形的两条边相等, 则这个三角形的两个角相等;
- (3) 奇函数的图象关于原点中心对称.

### 1.1.3 四种命题的相互关系



观察下面四个命题:

- (1) 若  $f(x)$  是正弦函数, 则  $f(x)$  是周期函数;
- (2) 若  $f(x)$  是周期函数, 则  $f(x)$  是正弦函数;
- (3) 若  $f(x)$  不是正弦函数, 则  $f(x)$  不是周期函数;
- (4) 若  $f(x)$  不是周期函数, 则  $f(x)$  不是正弦函数.

我们已经知道命题 (1) 与命题 (2)(3)(4) 之间的关系. 你能说出其中任意两个命题之间的相互关系吗?

我们发现, 命题 (2)(3) 是互为逆否命题, 命题 (2)(4) 是互否命题, 命题 (3)(4) 是互逆命题.

一般地, 原命题、逆命题、否命题与逆否命题这四种命题之间的相互关系, 如图 1.1-1 所示.



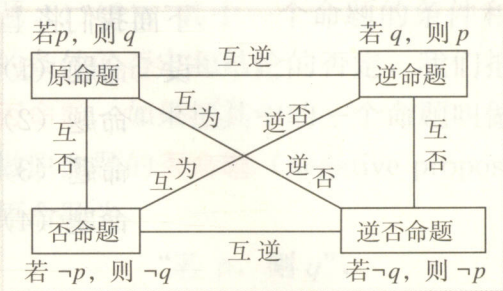


图 1.1-1

上面考察了四种命题之间的相互关系. 那么, 它们的真假性是否也有一定的相互关系呢?

以“思考”中的命题(1)~(4)为例, 并设命题(1)是原命题. 容易判断, 原命题(1)是真命题, 它的逆命题(2)是假命题, 它的否命题(3)也是假命题, 而它的逆否命题(4)是真命题.



- 以“若  $x^2 - 3x + 2 = 0$ , 则  $x = 2$ ”为原命题, 写出它的逆命题、否命题与逆否命题, 并判断这些命题的真假.
- 分析其他的一些命题, 你能从中发现四种命题的真假性间有什么规律吗?

一般地, 四种命题的真假性, 有而且仅有下面四种情况:

原命题	逆命题	否命题	逆否命题
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	真	假
假	假	假	假

由于逆命题和否命题也是互为逆否命题, 因此四种命题的真假性之间的关系如下:

- 两个命题互为逆否命题, 它们有相同的真假性;
- 两个命题为互逆命题或互否命题, 它们的真假性没有关系.

由于原命题和它的逆否命题有相同的真假性, 所以在直接证明某一个命题为真命题有困难时, 可以通过证明它的逆否命题为真命题, 来间接地证明原命题为真命题.