



高等数学

(下册)

李 颖 贾丽明 王 敏 编

© 东北大学出版社 2005

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学(下册) / 李颖, 贾丽明, 王敏编 .— 沈阳 : 东北大学出版社,
2005.2 (2006.2 重印)

21 世纪新理念高职高专规划教材

ISBN 7-81102-036-X

I. 高… II. ①李… ②贾… ③王… III. 高等数学—高等学校：技术学校—教材 IV.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 005854 号

出版者：东北大学出版社

地址：沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号

邮编：110004

电话：024—83687331 (市场部) 83680267 (社务室)

传真：024—83680180 (市场部) 83680265 (社务室)

E-mail: neuph @ neupress.com

<http://www.neupress.com>

印刷者：沈阳农业大学印刷厂

发行者：新华书店总店北京发行所

幅面尺寸：170mm×228mm

印 张：22.625

字 数：470 千字

出版时间：2005 年 2 月第 1 版

印刷时间：2006 年 2 月第 2 次印刷

责任编辑：张德喜 责任校对：王 学

封面设计：唐敏智 责任出版：杨华宁

定 价：29.00 元

中国高等职业技术教育研究会东北分会 教材建设指导委员会

主任：才庆魁 赵亚平

常务副主任：杨化仁 张建中

副主任：（以姓氏笔画为序）

王 敏	王凤君	王树文	白铁钧
由业诚	刘永生	刘海疆	孙万祯
邢天才	杜 友	杨 军	张金学
周立鑫	周铁民	林韧卒	范利敏
郝长中	徐晓平	阎卫东	耿国林
温景文	蔡学璞		

委员：（以姓氏笔画为序）

于广建	王文焯	王建中	龙凤翔
乔冠芳	仲跻明	刘志军	刘瑞英
刘锡奇	朴正一	杨 光	吴 献
陈锡德	李长智	佟宝山	张宝忠
张爱邦	郑志英	徐惠敏	贾卫华
高大彬	崔玉敏	常 江	常家树
蔡百周			

总序

2003年12月19日至20日，全国人才工作会议在北京召开。中共中央总书记、国家主席胡锦涛在会议上发表的重要讲话中指出：“要进一步完善普通教育、职业教育、成人教育和高等教育相衔接的教育体系，完善继续教育和培养制度，建立健全人才培养机制。”

1999年，江泽民同志在第三次全国教育工作会议上强调指出：“努力办好各级各类职业技术教育，是一篇大文章。”“各地各部门要狠狠抓它十年、二十年，必会大见成效。”

1993年，国务院发布了《中国教育改革和发展纲要》，把职业教育确定为我国教育制度的重要组成部分，并对职业教育的改革和发展提出了明确的要求。

20世纪80年代，时任国务院副总理的李鹏同志在分管教育工作时，把我国的教育分为“四大块”：一是基础教育，二是高等教育，三是职业教育，四是成人教育。他把职业教育摆在了十分重要的位置。

党中央、国务院高度重视职业教育的发展。从1993年中共中央、国务院发布《中国教育改革和发展纲要》，到1996年《中华人民共和

国职业教育法》的颁布和实施，再到2002年《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》出台，十多年来，党中央、国务院制定了一系列推动职业教育发展的重大方针政策。现在，职业教育体系框架业已基本形成，多层次、多渠道、多种类的职业教育网络也初具规模。各级各类职业学校为社会主义现代化建设事业培养了3500万余名高素质劳动者和实用人才，涉及到面向第一产业、第二产业和第三产业的各类专业，明显地改善了各行业人才队伍的结构，从整体上提高了各行业劳动者的文化素质和技术素质，对于促进我国经济和社会的发展、服务业质量的提高和扩大就业起了重大作用。

目前，影响高等职业教育培养目标的微观因素较多，但归结起来主要有两个方面：一是高等职业教育师资队伍的建设情况，二是适合本地区、本专业高职教育教学需要的教材建设情况。

就职业教育的师资而言，国家要求职业学校的教师应该既会理论教学，又具有实际操作技能，能进行实践教学。提出要建设一支“双师型”的职业教育师资队伍。具体

来说，就是：一是在职业学校专任教师中要有一部分教师既能教授理论，又能传授生产实践技能，具备“双师”素质；二是这支队伍中，应该有一批从企事业单位聘请来的工程技术人员和“能工巧匠”，由他们指导学生进行实际操作训练，形成一支“双师型”教师队伍。在教育部的高度重视和关心下，现在业已建成了 52 个全国重点建设职教师资培训基地和 6 个依托企业的职教师资技能培训示范单位，各地区也相应建立了一批省级师资培训基地，初步形成了以全国重点基地为骨干、省级基地为基础的职教师资培养和培训网络。这些师资培训基地所进行的大量有针对性的专门培训，在促进教师学历达标、学位提升和能力提高等方面发挥了重要作用，为 21 世纪我国职业教育的发展提供了有力的支持和保障。

当前，我国高等职业教育虽然有了长足的发展，但是，适合本地区、本专业高职教育教学需要的配套教材应该说还不够健全。当前一些地区普遍面临的高职毕业生就业难的问题，可以说与目前缺乏能够突出高职特色的教材有一定关系，培养能力型、创新型人才，教材的内容是十分重要的因素之一。我们可以把一部分课程作为突破口，通过科学的规划和组织，在一段时间内，逐步形成融专业课、专业基础课和公共课为一体的高职教育教材体系。教材内容的选取应贴近社会

需求，有利于学生能力的提高，为毕业生就业创造有利条件。

根据教育部《关于加强高职高专教育教材建设的若干意见》（教高司〔2000〕19 号）的精神，教材建设工作应当在继承原有教材成果、汲取高职高专院校培养高等技术应用性专门人才和教材建设成功经验的基础上，围绕《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》，突出高职高专教育教材的鲜明特色。我们此次推出的《21 世纪新理念高职高专规划教材》正是按照这一指导思想，在已出版的《高等职业技术教育系列教材》的基础上，结合东北地区高职高专院校特点和人才培养需求的具体情况，进行的一次具有重要意义的尝试。在这套规划教材开发过程中，从教材建设指导委员会到每位编著者，都认真考虑了高职教育的岗位针对性和适应性的需求，充分体现以就业为导向，围绕振兴东北老工业基地的人才培养目标，进行有益的探索。诚挚地希望东北分会的会员学校能够广泛地使用这套规划教材，并在使用中不断地完善，使之为东北地区乃至全国高职教育的发展起到积极的推动作用。

中国高等职业技术教育研究会东北分会
教材建设指导委员会
2004 年 2 月

前　　言

本套教材是受东北大学出版社的委托，根据教育部最新制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》，在认真总结高职高专数学教改经验的基础上，结合对国内外同类教材的发展趋势的分析而编写的。

本套教材分高等数学上册和下册，上册包括一元函数微积分学、微分方程、Mathematica 软件及应用，下册包括空间解析几何、多元函数微积分学、级数、线性代数、拉普拉斯变换、概率论与数理统计。本书适用于招收三年制、两年制高职工科院校和专科学校教学之用，同时也可供一般工程技术人员参考。

本书在编写过程中紧密围绕着高职的培养目标，以“应用为目的，必需、够用为度”的教学原则，结合高职高专学生的实际，在内容上删去了一些繁琐的推理和证明，以适度淡化深奥的数学理论，并采用数形结合的方法，直观地讲解概念、定理，使教材易教易学。

本书为下册，内容包括空间解析几何、多元函数微分学、重积分、无穷级数、线性代数、拉普拉斯变换、概率论与数理统计。书后附有概率论中常用的各种分布表、拉普拉斯变换简表、习题参考答案等。

本册由沈阳工程学院李颖副教授、贾丽明副教授、王敏讲师编写。其中第一编由李颖同志编写，第二编由贾丽明同志编写，第三编由王敏同志编写。

本书在编写过程中，得到了东北大学出版社的热情关怀和指导，各编、审同志所在院校对编审工作给予了大力的支持和协助，在此编者对他们表示衷心的感谢。

限于编者水平有限，加之时间仓促，不妥之处一定存在，希望广大读者提出批评和指正。

编　者

2004 年 12 月

目 录

第一编 多元函数微积分

第一章 向量代数与空间解析几何	1
1.1 空间直角坐标系	1
1.1.1 空间直角坐标系.....	1
1.1.2 空间两点间的距离.....	2
习题 1.1	3
1.2 向量及其运算	4
1.2.1 向量的概念.....	4
1.2.2 向量的运算.....	4
1.2.3 向量的坐标.....	7
习题 1.2	14
1.3 平面方程.....	14
1.3.1 平面的点法式方程及一般方程	14
1.3.2 两平面的位置关系	17
习题 1.3	18
1.4 空间直线方程.....	19
1.4.1 空间直线的方程	19
1.4.2 两直线的位置关系	21
1.4.3 直线与平面的位置关系	22
习题 1.4	23
1.5 二次曲面与空间曲线.....	24
1.5.1 常见曲面的方程与图形	24
1.5.2 空间曲线方程	27
习题 1.5	28
第二章 多元函数微分学	30
2.1 多元函数的概念.....	30

2.1.1 二元函数定义	30
2.1.2 二元函数的定义域	31
2.1.3 二元函数的几何意义	32
2.1.4 二元函数的极限与连续	32
习题 2.1	33
2.2 偏导数.....	33
2.2.1 偏导数的概念	33
2.2.2 高阶偏导数	36
习题 2.2	37
2.3 全微分及其应用.....	38
2.3.1 全微分的概念	38
2.3.2 全微分在近似计算中的应用	39
习题 2.3	40
2.4 多元复合函数微分法.....	40
2.4.1 复合函数微分法	40
2.4.2 隐函数的微分法	43
习题 2.4	44
2.5 偏导数的应用.....	44
2.5.1 偏导数的几何应用	44
2.5.2 多元函数极值与最值	48
习题 2.5	52
第三章 重积分	53
3.1 二重积分的概念与性质.....	53
3.1.1 二重积分的定义	53
3.1.2 二重积分的几何意义	55
3.1.3 二重积分的性质	56
习题 3.1	56
3.2 二重积分在直角坐标系中的计算方法.....	57
习题 3.2	61
3.3 二重积分在极坐标系中的计算方法.....	62
习题 3.3	64
3.4 三重积分的概念与计算方法.....	65
3.4.1 三重积分的概念	65
3.4.2 三重积分在直角坐标系中的计算方法	66

习题 3.4	68
3.5 重积分的应用	68
3.5.1 重积分的几何应用	68
3.5.2 重积分的物理应用	71
习题 3.5	73
第四章 无穷级数	74
4.1 常数项级数	74
4.1.1 无穷级数的概念	74
4.1.2 无穷级数的性质	76
4.1.3 级数收敛的必要条件	77
习题 4.1	78
4.2 正项级数	79
习题 4.2	81
4.3 任意项级数	81
4.3.1 交错级数	81
4.3.2 绝对收敛与条件收敛	82
习题 4.3	84
4.4 幂级数	84
4.4.1 幂级数的概念	84
4.4.2 幂级数的收敛性	86
习题 4.4	90
4.5 幂级数的运算	90
4.5.1 幂级数的代数运算	90
4.5.2 幂级数的分析运算	91
习题 4.5	93
4.6 函数展开成幂级数	93
4.6.1 泰勒级数	93
4.6.2 把函数展开成幂级数	95
习题 4.6	98
4.7 傅立叶级数	98
4.7.1 三角级数	98
4.7.2 以 2π 为周期的函数的傅立叶级数	99
4.7.3 定义在 $[-\pi, \pi]$ 与 $[0, \pi]$ 上的函数的傅立叶级数	104
4.7.4 以 $2l$ 为周期的函数的傅立叶级数	106

习题 4.7	108
--------------	-----

第二编 线性代数与拉普拉斯变换

第五章 行列式.....	109
5.1 行列式的定义	109
5.1.1 二元一次线性方程组与二阶行列式.....	109
5.1.2 三阶行列式.....	111
习题 5.1	113
5.2 行列式的性质及计算	113
5.2.1 行列式的性质.....	113
5.2.2 行列式的计算.....	116
5.2.3 n 阶行列式.....	117
习题 5.2	120
5.3 克莱默法则	121
5.3.1 克莱默法则.....	121
5.3.2 齐次线性方程组.....	123
习题 5.3	124
复习题五.....	124
第六章 矩阵.....	127
6.1 矩阵的概念	127
6.1.1 矩阵的定义.....	127
6.1.2 矩阵的相等.....	129
习题 6.1	129
6.2 矩阵的运算	129
6.2.1 矩阵的运算.....	129
6.2.2 矩阵与方程组.....	134
习题 6.2	136
6.3 逆矩阵	137
6.3.1 逆矩阵定义.....	137
6.3.2 逆矩阵性质.....	140
习题 6.3	142
6.4 矩阵的秩	143
6.4.1 k 阶子式	143

6.4.2 矩阵的秩.....	144
习题 6.4	145
6.5 矩阵的初等变换	145
6.5.1 矩阵的行列初等变换.....	146
6.5.2 利用初等变换求矩阵的秩和方阵的逆矩阵.....	147
习题 6.5	149
复习题六.....	150
第七章 n 维向量空间.....	152
7.1 n 维向量	152
7.1.1 n 维向量的定义.....	152
7.1.2 n 维向量的运算.....	153
7.1.3 向量组与矩阵.....	154
习题 7.1	155
7.2 向量组的线性相关性	156
7.2.1 向量组的线性组合.....	156
7.2.2 向量组的线性相关性.....	156
习题 7.2	160
7.3 向量组的秩	161
7.3.1 向量组的等价.....	161
7.3.2 向量组的极大线性无关组.....	161
7.3.3 向量组的秩.....	162
习题 7.3	163
复习题七.....	164
第八章 线性方程组.....	166
8.1 齐次线性方程组	166
8.1.1 齐次线性方程组的一般形式.....	166
8.1.2 齐次线性方程组解的结构.....	167
8.1.3 齐次线性方程组解的判别条件.....	167
习题 8.1	171
8.2 非齐次线性方程组	171
8.2.1 非齐次线性方程组的一般形式.....	171
8.2.2 非齐次线性方程组解的结构.....	172
8.2.3 解非齐次线性方程组.....	174

习题 8.2	177
复习题八.....	177
第九章 相似矩阵与二次型.....	179
9.1 方阵的特征值与特征向量	179
9.1.1 特征值与特征向量的概念.....	179
9.1.2 特征值、特征向量的性质	183
习题 9.1	183
9.2 相似矩阵与矩阵的相似对角化	184
9.2.1 相似矩阵的概念与性质.....	184
9.2.2 矩阵的相似对角化.....	185
习题 9.2	189
9.3 二次型	190
9.3.1 二次型的概念.....	190
9.3.2 二次型的标准形.....	192
9.3.3 化二次型为标准形.....	192
习题 9.3	197
复习题九.....	198
第十章 拉普拉斯变换.....	200
10.1 拉普拉斯变换的概念.....	200
10.1.1 拉普拉斯变换的定义	200
10.1.2 拉氏变换存在定理	201
10.1.3 拉氏变换简表	202
习题 10.1	202
10.2 拉氏变换的性质.....	202
10.2.1 线性与相似性质	203
10.2.2 微分性质	203
10.2.3 积分性质	204
10.2.4 延迟与位移性质	206
习题 10.2	207
10.3 拉氏逆变换.....	207
10.3.1 *部分分式定理	207
10.3.2 拉氏逆变换	209
习题 10.3	209

10.4* 卷积与卷积定理	210
10.4.1 卷积概念与性质	210
10.4.2 卷积定理	210
习题 10.4	211
10.5 拉氏变换的应用	212
10.5.1 解常系数的线性微分方程	212
10.5.2 解常系数的线性微分方程组	213
习题 10.5	213
复习题十	214

第三编 概率论与数理统计

第十一章 随机事件与概率	215
11.1 加法原理与乘法原理	215
11.2 排列	216
11.2.1 排列的定义	216
11.2.2 排列种数的计算公式	217
11.2.3 重复排列	217
11.3 组合	219
11.3.1 组合的定义	219
11.3.2 组合种数的计算公式	219
11.4 随机事件和样本空间	221
11.4.1 随机现象	221
11.4.2 随机试验与随机事件	222
11.4.3 基本事件与样本空间	222
11.5 事件的关系与运算	223
11.5.1 事件的包含与相等	223
11.5.2 事件的并(或和)	224
11.5.3 事件的交(或积)	224
11.5.4 互不相容事件	224
11.5.5 互逆事件(对立事件)	224
11.5.6 两事件的差	225
11.6 随机事件的概率及其计算	225
11.6.1 概率的古典定义	226
11.6.2 概率的统计定义	228

11.6.3 概率的公理化定义	228
11.7 条件概率.....	230
11.7.1 条件概率	230
11.7.2 乘法公式	231
11.7.3* 全概率公式	232
11.7.4* 贝叶斯公式	232
11.8 事件的独立性.....	233
11.8.1 两个事件的独立性	233
11.8.2 多个事件的独立性	234
复习题十一.....	235
第十二章 随机变量及其分布.....	237
12.1 离散型随机变量及其分布律.....	237
12.2 离散型随机变量.....	238
12.2.1 两点分布($(0-1)$ 分布)	240
12.2.2 二项分布($B(n, p)$)	241
12.3 连续型随机变量.....	242
12.3.1 均匀分布	244
12.3.2 指数分布	244
12.3.3 正态分布	245
12.4 随机变量的分布函数与随机变量函数的分布.....	246
12.4.1 随机变量的分布函数	246
12.4.2 正态分布的概率计算	248
12.4.3* 随机变量函数的分布	250
复习题十二.....	251
第十三章 随机变量的数字特征.....	254
13.1 数学期望.....	254
13.1.1 离散型随机变量的数学期望	254
13.1.2 连续型随机变量的数学期望	256
13.1.3 随机变量函数的数学期望	257
13.1.4 数学期望的性质	258
13.2 方 差.....	260
13.2.1 方差的定义	260
13.2.2 方差的性质	261

13.2.3 常用分布的方差	262
复习题十三	264
第十四章 数理统计的基本知识	266
14.1 总体与样本	266
14.1.1 总体与个体	266
14.1.2 样本及其容量	267
14.1.3 简单随机抽样	267
14.2 统计量及其分布	270
14.2.1 统计量	270
14.2.2 统计量的分布	271
复习题十四	276
第十五章 参数估计	277
15.1 点估计	277
15.1.1 矩估计法	278
15.1.2 最大似然估计法	280
15.2 估计量的评选标准	283
15.2.1 无偏性	283
15.2.2 有效性	284
15.2.3 一致性	286
15.3 区间估计	286
15.3.1 单个正态总体均值的区间估计	287
15.3.2 单个正态总体方差的区间估计	290
*15.3.3 两个正态总体均值差的区间估计	291
复习题十五	293
*第十六章 假设检验	295
16.1 参数假设检验的基本知识	295
16.1.1 问题的提出	295
16.1.2 假设检验的基本思想及检验方法	296
16.1.3 假设检验的基本步骤	297
16.1.4 假设检验的两类错误	298
16.2 单个正态总体的假设检验	299
16.2.1 单个正态总体的均值的假设检验	299

16.2.2 单个正态总体的方差的假设检验.....	301
16.3 两个正态总体的假设检验.....	302
16.3.1 两个正态总体的均值差异的假设检验	303
16.3.2 两个正态总体的方差差异的假设检验	305
复习题十六.....	307
习题参考答案.....	308
附 录.....	328

第一编 多元函数微积分

第一章 向量代数与空间解析几何

空间解析几何是以代数的方法研究空间几何图形的数学分支，空间解析几何是研究多元函数微积分学的重要基础。

向量代数是学习空间解析几何的重要工具，也是后继课程和工程技术中常用的数学工具。

本章首先建立空间直角坐标系，引进向量及其运算，然后以向量为工具研究空间的平面和直线，最后介绍常见的空间曲线及曲面。

1.1 空间直角坐标系

1.1.1 空间直角坐标系

为了研究空间图形与数的关系，要建立空间的点与有序数组之间的联系。为此仿照平面解析几何的方法先建立空间直角坐标系。

过空间一定点 O ，引三条两两互相垂直的数轴，它们都以 O 为原点且一般取相同的长度单位，这三条数轴分别叫做 x 轴（或横轴）， y 轴（或纵轴）， z 轴（或竖轴），统称为坐标轴。它们的正方向按右手法则标定：即以右手握住 z 轴，当右手的四个手指从 x 轴正向转过 $\frac{\pi}{2}$ 角度到 y 轴正向时，大拇指的指向就是 z 轴的正向，如图 1-1 中箭头所指的方向。这样互相垂直的三个数轴就构成了一个空间直角坐标系。点 O 叫做坐标原点。通常将 x 轴和 y 轴配置在水平平面

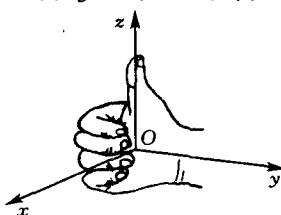


图 1-1