

群智能算法 及其应用

Swarm Intelligence Algorithms

and Applications

高尚 杨静宇 著



中国水利水电出版社

www.waterpub.com.cn

群智能算法及其应用

高 尚 杨静宇 著



中国水利水电出版社

内 容 提 要

群智能算法作为一种新兴的演化计算技术,已成为越来越多研究者的关注焦点,它与人工生命,特别是进化策略以及遗传算法有着极为特殊的联系。群智能理论研究领域主要有两种算法:蚁群算法和粒子群优化算法。蚁群算法是对蚂蚁群落食物采集过程的模拟,已成功应用于许多离散优化问题。粒子群优化算法也是起源于对简单社会系统的模拟,最初是模拟鸟群觅食的过程,但后来发现它是一种很好的优化工具。

本书系统地描述了蚁群算法和粒子群优化算法的理论和实现技术及其应用,简单地介绍了鱼群算法。本书着重强调各种算法的混合,讨论了蚁群算法与模拟退火算法的混合、蚁群算法与遗传算法的混合、蚁群算法与混沌理论混合、模拟退火算法、遗传算法与粒子群优化算法混合、混沌理论与粒子群优化算法的混合以及蚁群算法与粒子群优化算法的混合。书中还讨论了群智能算法在旅行商问题、武器—目标分配问题、多处理机调度问题、可靠性优化问题、聚类问题、作业调度问题等方面的应用。

本书可作为信息类的高年级本科生、硕士生、博士生以及广大研究智能算法的科技工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

群智能算法及其应用 / 高尚, 杨静宇著. —北京: 中国水利水电出版社, 2006

ISBN 7-5084-3798-5

I. 群… II. ①高… ②杨 III. 电子计算机—算法理论 IV. TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 048185 号

书 名	群智能算法及其应用
作 者	高 尚 杨静宇 著
出版 发行	中国水利水电出版社 (北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 63202266 (总机) 68331835 (营销中心) 82562819 (万水)
经 售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京蓝空印刷厂
规 格	787mm×1092mm 16 开本 10.25 印张 201 千字
版 次	2006 年 5 月第 1 版 2006 年 5 月第 1 次印刷
印 数	0001—4000 册
定 价	25.00 元

凡购买我社图书, 如有缺页、倒页、脱页的, 本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

随着人们对生命本质的不断了解,生命科学正以前所未有的速度迅猛发展,使人工智能的研究开始摆脱经典逻辑计算的束缚,大胆探索起新的非经典计算途径。在这种背景下,社会性动物(如蚁群、蜂群、鸟群等)的自组织行为引起了人们的广泛关注,许多学者对这种行为进行数学建模并用计算机对其进行仿真,这就产生了所谓的“群智能”。社会性动物的妙处在于:个体的行为都很简单,但当它们一起协同工作时,却能够“突现”出非常复杂(智能)的行为特征。例如,单只蚂蚁的能力极其有限,但当这些简单的蚂蚁组成蚁群时,却能完成像筑巢、觅食、迁徙、清扫蚁巢等复杂行为;一群行为显得盲目的蜂群能造出精美的蜂窝;鸟群在没有集中控制的情况下能够同步飞行等。在这些自组织行为中,又以蚁群在觅食过程中总能找到一条从蚁巢到食物源的最短路径最为引人注目。

20 世纪 50 年代中期创立了仿生学,人们从生物进化的机理中受到启发,提出了许多用以解决复杂优化问题的新方法,如遗传算法、进化规划、进化策略等。群智能算法作为一种新兴的演化计算技术已成为越来越多研究者的关注焦点,它与人工生命,特别是进化策略以及遗传算法有着极为特殊的联系。群智能理论研究领域目前有两种主要的算法:蚁群算法和粒子群优化算法。本书系统地描述了蚁群算法和粒子群优化算法的理论和实现技术及其应用,着重强调各种算法的混合;讨论了蚁群算法与模拟退火算法的混合、蚁群算法与遗传算法的混合、蚁群算法与混沌理论混合、模拟退火算法遗传算法与粒子群优化算法混合以及蚁群算法与粒子群优化算法的混合。还讨论了群智能算法在旅行商、武器一目标分配、多处理机调度、可靠性优化、聚类等方面的应用。

本书由 15 章组成。第 1 章先介绍了蚁群算法的基本原理,综述了蚁群算法理论研究现状和蚁群算法应用研究现状,粒子群优化算法理论研究现状和粒子群优化应用研究现状。第 2 章先研究了求解一般非线性整数规划的蚁群算法,然后提出了求解武器一目标分配问题、多处理机调度问题、可靠性优化的蚁群算法,最后提出了多样信息素的蚁群算法。第 3 章提出了一种求解连续优化问题的蚁群算法。第 4 章提出了求解聚类问题的基本蚁群算法和与 K -均值算法混合的蚁群算法。第 5 章提出了与模拟退火算法混合的蚁群模拟退火算法求解圆排列问题以及模拟退火蚁群算法求解旅行商问题。第 6 章首先介绍了基本遗传算法,然后提出了与遗传算法混合的遗传蚁群算法,最后与其他算法进行了测试比较。第 7 章首先介绍了混沌及运动特性,接着提出与混沌理论混合的混沌蚁群算法,最后与其他算法进行了测试比较。第 8 章针对最短路问题的蚁群算法的收敛性进行了探索性分析,提出的三个定理给出了寻找最短路的蚁群算法收敛的充分条件。第 9 章介绍了采用模拟退火思想的粒子群算法、混沌粒子群优化算法来解连续性优化问题。第 10 章提出了采用粒子群优化来求解背包问题、指派问题、武器一目标分配问题和流水作业调度问题等其他组合优化问题。第 11 章提出了采用求解聚类问题的两种粒子群优化算法。第 12 章提出了与粒子群

优化算法两种混合算法,并用来求解旅行商问题。第13章对粒子群优化算法的收敛性进行了分析,提出收敛的条件。第14章简单地介绍了鱼群算法的基本原理及应用。第15章对本书作了一个总结,提出了今后研究的方向。最后,本书在附录中给出了求解旅行商问题的蚁群基本算法源程序、计算连续性函数的优化的粒子群程序和求解旅行商问题的粒子群—蚁群算法的MATLAB语言源程序。

本书可作为信息类的高年级本科生、硕士生、博士生以及广大研究智能算法的科技工作者的参考书。由于作者水平有限,对于本书的不足之处,诚望读者批评指正。

感谢江苏科技大学的张再跃教授、邓志良教授、吴小俊教授、刘同明教授、韩斌副教授等以及有关部门给予的支持,感谢南京理工大学603教研室老师的支持。此外,本书的完成得到了苏州大学江苏省计算机信息处理技术重点实验室开放课题、江苏省自然科学基金、江苏科技大学博士启动基金等项目的资助,在此表示衷心感谢。

作者

2006年2月

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 蚁群算法的基本原理	2
1.3 粒子群优化算法基本原理	6
1.4 蚁群算法理论研究现状	10
1.5 蚁群算法应用研究现状	12
1.6 粒子群优化算法研究现状	13
1.7 粒子群算法应用研究现状	15
第 2 章 求解整数规划的蚁群算法	17
2.1 求解一般非线性整数规划的蚁群算法	17
2.1.1 引言	17
2.1.2 求解非线性整数规划的蚁群算法	17
2.1.3 算例分析	19
2.2 武器—目标分配问题的蚁群算法	21
2.2.1 引言	21
2.2.2 WTA 问题	21
2.2.3 武器—目标分配问题的蚁群算法	22
2.2.4 仿真结果	23
2.3 多处理机调度问题的蚁群算法	24
2.3.1 引言	24
2.3.2 多处理机调度问题数学模型	24
2.3.3 解多处理机调度问题模拟退火算法	25
2.3.4 解多处理机调度问题蚁群算法	26
2.3.5 算法比较	26
2.4 可靠性优化的蚁群算法	28
2.4.1 引言	28
2.4.2 最优冗余优化模型及解法	28
2.4.3 可靠性优化的模拟退火算法	29
2.4.4 可靠性优化的遗传算法	29
2.4.5 可靠性优化的蚁群算法	31
2.4.6 算例分析	32

2.5	求解旅行商问题的多样信息素的蚁群算法	34
2.5.1	信息素更新的 3 个模型	34
2.5.2	多样信息素更新规则	34
2.5.3	算法测试	34
2.6	本章小结	36
第 3 章	连续优化问题的蚁群算法研究	38
3.1	无约束非线性最优化问题	38
3.2	连续优化问题的信息量分布函数方法	38
3.3	一种简单的连续优化问题的蚁群算法	39
3.4	数值分析	41
3.5	本章小结	42
第 4 章	聚类问题的蚁群算法	43
4.1	引言	43
4.2	聚类问题的数学模型	43
4.3	K 均值算法	44
4.4	解聚类问题的模拟退火算法	44
4.5	基于巡食思想的蚁群聚类算法	44
4.6	解聚类问题的新的蚁群算法及数值分析	46
4.6.1	解聚类问题的蚁群算法	46
4.6.2	数值分析	46
4.7	解聚类问题的与 K -均值算法混合的蚁群算法及数值分析	48
4.7.1	解聚类问题的 K -均值算法混合的蚁群算法	48
4.7.2	数值分析	48
4.8	本章小结	49
第 5 章	蚁群算法与模拟退火算法混合	50
5.1	引言	50
5.2	解圆排列问题的蚁群模拟退火算法	50
5.2.1	圆排列问题及与旅行商问题等价	50
5.2.2	解旅行商问题的模拟退火算法	51
5.2.3	几种算法的比较	52
5.2.4	算例分析	53
5.3	解旅行商问题的模拟退火蚁群算法	54
5.3.1	混合的基本思想	54
5.3.2	找邻域解策略	55
5.3.3	模拟退火蚁群算法	55
5.3.4	算法测试	56
5.4	本章小结	57

第 6 章 蚁群算法与遗传算法混合	58
6.1 引言	58
6.2 基本遗传算法	58
6.3 蚁群算法与遗传算法的混合	59
6.3.1 混合的基本思想	59
6.3.2 变异操作	59
6.3.3 交叉操作	60
6.3.4 遗传蚁群算法	60
6.4 算法测试	61
6.5 本章小结	62
第 7 章 蚁群算法与混沌理论混合	63
7.1 引言	63
7.2 混沌及运动特性	63
7.3 基本蚁群算法改进	63
7.3.1 混沌初始化	63
7.3.2 选择较优解	65
7.3.3 混沌扰动	65
7.4 混沌蚁群算法	66
7.5 算法测试	66
7.6 本章小结	68
第 8 章 最短路的蚁群算法收敛性分析	69
8.1 引言	69
8.2 最短路的蚁群算法收敛性分析	69
8.3 仿真算例	71
8.4 本章小结	76
第 9 章 解连续性优化问题的粒子群优化算法	77
9.1 模拟退火思想的粒子群算法	77
9.1.1 几种模拟退火思想的粒子群算法	77
9.1.2 算法测试	78
9.2 混沌粒子群优化算法研究	79
9.2.1 基本粒子群算法不足	79
9.2.2 混沌粒子群优化算法	80
9.2.3 算法测试	80
9.3 其他改进的粒子群优化算法	82
9.3.1 杂交 PSO 算法	82
9.3.2 协同 PSO 算法	83
9.3.3 离散 PSO 算法	83

9.4 本章小结	84
第 10 章 解组合优化问题的粒子群优化算法	85
10.1 背包问题的混合粒子群优化算法	85
10.1.1 背包问题数学模型	85
10.1.2 解 0-1 背包问题的混合粒子群算法	85
10.1.3 数值仿真与分析	87
10.2 指派问题的交叉粒子群优化算法	89
10.2.1 求解指派问题的交叉粒子群优化算法	89
10.2.2 算法测试	90
10.3 武器—目标分配问题的粒子群优化算法	91
10.3.1 解武器—目标分配问题的粒子群优化算法	91
10.3.2 算例分析	92
10.4 流水作业调度问题的粒子群算法	93
10.4.1 流水作业调度问题	93
10.4.2 求解流水作业调度问题混合粒子群算法	93
10.4.3 算法测试	95
10.5 非线性整数规划的粒子群优化算法	96
10.5.1 引言	96
10.5.2 求解非线性整数规划的粒子群优化算法	96
10.5.3 算例分析	97
10.6 本章小结	99
第 11 章 解聚类问题的粒子群算法	100
11.1 引言	100
11.2 整数规划形式	100
11.3 连续性优化形式	101
11.4 本章小结	103
第 12 章 蚁群算法与粒子群优化算法的混合	104
12.1 引言	104
12.2 求解旅行商问题的混合粒子群优化算法	104
12.2.1 混合粒子群算法思路	104
12.2.2 变异操作和交叉操作	104
12.2.3 混合粒子群算法步骤	105
12.2.4 算法测试	105
12.3 求解旅行商问题的粒子群—蚁群算法	108
12.3.1 粒子群—蚁群算法思想	108
12.3.2 粒子群—蚁群算法步骤	108
12.3.3 算法测试	109

12.4	本章小结	111
第 13 章	粒子群优化算法收敛性分析	112
13.1	引言	112
13.2	PSO 算法收敛性分析	112
13.3	数值仿真	114
13.4	参数选取	117
13.5	本章小结	117
第 14 章	鱼群算法	118
14.1	引言	118
14.2	鱼群算法基本原理	118
14.3	人工鱼的行为描述	119
14.4	鱼群算法的应用	122
14.5	本章小结	122
第 15 章	总结	124
附录 A	求解旅行商问题的蚁群基本算法源程序	127
附录 B	计算连续性函数的优化的粒子群程序	131
附录 C	求解旅行商问题的粒子群—蚁群算法的源程序	134
参考文献		143

第 1 章 绪论

1.1 引言

人工智能在经历了 20 世纪 80 年代整整 10 年的繁荣后,由于方法论上始终没有突破经典计算思想的藩篱,再次面临着寒冬季节的考验。人工智能的研究前景又一次变得暗淡无光。与此同时,随着人们对生命本质的不断了解,生命科学却以前所未有的速度迅猛发展,使人工智能的研究开始摆脱经典逻辑计算的束缚,大胆探索起新的非经典计算途径。正如人工智能先驱 Minsky 所认为的“我们应该从生物学而不是物理学受到启示……”那样,对生物启发式计算的研究,成为人工智能迎接新曙光而开启的又一个春天。在这种背景下,社会性动物(如蚁群、蜂群、鸟群等)的自组织行为引起了人们的广泛关注,许多学者对这种行为进行数学建模并用计算机对其进行仿真,这就产生了所谓的“群智能”(Swarm Intelligence, SI),或称为“群集智能”。社会性动物的妙处在于:个体的行为都很简单,但当它们一起协同工作时,却能够“突现”出非常复杂(智能)的行为特征。例如,单只蚂蚁的能力极其有限,但当这些简单的蚂蚁组成蚁群时,却能完成像筑巢、觅食、迁徙、清扫蚁巢等复杂行为;一群行为显得盲目的蜂群能造出精美的蜂窝;鸟群在没有集中控制的情况下能够同步飞行等。在这些自组织行为中,又以蚁群在觅食过程中总能找到一条从蚁巢到食物源的最短路径最为引人注目。

20 世纪 50 年代中期创立了仿生学,人们从生物进化的机理中受到启发,提出了许多用以解决复杂优化问题的新方法,如遗传算法、进化规划、进化策略等。群智能算法作为一种新兴的演化计算技术已成为越来越多研究者的关注焦点,它与人工生命,特别是进化策略以及遗传算法有着极为特殊的联系。群智能中的群体指的是“一组相互之间可以进行直接通信或者间接通信(通过改变局部环境)的主体 (Agent), 这组主体能够合作进行分布式的问题求解”,而群智能则是指“无智能的主体通过合作表现出智能行为的特性”。群智能在没有集中控制且不提供全局模型的前提下,为寻找复杂的分布式问题求解方案提供了基础。目前,群智能理论研究领域主要有两种算法:蚁群算法 (Ant Colony Optimization, ACO) 和粒子群优化算法 (Particle Swarm Optimization, PSO)。前者是对蚂蚁群落食物采集过程的模拟,已成功应用于许多离散优化问题。粒子群优化算法也是起源于对简单社会系统的模拟,最初是模拟鸟群觅食的过程,但后来发现它是一种很好的优化工具。我国学者李晓磊等根据鱼的特性提出

了的鱼群算法 (Fish Swarm, FS), 也是一种群智能算法。国内有的学者沿用“蚁群算法”的早期的名称“蚂蚁算法”, 称“粒子群优化算法”为“微粒群算法”。事实上, 群智能方法能够被用于解决大多数优化问题或者能够转化为优化求解的问题。现在其应用领域已扩展到多目标优化、数据分类、数据聚类、模式识别、电信QoS管理、生物系统建模、流程规划、信号处理、机器人控制、决策支持以及仿真和系统辨识等方面, 群智能理论和方法为解决这类应用问题提供了新的途径。

与大多数基于梯度应用优化算法不同, 群智能依靠的是概率搜索算法。虽然概率搜索算法通常要采用较多评价函数, 但与梯度方法及传统的演化算法相比, 其优点还是显著的: ①无集中控制约束, 不会因个别个体的故障影响整个问题的求解, 确保了系统具备更强的鲁棒性; ②以非直接的信息交流方式确保了系统的扩展性, 由于系统中个体的增加而增加的通信开销也较少; ③并行分布式算法模型, 可充分利用多处理器, 这样的分布模式更适合于网络环境下的工作状态; ④对问题定义的连续性无特殊要求; ⑤系统中每个个体的能力十分简单, 每个个体的执行时间也比较短, 并且算法实现简单。

群智能方法易于实现, 算法中仅涉及各种基本数学操作, 其数据处理过程对CPU和内存的要求也不高。且这种方法只需目标函数的输出值, 而无需其梯度信息。已完成的群智能理论和应用方法研究证明群智能方法是一种能够有效解决大多数全局优化问题的新方法。更重要是, 群智能潜在的并行性和分布式特点为处理大量的以数据库形式存在的数据提供了技术保证。无论是从理论研究还是应用研究的角度分析, 群智能理论及应用研究都是具有重要学术意义和现实价值的。

1.2 蚁群算法的基本原理

蚁群算法是最近几年才提出的一种新型的模拟进化算法, 由意大利学者 Colormi A、Dorigo M 和 Maniezzo V 于 1992 年首先提出来, 用蚁群在搜索食物源的过程中所体现出来的寻优能力来解决一些离散系统优化中的困难问题。已经用该方法求解了旅行商问题、指派问题、调度问题等, 取得了一系列较好的实验结果。蚁群算法是一种新型的模拟进化算法, 鉴于目前国内尚缺乏这一方面的研究, 其研究刚刚开始, 远未像遗传算法、模拟退火等算法那样形成系统的分析方法和坚实的数学基础, 有许多问题有待进一步研究, 如算法的收敛性、理论依据等更多细致的工作还有待于进一步展开。本书对群智能算法的理论依据等作深入研究, 并推广其应用面。

像蚂蚁这类群居昆虫, 虽然没有视觉, 却能找到由蚁穴到食物源的最短路径, 原因是什么呢? 虽然单只蚂蚁的行为极其简单, 但由这样的单个简单个体所组成的蚁群群体却表现出极其复杂的行为, 能够完成复杂的任务, 不仅如此, 蚂蚁还能够适应环境的变化, 如: 在蚂蚁运动路线上突然出现障碍物时, 蚂蚁能够很快重新找到最优路径。蚂蚁是如何完成这些复杂任务的呢? 人们经过大量的研究发现, 蚂蚁个体间通过一种

称之为信息素（pheromone）的物质进行信息传递，从而能相互协作，完成复杂的任务。蚂蚁之所以表现出复杂有序的行为，个体之间的信息交流和相互协作起着重要的作用。

蚂蚁在运动过程中，能够在它所经过的路径上留下该物质，并以此指导自己的运动方向。蚂蚁倾向于朝着该物质强度高的方向移动。因此，由大量蚂蚁组成的蚁群的集体行为便表现出一种信息正反馈现象：某一路径上走过的蚂蚁越多，则后者选择该路径的概率越大。蚂蚁个体之间就是通过这种信息的交流达到搜索食物的目的的。这里，用一个形象化的图示来说明蚂蚁群体的路径搜索原理和机制。

假定障碍物的周围有两条道路可从蚂蚁的巢穴到达食物源（如图 1.1 所示）：Nest-ABD-Food 和 Nest-ACD-Food，分别具有长度 4 和 6。蚂蚁在单位时间内可移动一个单位长度的距离。开始时所有道路上都未留有任何信息素。

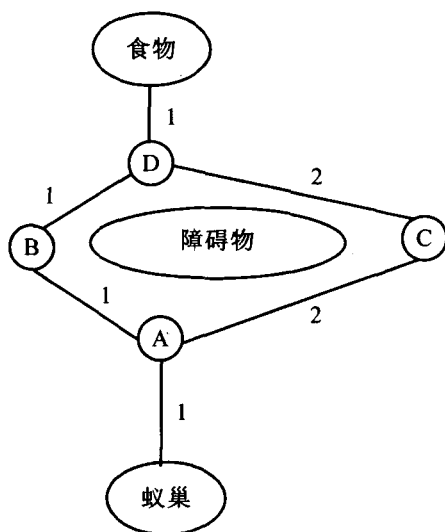


图 1.1 蚁群系统示意图

在 $t=0$ 时刻，20 只蚂蚁从巢穴出发移动到 A，它们以相同概率选择左侧或右侧道路，因此平均有 10 只蚂蚁走左侧，10 只走右侧。

在 $t=4$ 时刻，第一组到达食物源的蚂蚁将折回，此时第二组蚂蚁到达 CD 中点处。

在 $t=5$ 时刻，两组蚂蚁将在 D 点相遇。此时 BD 上的信息素数量和 CD 上的相同，因为各有 10 只蚂蚁选择了相应的道路，从而有 5 只返回的蚂蚁将选择 BD 而另 5 只将选择 CD，第二组蚂蚁继续向食物方向移动。

在 $t=8$ 时刻，前 5 只蚂蚁将返回巢穴，此时在 AC 中点处、CD 中点处以及 B 点上各有 5 只蚂蚁。

在 $t=9$ 时刻，前 5 只蚂蚁又回到 A 并且再次面对往左还是往右的选择。

这时，AB 上的轨迹数是 20 而 AC 上是 15，因此将有较为多数的蚂蚁选择往左，从而增强了该路线的信息素。随着该过程的继续，两条道路上的信息素数量的差距将

越来越大,直至绝大多数蚂蚁都选择了最短的路线。正是由于一条道路要比另一条道路短,因此,在相同的时间区间内,短的路线会有更多的机会被选择。

蚁群算法是一种随机搜索算法,与其他模型进化算法一样,通过候选解组成的群体的进化过程来寻求最优解。该过程包含两个阶段:适应阶段和协作阶段。在适应阶段,各候选解根据积累的信息不断调整自身结构;在协作阶段,候选解之间通过信息交流,以期产生性能更好的解。

作为与遗传算法同属一类的通用型随机优化方法,蚁群算法不需要任何先验知识,最初只是随机地选择搜索路径,随着对解空间的“了解”,搜索变得有规律,并逐渐逼近直至最终达到全局最优解。蚁群算法对搜索空间的“了解”机制主要包括3个方面:

(1) 蚂蚁的记忆。一只蚂蚁搜索过的路径在下次搜索时就不会再被选择,由此在蚁群算法中建立禁忌列表来进行模拟。

(2) 蚂蚁利用信息素进行相互通信。蚂蚁在所选择的路径上会释放一种叫做信息素的物质,当同伴进行路径选择时,会根据路径上的信息素进行选择,这样信息素就成为蚂蚁之间进行通信的媒介。

(3) 蚂蚁的集群活动。通过一只蚂蚁的运动很难到达食物源,但整个蚁群进行搜索就完全不同。当某些路径上通过的蚂蚁越来越多时,在路径上留下的信息素数量也越来越多,导致信息素强度增大,蚂蚁选择该路径的概率随之增加,从而进一步增加该路径的信息素强度,而某些路径上通过的蚂蚁较少时,路径上的信息素就会随时间的推移而蒸发。因此,模拟这种现象即可利用群体智能建立路径选择机制,使蚁群算法的搜索向最优解推进。蚁群算法所利用的搜索机制呈现出一种自催化或正反馈的特征,因此,可将蚁群算法模型理解成增强型学习系统。

蚁群算法首先成功应用于旅行商问题,下面简单介绍其基本算法。

设有 m 只蚂蚁,每只蚂蚁有以下特征:它根据以城市距离和连接边上外激素的数量为变量的概率函数选择下一个城市(设 $\tau_{ij}(t)$ 为 t 时刻边 $e(i, j)$ 上外激素的强度)。规定蚂蚁走合法路线,除非周游完成,不允许转到已访问城市,由禁忌表控制(设 $tabu_k$ 表示第 k 只蚂蚁的禁忌表, $tabu_k(s)$ 表示禁忌表中第 s 个元素)。它完成周游后,蚂蚁在它每一条访问的边上留下外激素。

设 $B_i(t)$ ($i=1, \dots, n$) 是在 t 时刻城市 i 的蚂蚁数, 设 $m = \sum_{i=1}^n b_i(t)$ 为全部蚂蚁数。每只简单蚂蚁有以下特征:

(1) 它根据以城市距离和连接边上外激素的数量为变量的概率函数选择下一个城(设 $\tau_{ij}(t)$ 为 t 时刻边 $e(i, j)$ 上外激素的强度)。

(2) 规定蚂蚁走合法路线,除非周游完成,不允许转到已访问城市,由禁忌表控制(设 $tabu_k$ 表示第 k 只蚂蚁的禁忌表, $tabu_k(s)$ 表示禁忌表中第 s 个元素)。

(3) 它完成周游后,蚂蚁在它每一条访问的边上留下外激素。

初始时刻, 各条路径上的信息量相等, 设 $\tau_{ij}(0) = C$ (C 为常数)。蚂蚁 k ($k=1, 2, \dots, m$) 在运动过程中, 根据各条路径上信息量决定转移方向, $p_{ij}^k(t)$ 表示在 t 时刻蚂蚁 k 由位置 i 转移到位置 j 的概率,

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t) \cdot \eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{s \in allowed_k} \tau_{is}^\alpha(t) \cdot \eta_{is}^\beta(t)} & , \text{ 若 } j \in allowed_k \\ 0 & , \text{ 否则} \end{cases} \quad (1.1)$$

其中, $allowed_k = \{0, 1, \dots, n-1\} - tabu_k$ 表示蚂蚁 k 下一步允许选择的的城市, 与实际蚁群不同, 人工蚁群系统具有记忆功能, $tabu_k$ ($k=1, 2, \dots, m$) 用以记录蚂蚁 k 当前所走过的城市, 集合 $tabu_k$ 随着进化过程做动态调整。 η_{ij} 表示边弧 (i, j) 的能见度, 用某种启发式算法算出, 一般取 $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$, d_{ij} 表示城市 i 与城市 j 之间的距离。 α 表示轨迹的相对重要性, β 表示能见度的相对重要性, ρ 表示轨迹的持久性, $1-\rho$ 理解为轨迹衰减度随着时间的推移, 以前留下的信息逐渐消失, 用参数 $1-\rho$ 表示信息消逝程度, 经过 n 个时刻, 蚂蚁完成一次循环, 各路径上信息量要根据以下公式做调整:

$$\tau_{ij}(t+n) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij} \quad (1.2)$$

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k \quad (1.3)$$

$\Delta\tau_{ij}^k$ 表示第 k 只蚂蚁在本次循环中留在路径 ij 上的信息量, $\Delta\tau_{ij}$ 表示本次循环中路径 ij 上的信息量增量, L_k 表示第 k 只蚂蚁环游一周的路径长度, Q 为常数。

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & , \text{ 若第 } k \text{ 只蚂蚁在本次循环经过 } ij \\ 0 & , \text{ 否则} \end{cases} \quad (1.4)$$

$\tau_{ij}(t), \Delta\tau_{ij}(t), p_{ij}^k(t)$ 的表达形式可以不同, 要根据具体问题而定。Dorigo M 曾给出 3 种不同模型, 分别称为 ant-cycle system、ant-quantity system、ant-density system, 它们的差别在于表达式 (1.4) 的不同。在 ant-quantity system 模型中:

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{d_{ij}} & , \text{ 若第 } k \text{ 只蚂蚁在时刻 } t \text{ 和 } t+1 \text{ 之间经过 } ij \\ 0 & , \text{ 否则} \end{cases} \quad (1.5)$$

在 ant-density system 模型中:

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} Q & , \text{ 若第 } k \text{ 只蚂蚁在时刻 } t \text{ 和 } t+1 \text{ 之间经过 } ij \\ 0 & , \text{ 否则} \end{cases} \quad (1.6)$$

它们的区别在于: 后两种模型中, 利用的是局部信息, 而前者利用的是整体信息, 在求解 TSP 问题时, 性能较好, 因而通常采用它作为基本模型。解旅行商问题的蚁群算法的基本步骤如下:

(1) $nc \leftarrow 0$; (nc 为迭代步数或搜索次数) 各 τ_{ij} 和 $\Delta\tau_{ij}$ 的初始化; 将 m 只蚂蚁置于 n 个顶点上。

(2) 将各蚂蚁的初始出发点置于当前解集中; 对每只蚂蚁 k ($k=1,2,\dots,m$), 按概率 p_{ij}^k 移至下一顶点 j ; 将顶点 j 置于当前解集。

(3) 计算各蚂蚁的路径长度 L_k ($k=1,2,\dots,m$); 记录当前的最好解。

(4) 按更新方程修改轨迹强度。

(5) 对各边弧 (i,j) , 置 $\Delta\tau_{ij} \leftarrow 0$, $nc \leftarrow nc + 1$ 。

(6) 若 $nc <$ 预定的迭代次数且无退化行为 (即找到的都是相同解) 则转步骤 2。

(7) 输出目前最好解。

由算法复杂性理论分析可知, 该算法复杂度为 $O(nc \cdot n^3)$, 算法流程如图 1.2 所示。

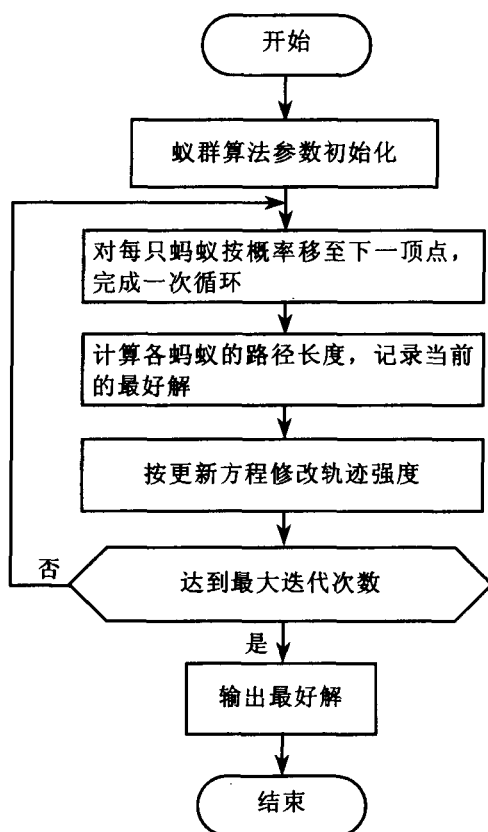


图 1.2 蚁群算法流程

1.3 粒子群优化算法基本原理

粒子群优化算法是一种进化计算技术, 最早是由 Kenney 与 Eberhart 于 1995 年提

出的。源于对鸟群捕食的行为研究的 PSO 同遗传算法类似，是一种基于迭代的优化工具。系统初始化为一组随机解，通过迭代搜寻最优值。目前已广泛应用于函数优化、神经网络训练、数据挖掘、模糊系统控制以及其他的应用领域。目前已提出了多种 PSO 改进算法，如自适应 PSO 算法、杂交 PSO 算法、协同 PSO 算法。

PSO 是模拟鸟群的捕食行为，设想这样一个场景：一群鸟在随机搜索食物。在这个区域里只有一块食物。所有的鸟都不知道食物在那里。但是他们知道当前的位置离食物还有多远，那么找到食物的最优策略是什么呢？最简单有效的就是搜寻目前离食物最近的鸟的周围区域。PSO 从这种模型中得到启示并用于解决优化问题。PSO 中，每个优化问题的解看作搜索空间中的一只鸟，我们称之为“粒子”。所有的粒子都有一个由被优化的函数决定的适应值，每个粒子还有一个速度决定它们飞翔的方向和距离，然后粒子们就追随当前的最优粒子在解空间中搜索。PSO 初始化为一群随机粒子（随机解），然后通过迭代找到最优解。在每一次迭代中，粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己。一个是粒子本身所找到的最优解叫做个体极值 $pbest$ ，另一个极值是整个种群目前找到的最优解，这个极值是全局极值 $gbest$ ，另外也可以不用整个种群而只是用其中一部分为粒子的邻居，那么在所有邻居中的极值就是局部极值。

在找到这两个最优值时，每个粒子根据如下的公式来更新自己的速度和新的位置：

$$v_{k+1} = c_0 v_k + c_1 (pbest_k - x_k) + c_2 (gbest_k - x_k) \quad (1.7)$$

$$x_{k+1} = x_k + v_{k+1} \quad (1.8)$$

其中， v_k 是粒子的速度向量； x_k 是当前粒子的位置； $pbest_k$ 表示粒子本身所找到的最优解的位置； $gbest_k$ 表示整个种群目前找到的最优解的位置； c_0 ， c_1 ， c_2 表示群体认知系数， c_0 一般取介于(0, 1)之间的随机数， c_1 ， c_2 取(0, 2)之间的随机数。 v_{k+1} 是 v_k 、 $pbest_k - x_k$ 和 $gbest_k - x_k$ 矢量的和，其示意图如图 1.3 所示。在每一维粒子的速度都会被限制在一个最大速度 v_{max} ($v_{max} > 0$) 内，如果某一维更新后的速度超过用户设定的 v_{max} ，那么这一维的速度就被限定为 v_{max} ，即若 $v_k > v_{max}$ 时， $v_k = v_{max}$ 或 $v_k < -v_{max}$ 时， $v_k = -v_{max}$ 。

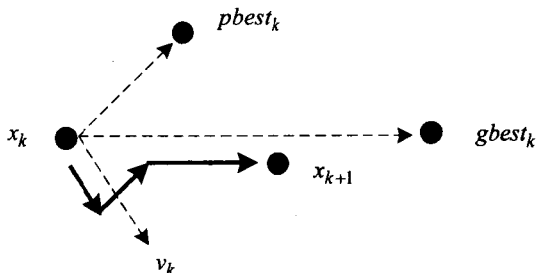


图 1.3 3 种可能移动方向的带权值的组合

PSO 具有以下一些特点：