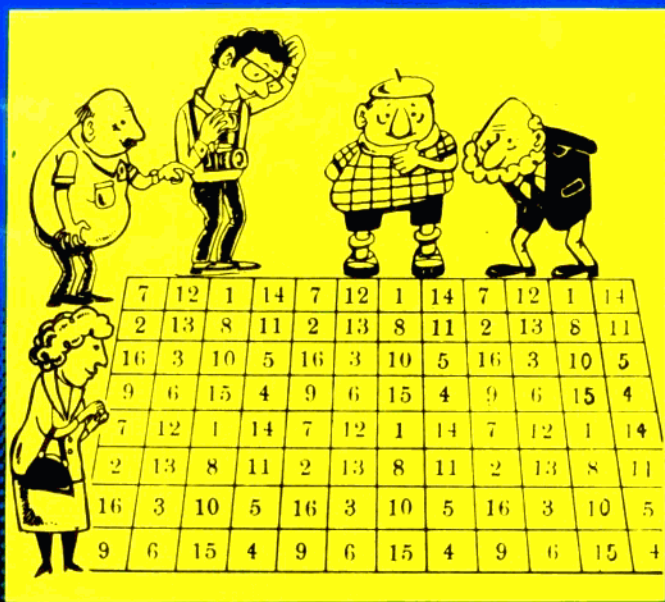




神奇的 数和形

李毓佩 著



河北教育出版社

小博士文库

神奇的数和形

李毓佩 著

河北教育出版社

(冀)新登字 006 号

《小博士文库》顾问、编委、责编

顾 问 严济慈

康克清

冰 心

柳 斌

王祖武

编 委 (以姓氏笔划为序)

安伟邦 李家诚 宋东生

罗 英 郑廷慧 姬君武

姜达雅 殷志杰 常 瑞

詹以勤 蔡宇征

责 编 张贻珍 孙新龙 颜 达

张福堂 路殿维

小博士文库
神奇的数和形
李毓佩 著

河北教育出版社出版发行 (石家庄市城乡街 44 号)
河北新华印刷厂印刷

787×1092 毫米 1/32 3.875 印张 75,000 字 1990 年 4 月第 1 版
1997 年 1 月第 3 次印刷 印数:14,001—24,000 定价:2.60 元

ISBN 7-5434-0677-2/G·546

(如发现印装质量问题,请寄回我厂调换)

造 就 新 一 代 人 才
承 担 跨 世 紀 重 任

嚴濟慈



題

一九八九年十二月

愿小博士文库和孩子们
们一起进入2000年！

冰心 

博覽群書

添智慧

柳斌

一九八十七

《小博士文库》序

亲爱的少年朋友们,我欣喜地向你们推荐一套课外优秀儿童读物——《小博士文库》。这套由河北教育出版社出版的文库,集百科知识与各项智能训练于一身,熔自然科学与社会科学于一炉,向你们展示了一个多彩的画面:有基础科学、科学史、新科技,也有未来科学、自然之谜和科学探险故事,还有动脑动手学科学;有文学欣赏、艺术研究、历史、地理、经济与法律知识,也有思想品德教育、心理素质培养,还有读写知识,体育常识,等等。

这套文库不仅内容广博,而且知识新颖,富有时代气息。更可贵的是它在智力、能力的培养提高方面所作的努力,使它与一般知识性丛书相比,具有独到之处。它将为你们的知识储备、智能开发,提供极好的条件。

我们应该感谢河北教育出版社为小读者准备了如此精美的精神食粮,我更希望各位少年朋友成为“小博士”,早日走上成功之路!

高占祥

1989年1月12日凌晨

这本书讲些什么？

在这本书里面，我将向同学们讲述神奇的数和奇妙的形，为什么要讲这些问题呢？

这是因为，人类在没有发明文字以前，就已经认识数，就会画好多种图形，它是人类最早创造的文化，是人类最早表现出来的智慧。几千年以来，数学始终没有脱离过对数和形的研究，在这本书里，你将看到，从古希腊人的摆石子到现代超级电脑，都在揭示数的一些神奇的性质，真叫人赞叹、惊讶！从小板凳的三条腿，到现代化的球形建筑，这一切，又都是形的美妙性质的利用，在这本书里，你将看到，形代表的意思，还成为向外星人传递地球文明的信息哩！

数学并不枯燥，它们很有趣，其中有很大的学问。在这本书里，我还给你们讲了一些有趣的数学故事和有趣的数学游戏，你不但能在这里学到几手绝招，还能领会好多数学里的道理。

在这本书里，还介绍了几个世界难题。你会想“数学家也解决不了的数学难题，一定非常难，小学生肯定是看不懂的！”不，你只说对了一半，难题固然很难，但不一定小学生都看不懂。我就选了几个你能看懂的世界难题，你不但完全能看懂，

还会觉得非常有趣哪！

为什么要把数学搞得那么枯燥呢？咱们讲故事、想问题，说古道今，连学带玩，该多么有意思，你同意吗？

作 者

1988 年

目 录

神奇的数

乌龟背上的数	(1)
52 年的努力	(6)
用石子摆成的数	(9)
古怪的古埃及分数	(12)
完全数和相亲数	(16)
质数之谜	(20)
数字迷信	(25)
密码传奇	(30)
数字的游戏	(34)
杯子里的互质数	(37)

美妙的形

从小板凳三条腿谈起	(11)
黄金数和黄金分割	(17)
老树开新花	(52)
捆地球的绳子	(54)

叠纸盒的学问·····	(57)
周游世界的游戏·····	(60)
最美的形体·····	(63)

数学博士的万宝箱

诗人的把戏·····	(66)
想白吃饭的青年人·····	(69)
皮诺曹的鼻子在哪儿? ·····	(72)
从手摇计算机到电子计算机·····	(76)
哲学家头上的黑·····	(80)
线团的妙用·····	(82)
隐藏海盗·····	(85)
点燃烽火·····	(88)
数字卡片的秘密·····	(92)
数学家童年二三事·····	(95)

你能看懂的世界难题

36 名军官问题 ·····	(100)
七桥问题·····	(104)
冰雹猜想·····	(108)
四色问题·····	(111)
π 的吸引力 ·····	(115)

神奇的数

乌龟背上的数

传说古代大禹治水的时候，洛水（现在陕西的洛河）里浮出一只大乌龟，乌龟背上有许多圈圈点点（图1），它们代表什么意思呢？不明白。于是，有人就把这上面的图说得神乎其神。

其实图上写的是九个自然数，画圈的是奇数1、3、5、7、9；画点的是偶数2、4、6、8。把这九个数填入九个方格子里，就得到一个由自然数构成的图。这种图，在我国古代叫“九宫图”，也叫“纵横图”，在国外叫“幻方”。洛水浮出大乌龟的传说虽然不可靠，但是这种纵横图，在我国古代确实是有的。

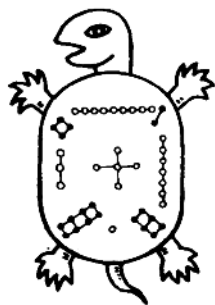


图1 乌龟：知道我背上圈圈点点的意思吗？

4	9	2
3	5	7
8	1	6

纵横图为什么这样纵横排列呢？细琢磨一下，就会发现它很有趣，原来，图中的每一横行，每一竖行及每一对角线上的三个数相加，它们的和都是 15。你瞧：

横行： $4+9+2=15$ ，

$3+5+7=15$ ，

$8+1+6=15$ ；

竖行： $4+3+8=15$ ，

$9+5+1=15$ ，

$2+7+6=15$ ；

对角线： $4+5+6=15$ ，

$2+5+8=15$ 。

乌龟背上的纵横图，排成了三行三列，一共有 9 个数。这

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4



样排列的 9 个数叫做 3 阶幻方，15 叫做幻方常数。

在印度加太苏兰神庙的石碑上，发现过一个 11 世纪的 4 阶幻方（图 2）。这个 4 阶幻方的每一横行，每一竖行及每一对角线上的 4 个数的

图 2

和等于 34，也就是说 4 阶幻方常数是 34。

幻方在古代印度，也带上了浓厚的迷信色彩，他们认为幻方可以“避邪”。有人把幻方挂在脖子上，有人把幻方贴在门上，用来驱邪避灾。

16 世纪德国著名画家丢勒有幅木刻雕版画，叫做《忧郁》。这幅图的右上角也有一个 4 阶幻方（图 3）。虽然它也是 4 阶幻方，但是里面的数字，和印度古代的 4 阶幻方比较，排列的顺序却不一样。如果仔细研究一下这个幻方，会发现这个幻方很特殊。它最下面的一行里，中间两格的数字是 15、14，而丢勒创作这幅木刻雕板画的年代恰好是 1514 年。原来丢勒把他画这幅画的年代巧

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

图 3

妙地放进了幻方之中。丢勒创造的幻方还有另外几个特殊点：

（1）最上面两行数中的每一个数自乘然后再相加，它们的和等于最下面两行数中的每一个数自乘再相加的和。

你看：最上面两行数中每一个数的自乘再相加是：

$$16 \times 16 + 3 \times 3 + 2 \times 2 + 13 \times 13 + 5 \times 5 + 10 \times 10 + 11 \times 11 + 8 \times 8 = 748;$$

最下面两行数中每一数的自乘再相加： $9 \times 9 + 6 \times 6 + 7 \times 7 + 12 \times 12 + 4 \times 4 + 15 \times 15 + 14 \times 14 + 1 \times 1 = 748$ 。它们不是正好相等吗？

（2）第一行和第三行的数自乘之和，等于第二行和第四

行数的自乘之和。(计算的方法和 (1) 相同)

(3) 两条对角线上的数的和等于不在对角线上的数的和。

你看：

对角线上的数的和： $16+10+7+1+13+11+6+4=68$ ；

不在对角线上的数的和： $3+2+5+9+15+14+12+8=68$ 。

(4) 更奇妙的是，对角线上的数的自乘之和，等于不在对角线上的数的自乘之和。这一条我想你自己可以把它计算出来，加以证明。

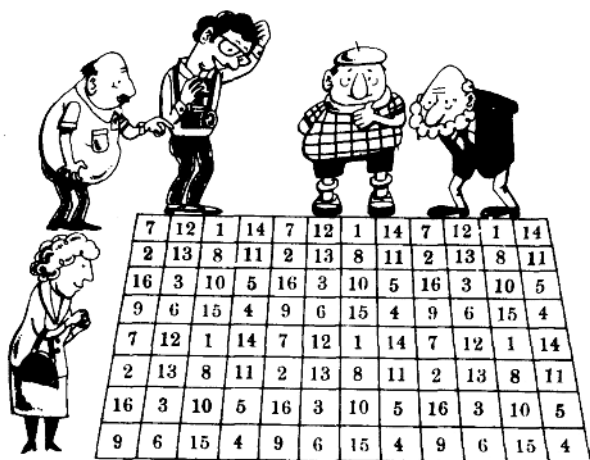


图 4 数字里有什么学问？

因为幻方有这么多神奇的特性，所以科学家把幻方看作是人类的智慧的结晶。在一次国际博览会上，参观的人们奇怪地发现，地面上的方砖上都写着数字（图4），这些数字包含着什么意思呢？聪明的人终于看明白了，原来，你任意按着横、竖、斜的方向找出4个相邻的数，加起来都等于34。哦！这是由许多4阶幻方拼成的地面，真不简单哪！

幻方既然这么有趣，它排列的方法又有很多花样，数学家就想，各种幻方的排列方法，究竟有没有规律呢？于是，许多数学家对幻方的排列法进行了研究，发现3阶幻方只有一种排法，而4阶幻方却有880种排法。5阶幻方呢？当然更复杂了。通过电子计算机计算，5阶幻方共有275305224种不同的排法，可真不少啊！

古老的幻方在现代科学研究上焕发了青春。它被用来研究数学的新分支——组合数学。为了探索别的星球上是否有宇宙人，人类发射了飞出太阳系的飞船，飞船上有照片，音乐录音，还有一幅四阶幻方图（图5）。

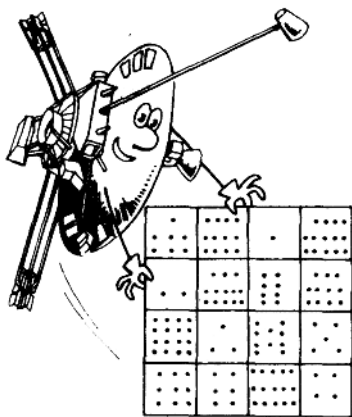


图5 考考外星人，看得懂这里面的意思吗？

如果飞船到达的那个星球上有宇宙人，而且他们也具有智慧，他们就能看懂这幅图画的含义，知道地球上人类的数学思维已经发展到什么程度。因为这种图形没有任何数字，只

有数的含义，外星球的智慧宇宙人，虽然不认识地球上人类所用的数字，但是可以识别图形。幻方成为与外星球的智慧人首先沟通思想的文明语言之一，不是很光荣吗？

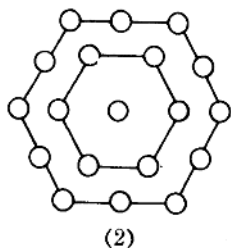
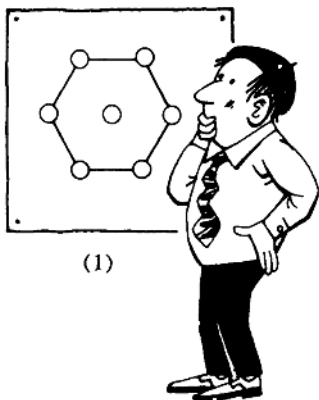


图 6 亚当斯：可以排出六角形的幻方吗？

52 年的努力

我国排出了世界上最早的幻方。我国明代数学家杨辉在 1275 年排出了 3 阶到 10 阶的幻方。到目前为止，我国数学家已经排出了 125 阶幻方。

排幻方是数学研究的内容，是十分艰苦的事。下面给你讲一个排幻方的故事：

70 多年前，国外有个叫亚当斯的青年，他对幻方非