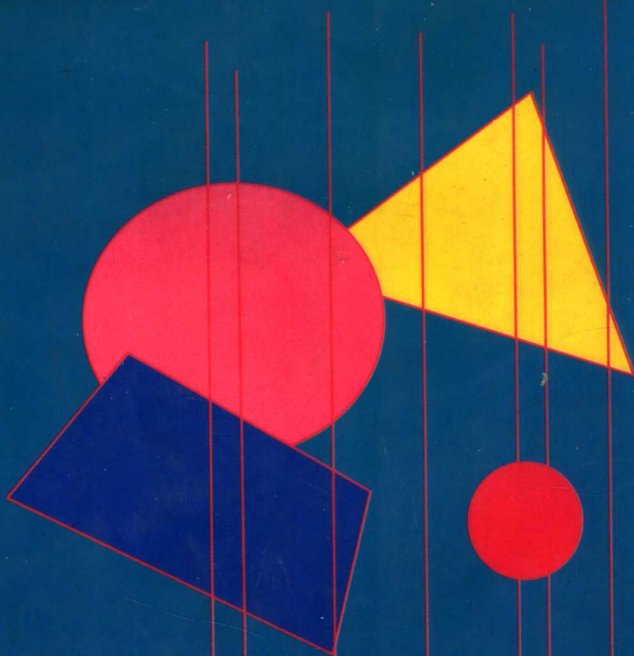


华东师范大学出版社

小学
数学
教育心理研究

胡本炎

教育心理研究



华东师范大学附属小学教育科研成果

华东师范大学附属小学教育科研成果

小学数学教育心理研究

胡本炎

华东师范大学出版社

责任编辑 陈信清

封面设计 高山

小学数学教育心理研究

胡本炎 编著

华东师范大学出版社出版发行

(上海中山北路 3663 号 邮政编码 200062)

新华书店上海发行所经销

华东师范大学印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 6 字数 150 千字

1998 年 12 月第 1 版 1998 年 12 月第 1 次印刷

印数 001—2 500 本

ISBN 7-5617-1899-3/G·872

定价 11.00 元

序

我与胡本炎老师合作从事“学与教的心理学原理应用于课堂教学”的研究已有十多个寒暑了。先是他从我系学习当代有关学与教的心理学原理，我从他执教的课堂上吸取他应用教育心理学理论改革小学数学教学的经验。由于长期坚持把教育心理学理论学习和课堂教学改革相结合，他不仅在小学数学教学改革的实践中做出了突出贡献，而且在应用教育心理学原理总结课堂教学实践的经验方面，达到了很高的水平。许多中、小学教师认为，心理学理论太抽象，学了用不上。在胡老师身上我们可以看到，他已把许多心理学原理学透、用好、用活了。

这本集子是胡老师长期来把教育心理学理论与教育实践相结合的总结。从这本集子我们可以看到，胡老师的小学数学学习论思想和教学论思想是不断发展的。他较早发表的文章侧重研究课堂教学中学生思维能力的培养；后来他接受了现代认知心理学中的同化学习论原理，他运用该理论分析了小学数学教材结构、学生的认知结构特征和促进学生形成良好数学认知结构的教学模式，这样就把学生思维能力的培养与数学知识教学融为一体；以后他又接受了现代认知心理学的图式理论和知识分类学习论，近期的论文既强调了加强基本数学关系教学的重要性，也未忽视学生基本技能学习，尤其是学习方法的重要性，在这些方面，他均有实践和理论建树。总之，心理学家提出了许多有关学与教的一般原理，胡老师则已把这些原理运用于小学数学课堂教学实践，并提高了教学效果。这也许是本论文集最可贵和最值得称赞之处。

本论文集涉及小学数学的学习与教学的许多方面。除上面提

到的外,胡老师还对小学数学教学中的学习动机、认知发展和个别差异以及学生的计算错误的原因等方面作过精心研究,提出了许多独到的见解。

当前我国基础教育正面临从“应试”教育向“素质”教育转轨。许多教师迫切希望通过教育学和心理学理论学习,改变教育观念并提高实施“素质”教育的技能。在这样的时刻,华东师范大学附属小学的领导决定在胡本炎老师从教40周年之际,将他的论文汇编成册出版,以示庆贺,实乃一远见之举。我相信,这个论文集的出版不仅会受到小学数学老师的欢迎,而且对其他有志于将现代学习论和教学论原理应用于自己的教学实践的中小学各科教师,也富有启迪作用。

华东师范大学心理系 皮连生

1998年2月26日

目 录

1. 小学生数学学习的模式与认知结构的研究	1
2. 小学生数学学习的认知发展与个别差异的研究	34
3. 认知结构同化论在几何概念与规则教学中的应用研究 ...	58
4. 图式理论与小学数学教学改革	74
5. 产生式理论与小学生计算技能的形成	82
6. “知识同化论”与学习方法指导	89
7. 改革课堂教学 发展创造性思维	102
8. 小学高年级数学教学中“分析、综合”思维能力的培养 ...	110
9. 小学高年级数学教学中“抽象、概括”思维能力的培养 ...	118
10. 小学数学教学中学习动机的培养	125
11. 小学数学课堂教学两种教学模式的研究	137
12. 小学生解答应用题思维能力的分析	144
13. 小学生计算错误的原因及其对策的研究	150
14. 谈小学数学教学目标的制定	156
附录:小学数学部分课堂教学设计	160
一、“小数点位置的移动引起小数大小的变化”教学设计.....	
.....	160
二、“小数四则混合运算”教学设计	164
三、“百分数的意义和写法”教学设计	169
四、“五年级行程应用题复习”教学设计	175
后记	183

小学生数学学习的模式与认知结构的研究

一、小学生数学学习的分类

学习是很复杂的心理现象,对学习进行适当的分类,可以掌握不同类型学习的特殊性,从而能更有效地指导学习者进行学习。由于心理学家的观点或实验方法不同,因此对学习的分类也很不一致。加涅(R. M. Gagné)根据产生学习的情境,把学习由简到繁、由低到高地分为信号学习、刺激反应的学习、连锁的学习、语言的联合、辨别的学习、概念的学习、规则的学习、解决问题八类。我国潘菽主编的《教育心理学》一书,主要从学校教育实际出发,依据学习的内容与结果,划分为知识的学习、动作技能的学习、心智技能的学习、社会生活规范的学习四类,这种分类比较符合德、智、体全面发展的要求。(奥萨贝尔(D. P. Ausubel)根据学习进行的方式,把学习分为接受学习与发现学习,又根据学习材料与学习者原有知识的关系,把学习分为机械学习与有意义学习)这种分类法,比较符合学校教学的实际。

1. 小学生数学学习中的机械学习与有意义学习。

学生在学习数学时,不仅记住书本上的语言文字符号或数学符号,而且能理解这些符号所代表的实际内容(概念、规则、原理等),这样的学习是有意义学习。反之,学生如仅仅记住了符号的组

合或词句,即死记硬背,并没有理解其中的实质内容,这样的学习就是机械学习。)例如有的学生在解应用题时,见“多”就加,见“少”就减,这正是由于这些学生在学习“比多”“比少”数量关系时,并不理解其实质意义是“谁与谁比,谁比谁多,谁比谁少”;只是机械地记住“多”就是加,“少”就是减。因此当遇到如“白气球有 12 只,白气球比红气球少 5 只,红气球有多少只?”这类题时,就会错解为 $12-5=7$ (只)。

(产生有意义学习的外部条件是学习材料必须具有逻辑意义,这种逻辑意义指的是材料本身与学生学习能力范围内的有关观念可以建立非人为和实质性的联系。)例如平行四边形的概念与学生原有的认知结构中四边形的概念,不是人为的联系,而是一种一般与特殊的关系。又如一些计量单位的进率学习,由于这些进率如 $1\text{米}=10\text{分米}$ 、 $1\text{小时}=60\text{分钟}$,都是人为的一种约定,因此在学习这样的材料时,就不能产生有意义学习。但在学习面积单位的进率时,由于学生认知结构中已有了 $1\text{米}=10\text{分米}$ 的观念,又有了正方形面积计算的规则,学生在学习 $1\text{平方米}=100\text{平方分米}$ 时,新旧知识就产生了非人为的关系。小学数学教科书所提供的绝大多数材料都具有逻辑意义,因此小学生在数学学习时,一般都具备了有意义学习的外部条件。但具备了有意义学习的外部条件,并不一定能产生有意义学习,学生认知结构中,还必须具有适当的知识可以与新知识进行联系,并且能积极主动地使新知识获得实际意义,也就是说,还必须具备内部条件,才能产生有意义学习。例如在珠算加减法学习中,有的教师先要求学生记住口诀,然后再教学生如何运用口诀拨珠。而有的教师在教学中,不仅要求学生记住口诀,而且还引导学生用原有认知结构中有关加法、减法的计算方法与珠算的拨珠方法进行联系,使学生能在学习过程中,积极主动地使新旧知识发生相互作用。很显然,这样的学习是有意义学习,而前者的学习由于没有上述的新旧知识积极主动地相互作用的过程,因此

就会导致机械学习。但在这种情况下,也并非所有学生都是机械学习,如一些学生在记住口诀的过程中,通过自己的努力和加工,获得了口诀的实际意义,那么这一部分学生所进行的是有意义学习。同样在进行有意义学习时,如一些学生并没有有意义学习的心向,这些学生不去领会口诀的实际意义,而采用死记硬背的方法,那么这一部分学生所进行的还是机械学习。(因此只有具备了有意义学习的外部条件,又具备了有意义学习的内部条件,才能产生有意义学习。)

2. 小学生数学学习中的接受学习和发现学习。

接受学习是教师把学习内容以定论的形式教给学生。例如小学生在学面积单位时,教师要求学生拿出边长1厘米的正方形,并告诉学生,这样边长1厘米的正方形,它的面积就是1平方厘米,接着又用同样方法把什么是1平方分米,什么是1平方米再告诉学生。而有的教师则是通过阅读教科书上的有关内容,然后再讨论有哪些常用的面积单位及其大小。上述教师通过讲述或通过阅读教科书这样的教学形式,学生的学习完全是通过接受获得知识,不可能有新知识的发现过程。在接受学习中,可以是机械的,如上例把常用的面积单位的含义直接向学生展示,并要求学生逐字逐句地记住,这样就导致机械学习。(但如果教师在教学中积极创造有意义学习的条件,让学生通过手摸和观察物体的表面及各种平面图形,并比较其大小,让学生用已有经验与面积的概念相联系,从而获得面积的概念,进而用划分小方格的方法进行面积大小的比较,再引导出用面积单位来比较面积大小的最佳方法。这一过程中,学生始终积极主动地用原有认知结构中已有的经验及观念与新知进行联系,这样就使学生产生有意义学习。)

发现学习并不是把学习的主要内容以定论的形式告诉学生,而是向学生呈现有关知识的正反例子,学生须通过这些例子,把学习的主要内容发现出来。例如一位教师在“循环小数”的教学中,先

让学生计算 $5.7 \div 30$; $1 \div 3$; $70.7 \div 33$ 三题, 要求学生在计算中如发现除不尽而认为没必要除下去时可以停止计算, 计算后学生获得下面结果: $5.7 \div 30 = 0.19$; $1 \div 3 = 0.333\cdots$; $70.7 \div 33 = 2.14242\cdots$ 。教师以后两题的商作为概念的正例指出是循环小数, 以第一题的商作为概念的反例指出不是循环小数(不作定义解释), 接着教师提供下面一组材料(参看表 1-1), 要求学生判断是否是循环小数, 并对学生的判断作出肯定或否定的回答。最后教师又用下面第二组材料要求学生, 继续判别: $0.666\cdots$; $3.1415926\cdots$; $0.142857142857\cdots$; $5.3030\cdots$; $1.42727\cdots$; 3.818181 。上述六题 92% 的学生都作出了正确的判断。至此我们可作出如下假定, 由于教师并没有把循环小数的概念以结论形式告诉学生, 向学生呈现的只是有关循环小数的正反例子, 所以学生必须通过这些例子进行发现学习。

表 1-1

	学生反应	教师反应
0.235235.....	是	对
1.407042.....	是	错
2.142142.....	是	对
7.03040501.....	不是	对
6.252525	是	错
3.18282.....	是	对

在课堂教学中, 像上面这样的较独立地进行发现是很少的。在小学数学课堂学习中, 大多数采用指导发现学习, 即在教师的精心指导下, 学生去发现知识的规律, 例如长方形面积计算公式的学习, 教师设计了下面一组练习(图 1-1), 要求学生计算出这些图形的面积。在整个学习过程中, 教师并没有把长方形面积计算公式的结论直接告诉学生, 而是通过对这一组图形的观察、思考、计算最后发现的。

又如圆周率的学习, 课前教师要求学生准备直径是 1 厘米、

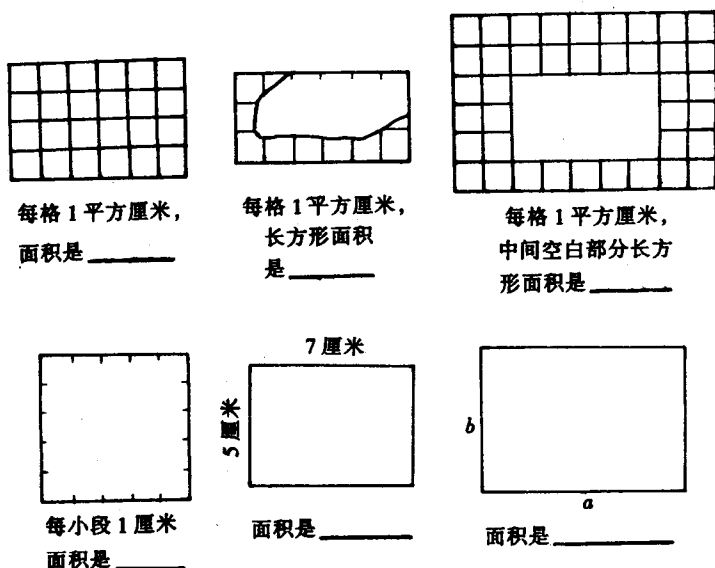


图 1-1

2 厘米、3 厘米、4 厘米、5 厘米的一些圆,课堂上要求学生量出它们的直径和周长,然后教师在黑板上公布表 1-2,要求学生口算出周长与直径间的倍数关系。为了使学生发现规律,取商的整数部分。当写到直径是 4 厘米后,学生已发现,无论直径多大的圆,圆的周长总是直径的 3 倍多一些。这时教师告诉学生,任何圆的周长都是直径的 3 倍多一些,这个倍数可用 π 表示,并指出 π 的近似值。

表 1-2

直径(厘米)	周长(厘米)	周长÷直径
1	3.	(3.)
2	6.	(3.)
3	9.	(3.)
4	12.	(3.)
5	15.	(3.)

在上述两例中,无论是练习的设计,还是圆的大小选择、表格的设计、测量的方法与计算的方法等都是教师精心设计安排的。这样的指导发现学习,在小学数学课堂学习中是常见的。教师指导的成分越多,学生独立发现的成分就越少;教师指导的成分越少,学生独立发现的成分就越多。

在讨论发现学习与接受学习时,我们必须纠正一种错误的认识,即认为接受学习会导致机械学习,只有发现学习才能导致有意义学习。这种认识是片面的。因为学习有无意义,并不决定于学习形式,而是由学习内容和学习者决定的。凡学习材料有逻辑意义,不管采用发现学习,还是采用接受学习,只要教师能将具有逻辑意义的学习材料,同学生已有的认知结构联系起来,使学生能理解材料的真正含义,就是有意义的学习。如果学生无学习的志向,就是采用发现学习的形式,结果仍然导致机械学习。如前面提到的圆周率的学习,如一些学生无意去探索,最后只记住了 $\pi=3.14\cdots$ 这个结论,那么这些学生所进行的学习还是机械学习。

在小学数学学习中,有意义的接受学习是学生获得数学知识的主要形式和途径。因为学生不可能也没必要对前人积累起来的数学知识,再经过自己的探索重新发现。如圆周率,学生在课堂上只用了40分钟就获得了前人不知花了多少个世纪才获得的结果。但我们也必须看到,发现学习确实有许多优点,发现学习有利于激发智慧的潜力,有利于培养学生实践操作的能力,有利于培养学生分析、综合、推理、判断等逻辑思维能力,有利于记忆的保持。

3. 语言符号学习、概念学习、规则学习和命题学习。

在有意义数学学习中,根据学习任务的复杂程度,可分为数学语言符号学习、数学概念学习、数学规则学习和数学命题学习。

(1)数学语言符号学习。在小学数学学习中,有许多数字符号,例如数学符号(1、2、3、 $\cdots$ 、0.1、1.2、0.3、 $\cdots$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{4}{5}$ 、 $\cdots$)、运算

符号(十、一、 $\times$ 、 $\div$ 、 $=$ ……)、字母符号(s 、 v 、 t ……)及一些有关数学的词汇或言语(多、少、质数、公约数、速度……)。数学语言符号学习就是把数学语言与数学符号所代表的观念,在学生认知结构中建立相应的等值关系。例如小学生在刚学习长方形时,教师指着各种有长方形表面的实物,如书桌面、簿本面、黑板面、教室的地面等等,告诉学生像这些物体表面的图形是长方形,使学生把“长方形”这言语或词汇与具体的图形发生联系,并在认知结构中形成长方形的表象,这是前期语言符号学习。以后当听到或看到“长方形”这个语言或词汇时,认知结构中重现长方形的表象,这是后期语言符号学习。

在语言符号学习中,随着学习的不断深化,语言符号所表示的观念也在不断深化。如刚入学的儿童在学习“1”时,“1”在儿童认知结构中所代表的是1支铅笔、1本练习本、1个人、1只皮球……等具体的事物。随着认知的不断深化,对“1”的观念也在不断变化,“1”可以代表1小时、1千克、1千米……等计量单位;“1”代表自然数的计数单位;在分数学习中,“1”可以代表1个图形、1个物体,也可代表1条公路、1堆货物、1个整体。同一符号对于不同年龄、不同生活经验或认知水平不同的学生会作出不相同的等值反应。

(2)数学概念学习。数学概念是人对客观事物中有关数量与形体的关系的概括。数学概念学习就是掌握这些数量或形体的特征(本质属性)。小学数学中概念很多,一般可分为数(自然数、小数、分数)的概念、初步的代数概念和初步的几何概念,这些概念既互相交织又各自成体系。

小学生学习数的概念一般可分下面几个阶段:①对自然数的认识摆脱了原始的实物(数小棒)和操作(手指操作),学习中能采用框图形式,把单个的“数”转化为整体的数群和数序,并能对所学的数进行分解和组合。在这阶段,学生不但获得了数的确定的概念,而且获得了数的构成的概念。②掌握10的计数单位,形成十进

位概念和数位概念,并能用十进位制的认数模式迁移到百、千、万及万以上数的认识与读写中去,初步形成自然数列的概念系统。③在掌握十进位运算符号,学习“0”的概念和“一共”、“剩余”、“相差”、“倍”、“平均分”等数学术语,以及进行四则运算中,对数量关系的理解得到进一步发展。④建立小数、分数概念,扩展数的概念。

小学几何概念的学习,包括点、线、面、体等基本概念的学习。学生通过几何概念的学习,发展空间观念。小学生学习几何初步知识是结合数的认识和四则运算进行的,他们通过观察、比较、操作、实践等一系列认知活动,逐步抽象获得有关几何的概念。整个学习过程可分为三个阶段:①在一组图形的集合中,能识别简单的几何图形,如在角的认识中,能在一组图形中指出锐角、直角和钝角;能排除一些由于习惯与经验所产生的干扰,识别变式图形,如三角形、平行四边形高的认识。②能进行简单几何图形的作图,从作图中加深理解几何概念。③在识图与作图基础上,能正确区分各种几何图形的本质属性与非本质属性,从而说明图形的特征。

代数概念比算术概念更概括,它以更一般的形式表示数量关系。用字母表示数,使数的概念又一次得到扩展。小学生在低年级学习中,学会用“()”或“□”表示数;在中年级学习中,进一步上升到用字母表示所求的数,用字母表示运算定律或计算公式(如长方形周长、面积计算公式);到高年级的方程学习中,学生排除算式对方程的干扰,逐步建立等式、等量、方程等概念。

(3)数学规则学习。数学规则学习是更复杂的概念学习,一些定义性的概念学习,就是一种规则学习。如路程÷时间=速度,学生只有在建立了“时间”“路程”“除”的概念的基础上,才有可能学习“速度”这一概念。规则是学生进行操作的指令,如运算法则、运算顺序的一些规定、计算公式、运算定律等,都是数学情境中的一些操作规则。在这些规则中,一般都包含两类概念,一类是情境性的概念,另一类是转换性的概念,它们代表某种操作或运算。例如

四则混合运算的运算规则是：在无括号的四则混合运算中，如只有加减法或只有乘除法，则应从左往右依次运算；如既有加减运算又有乘除计算，则应先算乘除法再算加减法。在运算规定中，划线部分是情境性概念，不划线部分是操作性概念。

将概念的特征以一定规则联系起来，也是规则学习。小学数学的一些概念，根据其关键特征的多少，一般可分直言的和联言的概念。直言的概念只需具备一个关键特征，小学生学起来较容易，例如“比”的意义就是直言的概念，即只要两个数相除都可以说是两个数的比。联言的概念要具备两个或两个以上的关键特征，例如“对边相等，四个角是直角的四边形是长方形”。联言的概念比直言概念学起来困难，学生往往在使用规则时会顾此失彼。

学生在解决一些数学问题时，需要重新组织已获得的若干概念或规则，这类重新组合的规则是高级规则。例如学生在解 $2x + 8 = 56$ 方程过程中，必须应用方程的概念、方程的解的概念、求加数的规则、求因数的规则、四则计算的规则等若干概念和规则，通过学生对有关概念、规则的选择与重组，产生解上面方程的高级规则；又如平行四边形面积计算公式的推导过程中（参见图 1-2），学

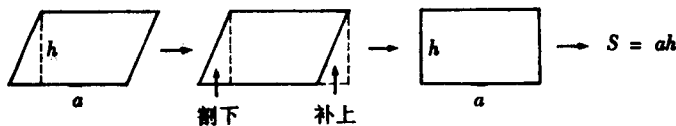


图 1-2

生根据问题的情境，不是简单地应用已知的规则，而是重组认知结构中的有关规则：①把平行四边形割补成长方形后面积不变的规则；②线段移接后长度不变的规则；③长方形面积计算的规则。通过选择和重组，产生平行四边形面积计算的高级规则。

高级规则学习是在解决新的问题过程中发生的,一旦规则掌握,当第二次或第三次遇到类似的课题时,只是一种练习而不再是高级规则的学习了。高级规则是相对而言的,对学会了长方形面积计算的学生来说,平行四边形面积计算规则学习是高级规则学习。

(4)数学命题学习。小学数学教材上的计算法则、运算定律、运算性质、数量关系、数学概念等,一般都是以命题的形式出现的。命题可分为两类,一类是非概括性命题,如“边长2厘米的正方形的面积是4平方厘米”,此命题是表示边长2厘米的正方形与4平方厘米这两个特殊事物之间的关系,此类命题是表示若干个特殊事物之间的关系;另一类是概括性命题,如“两个底角相等的三角形是等腰三角形”,此命题中所述及的两个底角相等的三角形,是指任何两个底角相等的三角形,此类命题是表示若干一般事物或性质之间的关系。

命题都由单词或术语、符号、数字构成,学生要进行命题学习,首先要知道这些组成命题的单词、术语、符号表示什么,这些数字表示哪些概念之间的关系,所以命题学习也包含了语言符号学习,且要以概念学习为前提。

二、小学生数学学习的模式

(一)概念学习的两种基本形式

概念的学习过程,就是对客观事物的本质属性进行抽象概括的过程,也是舍弃事物非本质属性的过程。所以概念学习就是学生对同类事物的本质属性与非本质属性的不断辨别的过程,一般有概念形成与概念同化两种基本形式。

1. 概念形成。

概念形成的心理过程包括知觉辨别、提出假设、检验假设、本

质属性概括、新概念推广到一切同类事物。例如学生学习扇形的概念,当课题出现时,学生会从字义上认为像扇子一样形状的图形就是扇形,显然这是扇形的非本质属性。为了使 学生能获得扇形的本质属性,教师逐次出示一组扇形的正反例证(图 1-3),要求学生观察这些图中的阴影部分,并作出是否扇形的判断。教师根据学生的判断作出肯定或否定的回答。学生不断判别的过程,就是不断提出假设和对假设进行检验的过程,也是学生不断舍弃概念的非本质属性并发现概念的本质属性的过程。有些学生当判断到第⑦、⑧图时,已发现了扇形概念的关键属性(即本质属性),而大多数学生当判断到第⑨、⑩图时,也已发现了扇形的本质属性,即必须是二条半径和圆周的一部分(即弧)围成的封闭图形。在上述概念形成的学习过程中,学生不仅排除了扇形就是像扇子一样的图形的非本

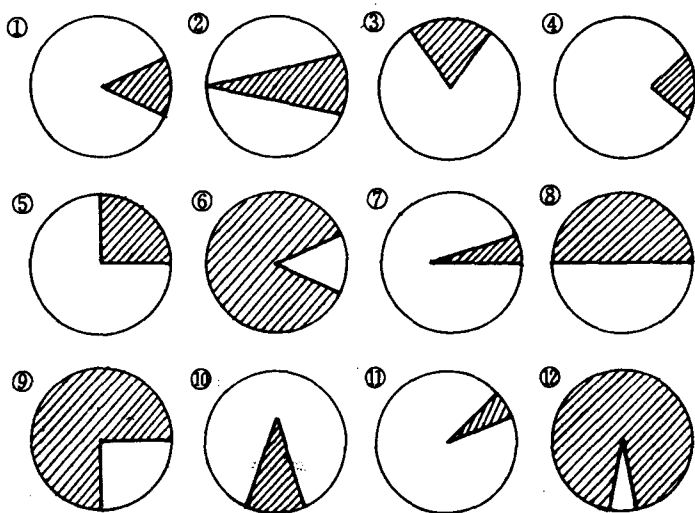


图 1-3