高中数学

高考中的数学思想方法

龙门专题

主编 徐有标
刘治平

十省状元联名推荐
百位名师共同打造

最新修订

龍門書局
www.Longmenbooks.com

高考中的数学思想方法

龙门专题

最新修订

主编　徐有标　刘治平

编者　徐有标　刘治平　刘京琼　徐雁　郭秀云　杨福玲

龍門書局

北京

图书在版编目(CIP)数据

高考中的数学思想方法/徐有标,刘治平主编.—修订版.—北京:龙门书局,2006

(龙门专题)

ISBN 7-80160-141-6

Ⅰ.高…　Ⅱ.①徐…②刘…　Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料　Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第081087号

组稿编辑:田　旭/责任编辑:马建丽　李妙荼/封面设计:耕　者

龍門書局出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

www.longmenbooks.com

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社总发行　各地书店经销

*

2001年2月第　一　版　开本:A5(890×1240)

2006年8月第四次修订版　印张:8 1/4

2006年8月第十三次印刷　字数:252 000

印数:280 001—310 000

定　价:13.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

生命如歌

——来自北大清华优秀学子的报告

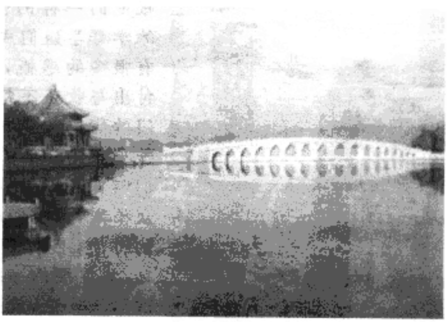
未名湖畔，博雅塔旁。

六月的晨光穿透枝叶，懒散地泻落在林间小道上，水银泻地。微风拂起，垂柳摇曳，湖面荡起阵阵涟漪，黑魆魆的博雅塔倒映在湖面，随着柔波翩翩起舞。林间传来朗朗的读书声，那是晨读的学子；湖畔小径上不断有人跑过，那是晨练的学子；椅子上，台阶上，有人静静坐着，那是在求索知识的宝库……

在北大，每个早晨都是这样的；在清华，每个早晨也都是这样；其实在每一所高校，早晨都是一幅青春洋溢、积极进取的景象！

在长达两年的时间里，我一直在组织北大、清华的高考状元、奥赛金牌得主还有其他优秀学子到全国各地去巡回讲演。揭开他们光彩夺目的荣誉的面纱，他们是那样的平凡、普通，跟我们是那么的相像接近；但在来来往往出差的路上，深入了解他们的过去、成长历程，我才发现，在平凡、普通的背后，他们每个人的成长都勾勒出一道独特的风景，都是一段奋斗不息、积极进取的历程，他们的生命都是一首隽永悠长的歌曲，成功更是偶然中的必然。

小朱，一个很认真、很可爱的女孩子，高中之前家庭条件十分优越，所以一直学习平平，不思进取；在她上高中前，家庭突遭变故，负债累累，用她妈妈的话说，“家里什么都没有了，一切只能靠你自己了。”她说自己只有高考一条路，只有考好了，才能为家里排忧解难。我曾经在台下听她讲自己刻苦学习的经历：“你们有谁在大年三十的晚上还学习到深夜三点？你们又



有谁发烧烧到39度以上还在病床上看书？……”那一年，她以总分684分成为了浙江省文科高考状元。

小弟姓谭，因为年龄最小，所以大家都叫他小弟，2003年广东省理科状元，佛山人。我们到广东巡讲结束后，车到了佛山，他却不下车，他说从这里找不到回家的路，因为在佛山上了三年学，除了回家的路知道，从来没有走出过学校的大门。我们只好把他送到广州汽车站，只有在那里他才知道怎么回家。我们大家都哈哈大笑，觉得有些不可思议，只有司机师傅道出天机：“小谭要是能找到回家的路，就不会是高考状元了！”

陆文，一个出自父母离异的单亲家庭的女孩，她说，她努力学习的动力就是想让妈妈高兴，因为从小她就发现，每次她成绩考得很好，妈妈就会很高兴。为了给妈妈买一套宽敞明亮的房子，她选择了出国这条路，考托福，考GRE，最后如愿以偿，被芝加哥大学以每年6.4万美金的全额奖学金录取为生物方向的研究生。6.4万美金，相当于人民币52万。

齐伟，湖南省高考第七名，清华大学计算机学院的研究生，最近被全球最大的软件公司MICROSOFT聘为项目经理；霖秋，北京大学数学学院的小妹，在坚持不懈的努力中完成了自身最重要的一次涅磐，昨天的她在未名湖上游弋，今天的她已在千里之外的西雅图……

还有很多很多优秀学子，他们都有自己的故事，酸甜苦辣，但都很真实，很精彩。亲爱的同学们，你们是否也已有了自己的理想，有了自己憧憬的高等学府，是否也渴望着跟他们一样的优秀？在分享这些优秀的学哥学姐们成功的喜悦时，你是否会有很多的感慨，曾经虚度光阴的遗憾，付出与收获不符的苦恼，求知而不入其门的焦虑？我有幸与他们朝夕相处，默默观察，用心感受，感受颇深。其实他们与你一样，并不见得更聪明，或者与众不同，但他们的成功却源于某些共同的特质：目标明确，刻苦勤奋，执着坚韧，最重要的一条是：他们都“学而得其法”，——这，就是为什么我们在本书的前言要讲述他们故事的原因；这，也是

我们策划出版《龙门专题》这套丛书的原因了。

在跟这些清华、北大优秀学子的交往过程中，曾多次探讨过具体学习方法的问题，而学习辅导资料则是他们反复谈到的话题。我们惊喜地发现：他们及他们的同学中，大部分人都使用过《龙门专题》这套书，有很多同学对《龙门专题》推崇备至，有人甚至还记得本套丛书中的一些经典例题和讲解。有时，看着他们互相交流使用《龙门专题》心得时的投入，像小孩子一样争辩着其中哪个知识版块，哪道题目最经典实用时的忘我，我们的激动溢于言表，于是，我让他们把自己使用这套书的心得体会写下来，跟更多的学子们来分享。说句实话，对本套丛书的内容和体例特点，他们的理解很全面也很深刻。受篇幅所限，在此只能简要地摘录一部分，与同学们共勉：

朱师达：(男，2005 年湖北省理科第一名，现就读于北京大学元培试验班)

对于数学、物理、化学等科目来讲，一定要有高质量的练习，《龙门专题》这套书习题讲解详细而具体，不仅例题，而且每章后的练习题都有详细地解答过程，只要认真阅读和揣摩，就一定能起到举一反三的效果，这是非常难能可贵的。

王佳杰：(2004 年高考上海市第一名，毕业于上海控江中学，高考总分 600(满分 610 分)，现就读于北京大学，获 2004 年上海优秀毕业生，2004 年北大新生奖学金等荣誉)

《龙门专题》所选的题目固然多，但决无换个数字就算新题的滥竽充数之招；题目虽然要求较高，但坡度合理，决非书后题和奥赛题的简单结合；《龙门专题》虽然针对的是全国卷的考生，但却也覆盖了所有上海卷的基本考点，又略微拔高一些，基于课本又高于课本——这正是上海高考卷的一向风格。总而言之，这套书给你的是脚踏实地备战高考的正道，如果，还有老师在旁指导挑选出最重要的例题和习题，有和你同样选择《龙门专题》的同学相互切磋的话，那就几乎是完美了。

孙田宇：(2005 年吉林省文科第一名，高考总分 682)

参考书是每一位学生在学习过程中必不可少的，我在自己备考时用的是

《龙门专题》。很推崇其中的“知识点精析与应用”、“综合应用篇”。“知识点精析与应用”将基础知识脉络理清，可检验我们对基础知识点的掌握是否牢固扎实。“综合应用篇”则可以帮助我们打开综合题和应用题的解答思路，面对纷繁多样的试题，发掘一些固定的方法，以不变应万变，我从中受益匪浅。

李原草：（男，2003年安徽省高考文科第一名，现就读于北京大学光华管理学院，曾获得北京大学明德奖学金和社会工作优秀奖）

我认为，一本好的参考书首先要条理清晰，重点突出，讲述透彻明了，参考书是对教材的补充而不是简单的重复。《龙门专题》这套书，依据教材而不是简单地重复教材，将数学、物理、化学等学科的知识分成很多知识点、知识块，分为很多册，分别加以总结和归纳，非常适用于平时有针对性地查漏补缺和系统强化复习。

徐惊蛰：（2003年河南省高考理科第一名，高考总分697，北京大学光华管理学院金融系）

我觉得《龙门专题》这套书非常人性化，适合不同的学生根据自身情况有针对性地进行辅导学习。题目设计难度适宜，由浅入深。我当时在排列组合、电磁学等章节上学得不是很好，做题也不得心应手，而这几本龙门的参考书，讲解非常细致，不论是前面对于章节要点的总结归纳，还是后面习题的解析都比较到位，尤其是练习题的答案，像这样详尽明晰的解析是很少见的。所以这样的书比较适合在某些知识版块上学习有困难的同学，以及自学者使用。建议专题细化的同时，也可以将某知识版块的内容与相关知识点结合、联系，使学生加强综合能力，融会贯通，而不仅仅掌握本知识版块。

刘诗泽：（2005年黑龙江省高考理科第一名，现就读于北京大学元培实验班）

好的参考书必须要根据考试的方向走，围绕考试的考查重点来布局。《龙门专题》这套书正是紧跟着考试走，例如数学等科目的参考书，都在每小节后列出了相关典型考题，以进一步强化复习相关知识点。

一本好书可以改变一个人的命运！我们真诚的希望每一个学生都能学会学习，梦想成真。

《龙门专题》，走向清华北大的阶梯！

《龙门专题》编委会

2006年8月

目　录

编者的话

数学思想是人们认识、理解、掌握数学的意识，数学方法是人们解决数学问题的方略.

数学思想方法是数学意识和数学方略的总称.数学思想是在一定的数学知识、数学方法的基础上形成的，反之，数学思想对理解、掌握、运用数学知识和数学方法，解决数学问题能起到促进和深化的作用.随着教育改革的深入发展，人们把学习数学知识、渗透数学思想方法的教育，作为数学教育的出发点和落脚点.目前不少数学教育家将学生对数学思想方法的理解、掌握与运用的水平，作为评价学生数学成绩的重要指标之一.

近年来我国的高考大纲里已明确地提出除考查学生“数学知识和思维能力”外，还要考查学生“数学思想方法”的运用能力.这一指导思想在这几年的高考试题中，无论在客观题还是主观题中都有明显体现，而且越来越向深度和广度发展.如 2003～2006 年全国统一高考数学试题中(理科)，考查运用数学思想方法解题的频数分布表如下：

2003～2006 年全国统一高考数学试题(理科含Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ卷)考查运用数学思想方法解题频数分布表

思想方法 / 考查频数 / 试题年份	方程与函数的思想方法	数与形结合的思想方法	转化与变换的思想方法	分析与综合的思想方法	特殊与一般的思想方法	分类与归纳的思想方法	对称与对偶的思想方法	构造与建模的思想方法	概率与统计的思想方法
2003 年	9	6	8	5	7	4	4	6	
2004 年	12	7	11	5	8	5	5	7	4
2005 年	25	7	22	15	8	8	4	11	4
2006 年	22	9	5	11	6	4	5	4	5

说明：有的试题考查运用几种数学思想方法求解，这几种数学思想方法也统计在内.

然而笔者近几年的研究表明，不少考生对数学思想方法认识模糊，理解肤浅，运用不畅，方略呆板，解题盲目、随意，结果造成解题失误，从而严重影响了高

考的成绩.

为了满足广大考生参加高考的实际需要，针对当前学生在解题实践中存在的问题，笔者特撰写了这本书. 书中提出的九种数学思想方法，基本上涵盖了中学数学的全部内容. 对每一种数学思想方法怎样运用，我们结合我国近几年来的 320 多道高考试题的实例，作了详细的分析和具体的解答，有的实例解答后还作了详尽的评述. 每节后面我们还精选了一些贴近高考的达标跟踪训练题，并对它们作了解答. 这对帮助同学们更好地确立数学思想方法意识，学会运用数学思想方法去处理数学问题能起到很好的启迪作用. 我们相信，读完这本书后，对提高高考的数学成绩，一定会起到积极的作用.

一、方程与函数的思想方法

重点、难点

重点 什么是方程？方程具有哪些性质？如何将一个形式上非方程的问题转化为方程问题. 什么是函数？函数具有哪些性质？如何将一个形式上是非函数的问题转化为函数问题.

难点 如何灵活运用方程与函数的思想方法进行解题.

知识点

在解决数学问题时，对于一些从形式上看是以非方程或非函数的问题出现的，但经过一定的数学变换或构造，使这一非方程或非函数的问题转化为方程和函数的形式，并运用方程和函数的有关性质来处理这一问题，进而使原数学问题得到很好的解决. 这一思想方法，我们称之为"方程与函数的思想方法".

那么什么是方程？含有未知数的等式叫做方程. 在中学里我们已经学过的方程有以下几类表达式：

一元方程的一般表达式：$f(x)=0$；二元方程的一般表达式：$f(x,y)=0$；多元方程的一般表达式：$f(x,y,z,\cdots)=0$.

方程有以下一些性质：

使方程等号两边相等的未知数的值叫做方程的解. 只含有一个未知数的方程的解，也叫做方程的根. 如 $f(a)=0$，a 就是方程 $f(x)=0$ 的解. 其几何意义就是曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴交点的横坐标.

能使方程组中每一个方程都适合的未知数的值，叫做方程组的解.

求方程(或方程组)的解，或确定其无解的过程叫做解方程(或解方程组).

一元二次方程的一般形式：$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$，常用的解法有

①因式分解法；②配方法；③公式法(求根法)：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

根的判别式：$\Delta=b^2-4ac$，它的作用是：

当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不相等的实数根. 几何意义是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴有两个不同交点；

当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根. 几何意义是抛物线

$y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴相切；

当 $\Delta<0$ 时，方程没有实数根，而有一对共轭的虚数根. 几何意义是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴没有公共点.

根与系数的关系(韦达定理).

设 x_1、x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的两个根，则有

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}, \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}. \end{cases}$$

反之，如果有

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p, \\ x_1\cdot x_2=q. \end{cases}$$

那么 x_1、x_2 是一元二次方程 $x^2+px+q=0$ 的两个根.

如果两数是某一已知方程的根，在求这两数的差、平方和(差)、立方和(差)等一类问题时，运用根与系数的关系来解较为简便.

那么什么是函数?

如果两个变量 x 和 y，按照某一个法则联系着，当变量 x 在它的可取值的范围里每取一个确定的值时，变量 y 都有唯一确定的值和它对应，那么变量 y 叫做变量 x 的函数. x 叫自变量，y 叫因变量，并用符号 $y=f(x)$ 来表示"y 是 x 的函数".

函数有以下的一些基本性质：

函数的定义域：即自变量可取值的范围.

函数的值域：即函数值可取值的范围.

函数奇偶性：如果 $f(-x)=f(x)$，那么 $f(x)$ 是偶函数；如果 $f(-x)=-f(x)$，那么 $f(x)$ 是奇函数.

函数单调性：在某一区间内递增或者递减的函数，叫做这一区间的单调函数. 这个性质叫做函数的单调性.

函数有界性：设有一个数 $m>0$，如果 x 在允许值的范围内，函数 $y=f(x)$ 的值的范围适合不等式 $|f(x)|\leqslant m$，这种函数就叫做有界函数. 这个性质叫做函数的有界性.

函数周期性：设有正数 l(至少一个)，如果在自变量 x 允许值范围内，有 $f(x)=f(x\pm l)=f(x\pm 2l)=\cdots=f(x\pm kl)=\cdots$($k$ 是任意正整数)，这种函数叫做周期函数，最小的正数 l 叫做函数的周期. 这个性质叫做函数的周期性.

我们还知道，二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq0)$，由其图象可知，有如下五条性质：

性质 1：顶点坐标$\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$；对称轴：$x=-\frac{b}{2a}$.

性质 2：若 $a>0$，且 $\Delta=b^2-4ac\leqslant 0$，那么 $f(x)\geqslant 0$.

当 $x=-\frac{b}{2a}$时，$[f(x)]_{最小值}=\frac{4ac-b^2}{4a}$.

性质 3：若 $a>0$，且 $f(x)\geqslant 0$，那么 $\Delta=b^2-4ac\leqslant 0$.

性质 4：若 $a>0$，且存在 $x_0\in(-\infty,+\infty)$，使得 $f(x_0)\leqslant 0$，那么 $\Delta=b^2-4ac\geqslant 0$.

性质 5：若 $a<0$，则当 $x=-\frac{b}{2a}$时，$[f(x)]_{最大值}=\frac{4ac-b^2}{4a}$.

同时，我们还学习了幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反函数等重要函数，这些函数的图象和有关性质在解题中也是经常要用到的，应予以掌握.

解题方法指导

用方程与函数的思想方法解题，就是对所给出的数学问题，经过从不同的角度的仔细审视，看看此数学问题的解决，与方程或函数是否有关联，若有关联，就可用方程或函数的有关性质来求解；若给出的数学问题从表面上看是非方程或非函数的问题，如经过一番改造（转化）乃属于方程或函数的问题，此时就可用方程或函数的有关性质来求解.

1. 以方程的意识，解求值的问题

有些求值或化简题，如果纳入方程的思想方法来处理，往往方法巧妙，过程简捷.

[例 1] **(2006·全国高考题)** 过点$(-1,0)$作抛物线 $y=x^2+x+1$ 的切线，则其中一条切线为 （　　）

A. $2x+y+2=0$　　B. $3x-y+3=0$

C. $x+y+1=0$　　D. $x-y+1=0$

解析　以方程意识，求切线的斜率 k（其中 k 必有一个存在）. 设切线方程为 $y=k(x+1)$，由

$\begin{cases}y=k(x+1),\\y=x^2+x+1,\end{cases}$ 消 y，整理得一元二次方程

$x^2+(1-k)x+1-k=0$.

令 $\Delta=(1-k)^2-4(1-k)=0$，解得 $k=1$ 或 $k=-3$.

与选项直线对比斜率，选 D.

评述　其他选项中的直线斜率均不为 1 或 -3，所以只有唯一 D，而不必求出切线对比. 请你求出切线方程对比

[例 2] **(2006·全国高考题)** 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $\frac{S_3}{S_6}=\frac{1}{3}$，则 $\frac{S_6}{S_{12}}=$ （ ）

A. $\frac{3}{10}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{9}$

解析 以方程意识，列方程求之.

由 $\frac{S_3}{S_6}=\frac{3a_1+3d}{6a_1+15d}=\frac{1}{3}$，解得 $a_1=2d$. 不可能分别求得 a_1, d

$\therefore \frac{S_6}{S_{12}}=\frac{6a_1+15d}{12a_1+66d}=\frac{2a_1+5d}{4a_1+22d}=\frac{9d}{30d}=\frac{3}{10}$. 选 A.

评述 也可以分别求得 $a_6=2d+5d=7d$，$a_{12}=2d+11d=13d$.

故有 $\frac{S_6}{S_{12}}=\frac{(2d+7d)\times 6}{(2d+13d)\times 12}=\frac{3}{10}$.

[例 3] **(2006·全国高考题)** 设 $\{a_n\}$ 是公差为正数的等差数列，若 $a_1+a_2+a_3=15$，$a_1a_2a_3=80$，则 $a_{11}+a_{12}+a_{13}=$ （ ）

A. 120　　B. 105　　C. 90　　D. 75

解析 以方程意识求 a_2 和 d.

注意到 $a_{11}+a_{12}+a_{13}$ 与 $a_1+a_2+a_3$ 相差 $10d+10d+10d=30d$. 由已知，列方程组

$$\begin{cases} a_2-d+a_2+a_2+d=15, & ① \\ (a_2-d)a_2(a_2+d)=80, & ② \end{cases}$$ 求 a_2 是技巧

解①，得 $a_2=5$，代入②，解得 $d=3>0$，

$\therefore a_{11}+a_{12}+a_{13}=15+30\times 3=105$. 选 B.

评述 若先求 a_1, d，则比较麻烦. 事实上 $S_3=3a_2=15$，也可求 a_2.

[例 4] **(2006·全国高考题)** 在 $\left(x-\frac{1}{2x}\right)^{10}$ 的展开式中，x^4 的系数为 （ ）

A. -120　　B. 120　　C. -15　　D. 15

解析 借助通项 T_{r+1} 列方程求 r，再求 T_{r+1} 中的系数.

由 $T_{r+1}=C_{10}^r x^{10-r}\cdot\left(-\frac{1}{2x}\right)^r=\left(-\frac{1}{2}\right)^r\cdot C_{10}^r x^{10-2r}$.

令 $10-2r=4$，得 $r=3$.

所以 x^4 的系数是 $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot C_{10}^3=-15$. 选 C.

评述 注意到 $\left(x-\frac{1}{2x}\right)^{10}=x^{10}\left(1-\frac{1}{2x^2}\right)^{10}$,展开式中每项的 x 的指数依次减少 2,第 1 项是 x^{10},…,第 4 项是 x^4,所以 $r+1=4$,$r=3$. 你想过吗?

[例 5] **(2006·全国高考题)**已知等差数列 $\{a_n\}$ 中,$a_2=7$,$a_4=15$,则前 10 项的和 $S_{10}=$ ( )

A. 100 B. 210 C. 380 D. 400

解析 以方程意识,列方程组求 a_1,d. 由已知得

$\begin{cases}a_2=a_1+d=7,\\a_4=a_1+3d=15.\end{cases}$ 解之得 $\begin{cases}a_1=3,\\d=4.\end{cases}$

所以 $S_{10}=10\times3+\frac{10\times9}{2}\times4=210$. 选 B.

评述 你也可以先求 $d=\frac{a_4-a_2}{4-2}=4$,$a_1=7-4=3$,$a_{10}=3+9\times4=39$. 可求 $S_{10}=5(3+39)=210$. 还可求 a_5,$a_6=$?

[例 6] **(2005·全国高考题)**一个与球心距离为 1 的平面截球所得的圆面面积为 π,则球的表面积为 ( )

A. $8\sqrt{2}\pi$ B. 8π C. $4\sqrt{2}\pi$ D. 4π

解析 关键求得球的半径 R,构造一个符合题意的图形,如图 1-1 所示,设截面圆半径为 r,依题意列方程组:

$\begin{cases}R^2=1+r^2,\\\pi r^2=\pi,\end{cases}$ 解得 $R^2=2$,

所以球的表面积为 $S=4\pi R^2=8\pi$.

应选 B.

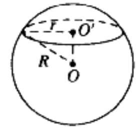


图 1-1

评述 空间图形的计算,通常是画图形,设未知数,列方程(组)求解比较简捷. 你也可以凭借直觉看出截面圆半径为 1,再求球半径 R.

请你顺便求球的体积

[例 7] **(2004·全国高考题)**已知 $a^2+b^2=1$,$b^2+c^2=2$,$c^2+a^2=2$,则 $ab+bc+ca$ 的最小值为 ( )

A. $\sqrt{3}-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}-\sqrt{3}$ C. $-\frac{1}{2}-\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{2}+\sqrt{3}$

解析 注意到三个方程，三个未知数，可以求得 a、b、c 的值.用方程思想方法，解方程求 a、b、c 的值，再探究取最小值.

解方程组 $\begin{cases} a^2+b^2=1, \\ b^2+c^2=2, \\ a^2+c^2=2, \end{cases}$ 解之得 $\begin{cases} a=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ b=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ c=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}. \end{cases}$

要使 $ab+bc+ac$ 最小，只能二项为最小的负数，另一项为最小的正数，

不可能三项均为负数

又只有 $a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$c=-\frac{\sqrt{6}}{2}$ 时，可使 ab 为最小的正数，$ac+bc=(a+b)c$ 为最小的负数，

$\therefore ab+bc+ac=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)=\frac{1}{2}-\sqrt{3}.$

所以应选 B.

评述 这里若用求最值的各种方法试求最值，就会误入歧途，一定要观察已知条件，a、b、c 不是变量，不能随意取值，而是三个方程中的三个未知数，只能取确定的值.实质是可求 a、b、c 的值，看取哪些值时，能使 $ab+bc+ac$ 最小.

若求 $ab+bc+ac$ 的最大值，则更为容易，你会吗？

［例 8］ （2006·全国高考题） 在 $\left(x^4+\frac{1}{x}\right)^{10}$ 的展开式中常数项是______.（用数字作答）

解析 以方程的意识求解，借助通项 T_{r+1}，列方程求 r 及 T_{r+1}.

由 $T_{r+1}=C_{10}^{r}x^{4(10-r)}\cdot x^{-r}=C_{10}^{r}x^{40-5r}$，令 $40-5r=0$，得 $r=8$.

所以常数项是 $T_9=C_{10}^{8}=45$.填 45. $C_{10}^{8}=C_{10}^{2}$

评述 注意到 $\left(x^4+\frac{1}{x}\right)^{10}=x^{40}\left(1+\frac{1}{x^5}\right)^{10}$.当且仅当 $\left(1+\frac{1}{x^5}\right)^{10}$ 展开式中 $r=8$ 时，$T_9=C_{10}^{8}\frac{1}{x^{40}}$，原展开式中同序项为常数.故为 $C_{10}^{8}=45$.