

责任编辑：马文晓
特约编辑：苏宁萍
封面设计：陶华达

陈瑜

◇ 上海东方激光教育文化有限公司 组编

2006年

浙江高考数学理科 零距离突破



综合模拟测试卷

● 第三轮复习用 ●

ORIENT
LASER
东方激光

ISBN 7-80099-941-6



9 787800 999413 >

ISBN 7-80099-941-6
定价：113.00元（全五册）

中国文联出版社

● 上海东方激光教育文化有限公司 组编

2006年

浙江高考数学理科零距离突破

——综合模拟测试卷（第三轮复习用）

主 编	符海龙	陈兴浩		
编 者	李刚豪	凌渭忠	范水龙	陈 燕
	密恩慧	吕 克	符海龙	陈兴浩

中国三峡出版社

图书在版编目(CIP)数据

浙江高考数学零距离突破. 5. 综合模拟测试卷. 理科

/ 上海东方教育文化有限公司 组编.

— 北京: 中国三峡出版社, 2005. 7

ISBN 7-80099-941-6

I. 浙… II. 上… III. 数学课—高中—习题—升学参考资料

IV. G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第075348号

中国三峡出版社出版发行

(北京市海淀区太平路23号院12号楼 100036)

电话: (010) 68218553 51933037

http://www.3-gsx.com

E-mail: sunxiaz@3-gsx.com

上海交大印务有限公司印制 新华书店经销

2005年12月第1版 2005年12月第1次印刷

开本: 787×1092毫米 1/16 印张: 80.5 字数: 1932千字

ISBN 7-80099-941-6 定价: 113.00元(全五册)

打击盗版 举报有奖

一、举报范围及内容

1. 发现当地有书店销售本书盗版本, 举报者可购买一套侵权丛书, 并索取正式发票或收据。
2. 发现某书店印刷、销售本书盗版本, 举报者可记录下印刷或销售的详细地址。
3. 发现某单位购买本书盗版本, 举报者可记录下单位名称和采购者的特征、联系方式等。
4. 学生发现已使用了盗版书, 举报者可向提供盗版书的某部门(或个人)索取有记录下来的盗版书样本并交上来。

二、举报方式

举报者可将盗版书有彩色封面, 书中有一“打击盗版, 举报有奖”宣言。
举报者寄信后, 可直接拨打专线举报电话 021—33021061/021—33020810 进行举报, 或寄 E-mail 至 021loufang@sina.com 进行举报。如学生已使用盗版书, 为不影响你的正常学习, 我们在接到举报后将及时给你提供正版图书。

三、奖励标准

1. 举报书店销售盗版书, 给予举报人300元奖励。
2. 举报单位印刷、销售盗版书, 给予举报人300元奖励。
3. 举报单位购买盗版书, 给予举报人300元奖励。
4. 举报学校使用盗版书, 给予举报人300元奖励。

四、资金拨款

举报受理后, 不论采取何种形式提供的举报线索, 凡是属确实的, 我们将在30日内提供以上奖励。一次性给予举报者现金奖励。

我们将对举报人严格保密, 同时我们将要求当地工商部门、教育局或派出所, 对盗版书予以坚决打击。

主编寄语

加强考前强化训练。做几套模拟试卷是必不可少。在规定的时间内做几套模拟试卷首先可以了解一下自己所考的知识究竟掌握到什么程度,以及自己的薄弱环节从而抓紧时间补上。再者通过平时的练兵可以给你应试时提供临场发挥的经验,有相当一部分考生的经验证明,如果考生能够通过做题,将所遇到的各种题型进行延伸或将题目的变式做到融会贯通,一定会在考试中运用自如,取得好成绩。

下面讲一下考生在答题过程中应注意的事项,也就是做一些做题经验。

1. 先易后难,注意审题,注意基本运算,防止粗心导致失分。注意审题规范、准确、快速,试卷要整洁有序,注意答卷时间的分配,一定按照实考那样严格要求,只有平时养成良好的习惯,考试的时候才能做到心中有数,不至于惊慌失措。
2. 重新梳理知识结构、重视基本概念、基本定理和基本方法,尤其是对概念的内涵外延、定理公式的运用前提有必要进一步强化,谈到基础,一些考生不以为然,认为这与实际考试难度相比相差甚远。这里有一个对试题难度的认识问题,只要对历年考题认真分析就可以看出,这“难”是对大纲规定的基础知识上的延伸深化,是对基本概念、基本定理和基本方法的综合应用,并不存在多少偏题、怪题,历年都有相当多的考生考后的估计分与实际成绩差距很大究其原因就是基本功不扎实,该拿分的拿不到分,直接影响到“上线”。

3. 重视题型解法再现。应当将每个章节、单元的基本题型的解法在脑海中像电影一样予以再现,留下清晰的印象。举一反三,不只是为做题而做题,而应注意知识点之间的联系。

4. 吃透考试大纲要求,准确定位。考试大纲考生应仔细阅读,并结合近两三年的考题实际,体会数学题型和难度特点。

5. 加强综合能力训练,力争在解题思路上有突破。高考命题与教科书上的习题不同在于前者要求在对本基本概念、基本定理和基本方法理解基础上的综合运用,有很大的灵活性,往往一个命题题覆盖多个内容,涉及到概念、定理背景和非理计算等多种角度。许多考生往往难以适应,其突出的感觉是“没有思路”,

这正是考生应考前应解决的问题。解决的办法:就是选择一套模拟题训练,能经常见考题型、特点,思路有一个系统地把握,并在此基础上亲自动手做相当数量的综合性题,“做”的含义在于多分析多归纳综合。

6. 每天应有一定题量的练习。每隔几天,做一套高考数学模拟试题卷进行全真模拟,争取在两个小时以内高质量地完成。

再次提醒考生数学考试应注意:

1. 读题时速度不要太快,读完后想一下试题中的数学背景,并找出题中的关键字、词,读题时可以在关键字、词的下方做上记号,千万不能将已知条件漏看或错看,更不能在解答时把已知数据抄错。
2. 阅读后认真思考一下,本题考查什么知识点,想一想该知识点的概念和计算的公式,引出解题的思路,试题中可能有几道与复习时做过的习题相同或相似,不能忽视地写出解答,这是不可取的。
3. 遇到“生题”,审题时更要注意。“生题”可能是用所学的知识编制的与生活、生活相关的一些试题。遇到这些试题心中不要发慌。因为解题时一定要应用到所学过的数学知识,只要多回忆几道试题,用相应的数学背景 and 知识,一般是能够解答的。
4. 合理分配时间。掌握解答速度。要在120分钟内完成20道试题的解答,需要合理分配时间,解题时要做到“稳、准、快、高”,“稳”是指不慌不乱,从第一题开始,逐题解答;“准”是指准确率高,通过分析、判断、计算,做出正确的答案;“快”是指运用数学知识分析问题思路要快捷,下笔动作要快;“高”是指试题解答质量高。

最后,我相信只要大家科学合理地安排自己的复习计划,加上自己的勤奋,数学考试一定会有好的成绩,预祝广大考生成功!

编者
E-mail: 0571donghang@sina.com

目 录

高考数学模拟试卷(一)(理工农医类)	1
高考数学模拟试卷(二)(理工农医类)	3
高考数学模拟试卷(三)(理工农医类)	5
高考数学模拟试卷(四)(理工农医类)	7
高考数学模拟试卷(五)(理工农医类)	9
高考数学模拟试卷(六)(理工农医类)	11
高考数学模拟试卷(七)(理工农医类)	13
高考数学模拟试卷(八)(理工农医类)	15
高考数学模拟试卷(九)(理工农医类)	17
高考数学模拟试卷(十)(理工农医类)	19
高考数学模拟试卷(十一)(理工农医类)	21
高考数学模拟试卷(十二)(理工农医类)	23
高考数学模拟试卷(十三)(理工农医类)	25
高考数学模拟试卷(十四)(理工农医类)	27
高考数学模拟试卷(十五)(理工农医类)	29
参考答案	31

高考数学模拟试卷(一)(理工农医类)

本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

参考公式:

- 如果事件 A, B 互斥,那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$
 如果事件 A, B 相互独立,那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$
 如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$
 球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$,其中 R 表示球的半径
 球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$,其中 R 表示球的半径

第 I 卷(选择题)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$,集合 $M = \{x \mid \sqrt{x} > 2\}$, $N = \{x \mid \log_2 7 > \log_2 x\}$,那么 $M \cap (\complement_U N)$ 是 ()
 A. $\{x \mid x < -2\}$ B. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$
 C. $\{x \mid x \geq 3\}$ D. $\{x \mid -2 \leq x < 3\}$
2. 若函数 $f(x) = |a|(x^2 - ax - 3)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上是减函数,则 a 的取值范围是 ()
 A. $a > 2$ B. $a < 2$ C. $a \geq 2$ D. $a \leq 2$
3. 已知 $|a| = 3$, $|b| = 2$, a, b 的夹角为 60° ,如果 $(3a + 5b) \perp (ma - b)$,则 m 的值为 ()
 A. $\frac{32}{23}$ B. $\frac{23}{42}$ C. $\frac{29}{42}$ D. $\frac{42}{32}$
4. 已知相交直线 l, m 都在平面 α 内,并且都不在平面 β 内,若 p, l, m 中至少有一条与 β 相交,则 p 是 α 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 已知数列 $10^0, 10^1, 10^2, \dots, 10^{n-1}, \dots$ 它的前 n 项的积大于 10^6 ,则正整数 n 的最小值是 ()
 A. 12 B. 11 C. 10 D. 8
6. 若复数 z 满足 $|z+4+3i| = 3$,则复数 z 的虚部满足的不等式是 ()
 A. $|z| < 8$ B. $|z| \leq |z-4-3i|$
 C. $2 \leq |z| \leq 8$ D. $3 \leq |z| \leq 8$

7. 在 100 件产品中,有 50 件正品,50 件次品,其中有放回地抽取 3 次,每次抽取 1 件,那么恰有 2 次抽到正品的概率是 ()

- A. 0.024 B. 0.144
 C. 0.236 D. 0.432
 8. 直线 $l: x + 2y - 3 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 + x - 6y + m = 0$ 有两个交点 A, B, O 为坐标原点,若 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$,则 m 的值是 ()
 A. 2 B. 3
 C. -1 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. 用 6 种不同的颜色把下图中 A, B, C, D 四块区域分开,允许同一色涂不同的区域,但相邻的区域不能涂同一色,则不同的涂法共有 ()



- 第 3 题图
 A. 400 种 B. 480 种
 C. 480 种 D. 496 种
 10. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} [1 - (\frac{b}{1-k})^n] = 1$,则 k 的取值范围 ()
 A. $0 < k < \frac{1}{2}$ B. $k < \frac{1}{2}$
 C. $|k| < \frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2} < k < 1$

第 II 卷(非选择题)

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分,把答案填在题中横线上)

11. 函数 $y = e^x - 3x$ 的单调减区间是 _____.
12. 如果 x, y 满足 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$,那么 $x - 2y$ 的最大值是 _____.
13. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\frac{AB}{2} \cdot \frac{BC}{2} = \frac{AC}{2} \cdot \frac{CA}{2} = \frac{1}{1}$,则 $\cos A$ 等于 _____.
14. 平面 $\alpha \parallel \beta, A, B$ 分别为 α, β 内的定点, AB 与平面 α 成 30° 角, α, β 间的距离为 1, $A \in l_1, B \in l_2, l_1 \subset \alpha, l_2 \subset \beta$,则 l_1 与 l_2 间的距离的取值范围是 _____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 84 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

13. (本小题满分 14 分)

按规定,某车站每天 8:00—9:00,9:00—10:00 都恰好有一辆客车到站,每辆车的到站在下面三个时刻是随机的,且各车到站的时间相互独立,其规律为:

初始时刻	8:10	8:30	8:50	9:10	9:30	9:50
概率	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$

一旅客 8:20 到车站,求该旅客候车时间 ξ 的分布列及数学期望.

15. (本小题满分 14 分)

$\{a_n\}, \{b_n\}$ 都是各项为正数的数列,对任意的自然数 n ,都有 a_n, b_n^2, a_{n+1} 成等差数列, $b_n^2, a_{n+1}, b_{n+1}^2$ 成等比数列.

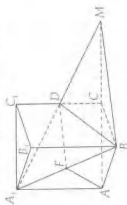
- (1) 试问 $\{b_n\}$ 是否是等差数列?为什么?
- (2) 求证:对任意的自然数 $p, q (p > q), b_p^2 + b_{p+1}^2 \geq 2b_q^2$.
- (3) 如果 $a_1 = 1, b_1 = \sqrt{2}, S_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$,求 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

成立:

17. (本小题满分 14 分)

已知, 正三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$, $AA_1 = AB = a$, D 为 CC_1 的中点, F 是 A_1B 的中点, A_1D 与 AC 的延长线交于点 M .

- (1) 求证: $DF \parallel$ 平面 ABC ;
- (2) 求证: $AF \perp BD$;
- (3) 求平面 A_1BD 与平面 ABC 所成的较小二面角的大小.



第 17 题图

18. (本小题满分 14 分)

科华电子商城是“奔达”牌电脑的特约经销单位, 为了在明年的电脑销售中居于有利地位, 2005 年 5~7 月, 商城对“奔达”牌电脑的商场销售情况进行了摸底调查, 经过对市场情报的分析, 预计从 2005 年 1 月开始的 10 个月内(称为销售期), 电脑的销售总量 y 与销售的时间 t (单位: 月) 近似地满足函数关系 $y = \frac{10}{9}n(n+2)$ ($18-n$), 试问:

- (1) 哪个月的销售量超过 130 台?
- (2) 在 2005 年的销售期内哪几个月的销售量最大?
- (3) 在 2005 年的销售期内, 商场每个月月初从厂家寄进货, 为了保证该品牌电脑不脱销(即商城始终有货可售), 每月应至少进多少台该电脑?

19. (本小题满分 14 分)

函数 $f(x) = \log_a(x-3a)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 当点 $P(x, y)$ 是函数 $y = f(x)$ 图象上的点时, $Q(x-2a, -y)$ 是函数 $y = g(x)$ 图象上的点.

- (1) 写出函数 $y = g(x)$ 的解析式;
- (2) 当 $x \in [a+1, a+3]$ 时, 恒有 $|f(x) - g(x)| \leq 1$, 试确定 a 的取值范围.

20. (本小题满分 14 分)

已知双曲线的两个焦点分别为 F_1, F_2 , 点 F_1 又是抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点, 点 $A(-1, 2), B(3, 2)$ 在双曲线上.

- (1) 求点 F_2 的轨迹方程;
- (2) 是否存在直线 $l: y = x+m$ 与点 F_2 的轨迹有两个公共点? 若存在, 求出实数 m 的值; 若不存在, 说明理由.

高考数学模拟试卷(二)(理工农医类)

本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

参考公式:

- 如果事件 A, B 互斥,那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$
 如果事件 A, B 相互独立,那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$
 如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$
 球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$,其中 R 表示球的半径
 球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$,其中 R 表示球的半径

第 I 卷(选择题)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 A 和集合 B 都是实数集 R ,映射 $f: A \rightarrow B$ 把集合 A 中的元素 x 映射到集合 B 中元素 $x^2 - x + 2$,则在映射 f 下,象 2 的原象所成的集合是
 A. $\{1\}$ B. $\{0, 1, -1\}$
 C. $\{0\}$ D. $\{0, -1, -\frac{1}{2}\}$
2. 不等式 $|\frac{1}{x-1}| < 2$ 的解集为
 A. $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, \frac{3}{2})$
 B. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$
 C. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$
 D. $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, \frac{3}{2}, +\infty)$
3. 直线 $l_1: mx + (m-1)y + 5 = 0$ 与直线 $l_2: (m+2)x + my - 1 = 0$ 互相垂直,则 m 的值为
 A. $-\frac{1}{2}$ B. 0
 C. 1 或 $-\frac{1}{2}$ D. 0 或 $-\frac{1}{2}$

4. 设 $\{a_n\}$ 为等差数列,从 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2001}$ 中任取三个不同的数,使这三个数仍成等差数列,则这样的等差数列最多有
 A. 80 个 B. 120 个 C. 160 个 D. 200 个

5. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 作两弦 AB 和 CD ,其在直线上的截距分别为 $\frac{p}{2}$ 和 $\frac{p}{3}$,则 $|AB|$ 与 $|CD|$ 的大小关系是

- ()
 A. $|AB| > |CD|$ B. $|AB| = |CD|$
 C. $|AB| < |CD|$ D. $|AB| \geq |CD|$

6. 将函数 $y = f(x) \sin x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位后再作关于 x 轴对称的曲线,得到函数 $y = 1 - 2\sin x$,则 $f(x)$ 是 ()

- A. $\cos x$ B. $2\cos x$ C. $\sin x$ D. $2\sin x$
 7. $(1+x)^{10} + (1+x)^{10} + \dots + (1+x)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$ 的展开式中,含 x^5 项的系数为
 A. C_{10}^5 B. C_{10}^5 C. C_{10}^5 D. C_{10}^5

8. 对于 $x \in [0, 1]$, $|x|$ 的一切值, $ax + b \geq 0$ 恒成立,则

- ()
 A. 充要条件 B. 充分不必要条件
 C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 甲袋中有 5 个白球 5 个黑球,乙袋中有 1 个白球 5 个黑球,现从甲袋中随机取出一个球放入乙袋中,充分掺混后再从乙袋中随机取出一个球放回甲袋,则甲袋中白球没有减少的概率为 ()

- A. $\frac{37}{44}$ B. $\frac{35}{44}$ C. $\frac{25}{44}$ D. $\frac{9}{44}$

10. 定义在 R 上的函数 $y = f(x)$, 在 $(-\infty, a)$ 上是增函数,且函数 $y = f(x+a)$ 是偶函数,当 $x_1 < a, x_2 > a$ 且 $|x_1 - a| < |x_2 - a|$ 时,有 ()

- A. $f(2a - x_1) > f(2a - x_2)$
 B. $f(2a - x_1) = f(2a - x_2)$
 C. $f(2a - x_1) < f(2a - x_2)$
 D. $-f(2a - x_1) < f(2a - 2a)$

第 II 卷(非选择题)

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分,把答案填在题中横线上)

11. 已知 $a > 0, b = 1$, 则 $\frac{a^2 + b}{a - b}$ 的最小值是
12. 设圆过双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的一个顶点和焦点,圆心在双曲线上,则圆心到双曲线中点的距离为
13. 一袋用粮杆围成的长方形土地的长和宽分别为 52 米和 24

米,现将这块土地内部分割成一些全等的正方形试验田,要求这块土地全部被划分且分割的正方形的边与这块土地的边界平行,现另有 2002 米栅栏,则最多可将这块土地分割成 块.

14. 关于函数 $f(x) = 2\sin(3x - \frac{5\pi}{4})$,有下列命题:①其最小正周期是 $\frac{2\pi}{3}$;②其图象可由 $y = 2\sin 3x$ 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位得到;

③其图象可改写为 $y = 2\cos(3x - \frac{\pi}{4})$;④在 $x \in [\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$ 上为增函数.其中正确的命题的序号是

三、解答题(本大题共 5 小题,共 84 分,解答要写出文字说明,证明过程或演算步骤)

15. (本小题满分 14 分)

已知集合 $A = \{x | (\frac{1}{2})^x - 1 < 1\}$, $B = \{x | \log_2(x+a) < 1\}$,若 $A \cap B = \emptyset$,求实数 a 的取值范围.

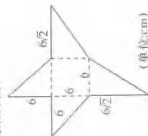
16. (本小题满分 14 分)

已知 $f(x) = kx^2 - x^2 + x - 5$ 在 R 上单调递增,记 $\triangle ABC$ 的三内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $a^2 + c^2 \geq b^2 + ac$ 时,不等式 $f[m + \sin^2 B + \cos(A+C)] < f(2\sqrt{m+\frac{25}{4}})$ 恒成立.

- (1) 求实数 k 的取值范围;
- (2) 求 $\cos B$ 的取值范围;
- (3) 求实数 m 的取值范围.

17. (本小题满分 14 分)

如图为一几何体的展开图:



第 17 题图

(1) 沿图中虚线将它们折叠起来, 是哪一种特殊几何体? 并画出其直观图, 比例尺是 $\frac{1}{2}$;

(2) 需要多少个这样的几何体才能拼成一个棱长为 6cm 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 请画出其示意图(需在示意图中分别标出这种几何体);

(3) 设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 CC_1 的中点为 E , 试求: 异面直线 EB 与 AB_1 所成角的余弦值及平面 AB_1E 与平面 ABC 所成二面角(锐角)的余弦值.

18. (本小题满分 14 分)

学校食堂改建一个开水房, 计划用电炉或煤炉烧水, 但用电炉时也要用电暖风及时排气, 用煤烧开水每吨开水费用为 5 元, 用电炉烧开水每吨开水费用为 P 元.

$$S = 5x + 0.2y + 5, P = 10.2y + 20\sqrt{76-y}$$

其中 x 为每吨煤的价格, y 为每百度电的价格, 如果烧煤时的费用不超过用电炉时的费用, 则仍用原备的路炉烧水, 否则就用电炉烧水.

- (1) 如果两种方法烧水费用相同, 试将每吨煤的价格表示为每百度电价函数;
- (2) 如果每百度电价不低于 60 元, 则用煤烧时每吨煤的最高价是多少?

19. (本小题满分 14 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- (1) 若圆 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{20}{3}$ 与椭圆相交于 A, B 两点且线段 AB 恰为圆的直径, 求椭圆方程;
- (2) 设 l 为过椭圆右焦点 F 的直线, 交椭圆于 M, N 两点, 且 l 的倾斜角为 60° , 求 $\frac{|MF|}{|NF|}$ 的值.

20. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x-2) = ax^2 - (a-3)x + a - 2 (a < 0, a \in \mathbb{Z})$

- 的图象与 x 轴有交点.
- (1) 求 a 的值;
- (2) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (3) 若 $g(x) = 1 - [f(x)]^2, F(x) = e \cdot g(x) + d \cdot f(x)$, 问是否存在 $c (c > 0)$ 使得在区间 $(-\infty, f(2))$ 内是单调递增函数, 而在区间 $(f(2), 0)$ 内是单调递减函数? 若存在, 求 c, d 之间的关系, 并写出推理过程; 若不存在, 说明理由.

高考数学模拟试卷(三)(理工农医类)

本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟。

参考公式:

- 如果事件 A, B 互斥,那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$
 如果事件 A, B 相互独立,那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$
 如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$
 球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$,其中 R 表示球的半径
 球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$,其中 R 表示球的半径

第 I 卷(选择题)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

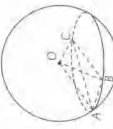
- 某工厂生产 A, B, C 三种不同型号的产品,产品数量之比依次为 2:3:4,现用分层抽样方法抽出一个容量为 n 的样本,样本中 A 种型号产品有 15 件,那么此样本的容量 n 为 ()
 A. 35 B. 54 C. 72 D. 144
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_3 + a_5 = 6$, $a_4 = 6$,则该数列的前 7 项的和是 ()
 A. 14 B. 20 C. 28 D. 56
- 不等式 $x + \frac{2}{x+1} > 2$ 的解集是 ()
 A. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
 C. $(-1, 0) \cup (0, 1)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- 命题 p : 若 $a, b \in \mathbb{R}$, 则 $|a| + |b| > 1$ 是 $|a+b| > 1$ 的必要而不充分条件;命题 q : 函数 $y = \sqrt{x-1} - 2$ 的定义域是 $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$, 则 ()
 A. “ p 或 q ” 为假 B. “ p 且 q ” 为真
 C. p 真 q 假 D. p 假 q 真
- 设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1, 2^2)$, 若 $P(\xi \leq C) = 43P(\xi > C)$, 则常数 C 等于(参考数据: $\phi(2) = 0.9773$) ()
 A. 2 B. 3 C. 5 D. 4
- 函数 $f(x+2)$ 是偶函数, 则函数 $y = f(x)$ 的图象关于 ()
 A. 直线 $x=2$ 对称 B. 直线 $x=-2$ 对称

C. 点 $(2, 0)$ 对称 D. 点 $(-2, 0)$ 对称

7. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条准线被它的两条渐近线所截得的线段长度恰好等于它的一个焦点到一条渐近线的距离, 则双曲线的离心率为 ()
 A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

8. 已知正方体的棱长为 a , 以正方体的六个面的中心为顶点的多面体的表面积是 ()
 A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^2$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ C. $3\sqrt{2}a^2$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^2$

9. 已知椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在椭圆上, 若 P, F_1, F_2 是一个直角三角形的三个顶点, 则点 P 到 x 轴的距离为 ()
 A. 4 B. $\frac{9}{5}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $\frac{9\sqrt{2}}{7}$

10. 如图, A, B, C 是表面积为 48π 的球面上三点, $AB = 2, BC = 4, \angle ABC = 60^\circ$, O 为球心, 则直线 OA 与截面 ABC 所成的角是 ()


第 10 题图

- A. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{6}$
 B. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$
 C. $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{3}$
 D. $\arccos \frac{\sqrt{2}}{3}$

第 II 卷(非选择题)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在题中横线上)

11. 若 $(x^3 + \frac{1}{x}\sqrt{x})^n$ 的展开式中的常数项为 84, 则 $n =$ _____
12. 有 6 个座位连成一排, 现有 3 人就座, 则恰有两个空座位相邻的不同坐法有 _____ 种。
13. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n - \frac{2}{3} (n \in \mathbb{N}^+)$, 则使 $a_n(a_{n+1}) \leq 0$ 成立的 n 的值是 _____

14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y+2 \geq 0 \\ x+2y+1 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = (x+1)^2 + y^2$ 的最小值是 _____, $\frac{y-2}{x-1}$ 的取值范围为 _____

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 84 分, 解答要写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

15. (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 是角 A, B, C 所对的边, S 是该三角形的面积, 且 $4\sin B \cdot \sin^2(\frac{\pi}{4} + \frac{B}{2}) + \cos 2B = 1 + \sqrt{3}$.

- (1) 求角 B 的度数;
 (2) 若 B 为锐角, $a = 4, S = 5\sqrt{3}$, 求 b 的值.

16. (本小题满分 14 分)

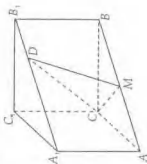
甲乙两支球队经过加时赛比分仍为 $0:0$, 现决定每队各派 5 名队员, 每人射一个点球决定胜负. 假设每名队员点球命中的概率均为 0.5 (相互独立).

- 求: (1) 如果不考虑乙球队, 那么甲队 5 名队员中有连续三名队员射中, 而另外两名队员未射中的概率是多少?
 (2) 甲乙两支球队结束后, 再次出现平局的概率是多少?

17. (本小题满分 14 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = CC_1 = 1$, M 为 AB 的中点, $A_1D = 3DB_1$.

- (1) 求证: 平面 $CMD \perp$ 平面 ABB_1A_1 ;
- (2) 求点 A_1 到平面 CMD 的距离;
- (3) 求 MD 与 B_1C_1 所成角的大小.



第 17 题图

18. (本小题满分 14 分)

已知 $x = 1$ 是函数 $f(x) = mx^2 - 3(m+1)x^2 + nx + 1$ 的一个极值点, 其中 $m, n \in \mathbf{R}$, $m < 0$.

- (1) 求 m 与 n 的关系表达式;
- (2) 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (3) 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 函数 $y = f(x)$ 的图象上任意一点的切线斜率恒大于 $3m$, 求 m 的取值范围.

19. (本小题满分 14 分)

设 i, j 分别为直角坐标平面内 x, y 轴正方向的单位向量, 若向量 $a = (x+m)i + yj$, $b = (x-m)i + yj$, 且 $|a| + |b| = 6$, $0 < m < 3, x > 0, y \in \mathbf{R}$.

- (1) 求动点 $P(x, y)$ 的轨迹方程;
- (2) 已知点 $A(-1, 0)$, 设直线 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ 与点 P 的轨迹交于 B, C 两点, 问是否存在实数 m 使得 $\sqrt{15} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{3}$? 若存在, 求出 m 的值; 若不存在, 试说明理由.

20. (本小题满分 14 分)

已知正项数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 6$, 点 $A_n(a_n, \sqrt{a_{n+1}})$ 在抛物线 $y^2 = x + 1$ 上; 数列 $\{b_n\}$ 中, 点 $B_n(n, b_n)$ 在过点 $(0, 1)$ 、以方向向量为 $(1, 2)$ 的直线上.

- (1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $f(n) = \begin{cases} a_n, & n \text{ 为奇数} \\ b_n, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ 问是否存在 $k \in \mathbf{N}$, 使 $f(k+27) = 4f(k)$ 成立, 若存在, 求出 k 值; 若不存在, 说明理由;
- (3) 对任意正整数 n , 不等式 $\frac{a^n}{(1 + \frac{1}{b_1})(1 + \frac{1}{b_2}) \cdots (1 + \frac{1}{b_n})} \leq \frac{a^n}{\sqrt{n-2+a_n}}$ 成立, 求正数 a 的取值范围.

高考数学模拟试题卷(四)(理工农医类)

本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟。

答卷公式:

- 如果事件 A, B 互斥,那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$
 如果事件 A, B 相互独立,那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$
 如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$
 球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$,其中 R 表示球的半径
 球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$,其中 R 表示球的半径

第 I 卷(选择题)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设 U 为全集,集合 A, B 是其子集,则

- 图中阴影部分表示的集合为
 A. $A \cup \bar{B}$
 B. $A \cap \bar{B}$
 C. $\bar{A} \cap B$
 D. $\bar{A} \cap \bar{B}$



第 1 题图

2. 直线 $2x + y - 1 = 0$ 关于点 $(1, 0)$ 对称的直线方程为

- A. $x + 2y - 3 = 0$
 B. $x + 2y - 3 = 0$
 C. $2x + y - 3 = 0$
 D. $2x + y + 3 = 0$

3. 已知正四棱锥的所有棱长均相等,则侧面与底面所成二面角的余弦值为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
 C. $\frac{1}{3}$
 D. $\frac{1}{2}$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列,其首项 $a_1 < 0$,则公比的取值范围是

- A. $(-\infty, -1)$
 B. $(-1, 0)$
 C. $(0, 1)$
 D. $(1, +\infty)$

5. “ $a < 3$ ”是“方程 $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{3-a} = 1$ 表示椭圆”的

- A. 充分而不必要条件
 B. 必要而不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x) = \log_e(x+2)$, 则方程 $f(x-1) = 0$ 的根为

- A. $-\frac{3}{2}$
 B. 0
 C. 1
 D. 2

7. 已知函数 $y = f(2x-1)$ 的图象和函数 $y = f(a-2x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 则 a 为

- A. -5
 B. -3
 C. -1
 D. 1

8. 已知平面内有一点 P 及一个 $\triangle ABC$, 若 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$, 则点 P 与 $\triangle ABC$ 的位置关系是

- A. 点 P 在线段 AB 上
 B. 点 P 在线段 BC 上
 C. 点 P 在线段 AC 上
 D. 点 P 在 $\triangle ABC$ 外部

9. 过抛物线焦点 F 的直线与抛物线相交于 A, B 两点, 准线与抛物线对称轴的交点为 H , 则 $\angle AHB$ 的取值范围是

- A. $(0, \frac{\pi}{2})$
 B. $(\frac{\pi}{2}, \pi)$
 C. $(\frac{\pi}{2}, \pi)$
 D. $[\frac{\pi}{2}, \pi)$

10. 函数 $y = \frac{2(x+a)}{(x+a)^2+b}$ 的图象如



- 图所示, 则
 A. $a \in (0, 1), b \in (0, 1)$
 B. $a \in (0, 1), b \in (1, +\infty)$
 C. $a \in (-1, 0), b \in (0, 1)$
 D. $a \in (-1, 0), b \in (1, +\infty)$

第 10 题图

第 II 卷(非选择题)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在题中横线上)

11. 设函数 $f(x) = (1-x)^2$, 则其导函数 $f'(x)$ 展开式中 x^2 的系数是

12. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2a_n - 3(n \in \mathbb{N}^+)$, 则 $a_6 =$

13. 在直角坐标系中, 已知点 $A(-1, 0), B(1, 0)$, 且 $AC \perp BC$, $|AC| = 2|BC|$, 则 C 点的纵坐标为

14. 已知某游乐园内摩天轮的中心 O 点距地面的高度为 50 m, 摩天轮做匀速转动, 摩天轮上的一点 P 自最低点 A 点起, 经过 t min 后, 点 P 的高度 $h = 40 \sin(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{2}) + 50$ (单位: m), 那么在

摩天轮转动一圈的过程中, 点 P 的高度在距地面 70 m 以上的时间将持续

min.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 84 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

15. (本小题满分 14 分)

已知向量 $a = (\cos 6^\circ, \sin 6^\circ), b = (\cos 2\theta, \sin 2\theta), c = (-1, 0)$, 已求证 $a \perp (b+c)$;

(1) 求证 $a \perp (b+c)$;

(2) 设 $f(\theta) = a \cdot (b-d)$, 且 $\theta \in (0, \pi)$, 求 $f(\theta)$ 的值域.

16. (本小题满分 14 分)

某电视台游戏节目利用若干大小、形状相同的小球设计一个摸球的抽奖游戏, 游戏者要经过两关才能赢得大奖. 第一关: 在一个放有 3 个红球和 7 个白球的暗箱中, 一次摸取三个球, 若摸出的球中有红球, 即可过关; 第二关: 在与第一关相同的暗箱中, 一次摸取三个球, 若摸出的三个球皆同色, 即可过关.

求: (1) 第一关过关的概率;

(2) 赢得大奖的概率.

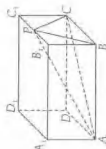
17. (本小题满分14分)

在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2$, P 为 B_1C_1 的中点.

求: (1) 直线 AC 与平面 ABP 所成的角;

(2) 异面直线 AC 与 BP 所成的角;

(3) 点 B 到平面 APC 的距离.



第 17 题图

18. (本小题满分14分)

已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左顶点为 A , 右焦点为 F , 过点 F 作垂直于 x 轴的直线与双曲线交于 B, C 两点, 且 $AB \perp AC$, $|BC| = 6$.

(1) 求双曲线的方程;

(2) 设过点 F 且不垂直于 x 轴的直线 l 与双曲线分别交于点 P, Q , 请问: 是否存在直线 l , 使 $\triangle APQ$ 构成以 A 为直角顶点的等腰直角三角形? 若存在, 求出所有满足条件的直线 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.

19. (本小题满分14分)

A 城市的出租车计价方式为: 若行程不超过 3 千米, 则按“起步价”10 元计价; 若行程超过 3 千米, 则之后 2 千米以内的行程按“里程价”计价, 单价为 1.5 元/千米; 若行程超过 5 千米, 则之后的行程按“远程价”计价, 单价为 2.5 元/千米. 设某人的行程为 x 千米, 现有两种乘车方案: ① 乘坐一辆出租车; ② 每 5 千米换乘一辆出租车.

(1) 分别写出两种乘车方案计价的函数关系式;

(2) 对不同的出行行程, ①② 两种方案中哪种方案的价格较低? 请说明理由.

20. (本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = x^3 - (\lambda - 3)x^2 - (\lambda + 3)x + \lambda - 1 (\lambda > 0)$ 在区间 $[n, m]$ 上为减函数, 记 m 的最大值为 m_n , n 的最小值为 n_n , 且有 $m_n - n_n = 4$.

(1) 求 m_n, n_n 的值以及函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 已知等差数列 $\{x_n\}$ 的首项 $x_1 = \frac{1}{10}$, 公差 $d = \frac{1}{100}$, 又过点 $A(0, f(0)), B(1, f(1))$ 的直线方程为 $y = g(x)$, 试问: 在数列 $\{x_n\}$ 中, 哪些项满足 $f(x_n) > g(x_n)$?

(3) 若对任意 $x_1, x_2 \in [d, m_n] (x_1 \neq x_2)$, 都有 $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$ 成立, 求 a 的最小值.

高考数学模拟试题卷(五)(理工农医类)

本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟。

参考公式:
如果事件 A, B 互斥,那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$
如果事件 A, B 相互独立,那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$
如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$
球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$,其中 R 表示球的半径
球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$,其中 R 表示球的半径

第 I 卷(选择题)

一.选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 计算 $\frac{(2+i)(1-i)^2}{1-2i}$ =
A. 2 B. -2 C. 2i D. -2i
2. $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $a = (-\cos x, 1)$, $b = (2\sin x, \cos 2x)$, 则 $f(x) = a \cdot b$ 的最大值是
A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. $-\sqrt{2}$

3. 若曲线 $f(x) = x^3 - x$ 在点 P 处的切线平行于直线 $3x - y = 0$, 则点 P 的坐标为
A. (1, -3) B. (1, 5) C. (1, 0) D. (-1, 2)

4. 定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的奇函数 $f(x)$, 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 的图象如图所示, 则不等式 $x[f(x) - f(-x)] < 0$ 的解集是
A. $(-3, 0) \cup (0, 3)$
B. $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$
C. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$
D. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$

5. 设偶函数 $f(x) = \log_2 |x-b|$ 在 $(-\infty, 0)$ 内递减, 则 $f(a+1) + f(b+2)$ 的大小关系为
A. $f(a+1) \geq f(b+2)$ B. $f(a+1) \leq f(b+2)$
C. $f(a+1) < f(b+2)$ D. $f(a+1) > f(b+2)$

第 II 题图

6. 已知各项均正的等比数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 1$, 公比为 q , 前 n 项和为 S_n , 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{2n}}{S_n} = 1$, 则公比 q 的取值范围是
A. $q \geq 1$ B. $0 < q \leq 1$
C. $0 < q < 1$ D. $q > 1$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $|\overrightarrow{AB}| = 4$, $|\overrightarrow{AC}| = 1$, $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的值为
A. -2 B. 2 C. ± 4 D. ± 2

8. 若 $f(x) = \log_2 x$, $A = f(\frac{2}{a-b})$, $G = f(\frac{1}{\sqrt{ab}})$, $H = f(\frac{a+b}{2})$, a, b 为正实数, 则 A, G, H 的大小关系为
A. $A \geq G \geq H$ B. $A \geq H \geq G$
C. $H \geq G \geq A$ D. $G \geq H \geq A$

9. 设实数 x, y 满足 $x^2 + (y-1)^2 = 1$, 若对满足条件的 x, y , 不等式 $x + y + c \geq 0$ 恒成立, c 的取值范围是
A. $[\sqrt{2}-1, +\infty)$ B. $(-\infty, \sqrt{2}-1]$
C. $[\sqrt{2}+1, +\infty)$ D. $(-\infty, \sqrt{2}+1]$

10. 已知椭圆 E 的离心率为 e , 两焦点为 F_1, F_2 , 抛物线 C 以 F_1 为顶点, F_2 为焦点, P 为两曲线的一个交点, 若 $|\frac{PF_1}{F_1F_2}| = e$, 则 e 的值为
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

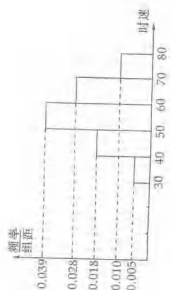
第 II 卷(非选择题)

二.填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在题中横线上)

11. 在底面是直角梯形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $PA = AB = BC = 2$, $AD = 1$, 则 D 到平面 PBC 的距离为

12. 从 0.1, 2, 3, 4 中每次取出不同的 3 个数字组成三位数, 则这些三位数的个位数字的和为

13. 200 辆汽车经过某一段道路时, 时速频率分布直方图如图所示, 则时速超过 80 km/h 的汽车大约有 _____ 辆。



第 13 题图

14. 正奇数集合 $\{1, 3, 5, \dots\}$ 现在由小到大按第 n 组有 $(2n-1)$ 个奇数进行分组: (1), (3, 5, 7), (9, 11, 13, 15, 17), ...

(第一组) (第二组) (第三组)

则 2005 位于第 _____ 组中。

二.解答题(本大题共 6 小题, 共 84 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

15. (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 是三角形的三内角, a, b, c 是三角对应的三边, 已知 $b^2 + c^2 = a^2 + k$,

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $\sin B \sin C = \frac{3}{4}$, 判断 $\triangle ABC$ 的形状。

16. (本小题满分 14 分)

如图 16 所示, 正四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧棱 PA 与底面 $ABCD$ 所成的角 $\angle PAO$ 的正切值为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

- (1) 求侧面 PAD 与底面 $ABCD$ 所成的二面角的大小;
- (2) 若 E 是 PB 的中点, 求异面直线 PD 与 AE 所成角的正切值;
- (3) 试在侧面 PAD 上寻找一点 F , 使 $EF \perp$ 侧面 PBC , 确定点 F 的位置, 并加以证明.

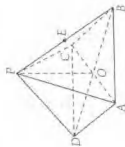


图 16

17. (本小题满分 14 分)

一名博彩者, 放 5 个白球和 5 个红球在一个袋子中, 定下规则: 凡愿摸彩者, 每人交 1 元钱作为“手续费”, 然后以一次从袋中摸出 5 个球, 中彩情况如下表:

摸 5 个球	中彩发放产品
有 5 个白球	1 个箱子 (价值 20 元)
恰有 4 个白球	1 张贺卡 (价值 2 元)
恰有 3 个白球	纪念品 (价值 0.5 元)
其他	同乐一次 (无任何奖品)

试计算:

- (1) 摸一次能获得 20 元奖品的概率;
- (2) 按摸 10000 次统计, 公司能否赚钱? 如果赚钱, 求出净赚多少钱? (精确到元)

18. (本小题满分 14 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$, $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_0 = 0$, 且对任意 $n \in \mathbb{N}^+$, 都有 $2S_n = n(a_n - 1)$, 点 $P_n(a_n, b_n)$ 都在直线 $y = 2x + 2$ 上.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 求证: $\frac{1}{|P_1P_2|^2} + \frac{1}{|P_2P_3|^2} + \dots + \frac{1}{|P_{n-1}P_n|^2} < \frac{2}{3}$ ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}^+$).

19. (本小题满分 14 分)

已知两点 $F_1(-2, 0)$, $F_2(2, 0)$, 动点 M 在 y 轴上的射影为 N , 且满足 $2 \cdot MF_1^2 + MF_2^2 = MN^2$.

- (1) 求动点 M 的轨迹 C 的方程;
- (2) A, B 是轨迹 C 上的两点, AB 中点 S 的横坐标为 1, 求 $|AB|$ 的最大值, 并求此时直线 AB 的方程.

20. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \ln x$, 求证:

- (1) 当 $1 < x < e^2$ 时, 恒有 $x < \frac{2+f(x)}{2-f(x)}$;
- (2) 当 $x > a > 0$ 时, 恒有 $\sqrt{ax} < \frac{x-a}{f(x)-f(a)} < \frac{x+a}{2}$.

高考数学模拟试题卷(六)(理工农医类)

本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 120 分,考试时间 120 分钟。

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$

如果事件 A, B 相互独立,那么 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$,其中 R 表示球的半径

球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$,其中 R 表示球的半径

第 I 卷(选择题)

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x | x = ab, a \in A, b \in A, a \neq b\}$, 则集合 B 的非空真子集的个数为

- A. 14 B. 15 C. 4 D. 16

2. 函数 $f(x) = \sqrt{3} \cos(3x - \pi) - \sin(3x - \pi)$ 是奇函数, 则 β 等于

- A. $k\pi$ B. $k\pi + \frac{\pi}{6}$ C. $k\pi + \frac{\pi}{3}$ D. $k\pi - \frac{\pi}{3}$

3. 已知平面上直线 l 的方向向量 $e = (-\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$, 点 $O(0, 0)$ 和 $A(1, -2)$ 在 l 上的射影分别是 O' 和 A' , 则 $\overrightarrow{OA'} \cdot \overrightarrow{AA'}$ 的值为

- A. $\frac{11}{5}$ B. $-\frac{11}{5}$ C. 2 D. -2

4. 已知点 $A(-2, 0)$, $B(3, 0)$, 动点 $P(x, y)$ 满足 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = x^2$, 则点 P 的轨迹是

- A. 圆 B. 椭圆 C. 双曲线 D. 抛物线

5. 某校高三年级举行的一次演讲比赛共有 10 位同学参赛, 其中一班有 3 位, 二班有 2 位, 其他班有 5 位, 若采取抽签的方式确定他们的演讲顺序, 则一班的 3 位同学恰好被排在一起(指演讲序号相连, 而二班的 2 位同学没有被排在一起的)的概率为

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{40}$ C. $\frac{1}{120}$ D. $\frac{1}{240}$

6. 若 $\angle C = B(n, p)$, 且 $E_C = 6$, $D_C = 3$, 则 $P(\angle C = 1)$ 的值为

- A. $3 \cdot 2^{-3}$ B. 2^{-4} C. 2^{-5} D. $3 \cdot 2^{-10}$

7. 已知 $a > b > 0$, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 和抛物线 $y^2 = 2ax$ 的离心率分别为 e_1, e_2, e_3 , 则

- A. $e_1 e_2 > e_3$ B. $e_1 e_2 = e_3$ C. $e_1 e_2 < e_3$ D. $e_1 e_2 \geq e_3$

8. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x), g(x)$ 都有反函数, 又 $f(x-1)$ 与 $g^-(x-3)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 若 $g(5) = 2002$, 则 $f(4)$ 的值为

- A. 2002 B. 2003 C. 2004 D. 2005

9. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条准线被它的两条渐近线所截得线段长度恰好等于它的一个焦点到一条渐近线的距离, 则双曲线的离心率为

- A. 3 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = \log_{n+1} \frac{n+1}{n+2} (n \in \mathbb{N}^+)$, 设其前 n 项和为 S_n , 则使 $S_n < -5$ 成立的自然数 n

- A. 有最大值 63 B. 有最小值 63 C. 有最小值 31 D. 有最大值 31

第 II 卷(非选择题)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在题中横线上)

11. $(x^2 + \frac{1}{x})^5 (x-2)^5 = a_5 + a_4(x-1) + a_3(x-1)^2 + a_2(x-1)^3 + a_1(x-1)^4 + \dots + a_0(x-1)^5$, 则 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 的值为

12. 平面上点 A, B, C 满足 $|\overrightarrow{AB}| = 3$, $|\overrightarrow{BC}| = 4$, $|\overrightarrow{CA}| = 5$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$

13. 已知 $x \in \mathbb{R}$, 奇函数 $f(x) = x^3 - ax^2 - bx + c$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调增, 则字母 a, b, c 应满足的条件是

14. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 映射 $f: A \rightarrow A$ 满足 $f(1) < f(2) < f(3)$, 则这种映射数为 (用数字作答)

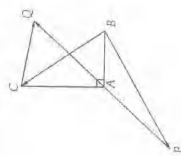
三、解答题(本大题共 6 小题, 共 84 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

15. (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 三内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若满足 $a = (\sqrt{3} - 1)c$, $\frac{\cos C}{\cos B} = \frac{2a - c}{c}$, 求 A, B, C 的值。

16. (本小题满分 14 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = a$, 若长为 $2a$ 的线段 PQ 以 A 为中点, 问 $\overrightarrow{PQ}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 的夹角 θ 取何值时, $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CQ}$ 的值最大? 并求出这个最大值。



17. (本小题满分 14 分)

在斜三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中, 底面是等腰三角形, $AB = AC$, 侧面 $BB_1C_1C \perp$ 底面 ABC .

(1) 若 D 是 BC 的中点, 求证: $AD \perp CC_1$;

(2) 过侧面 BB_1C_1C 的对角线 BC_1 的平面交侧棱于 M , 若 $AM = MA_1$, 求证: 截面 $MBC_1C \perp$ 侧面 BB_1C_1C ;

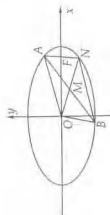
(3) $AM = MA_1$ 是截面 $MBC_1C \perp$ 平面 BB_1C_1C 的充要条件吗? 请你说出判断理由.

19. (本小题满分 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = \frac{m^2}{2} (m > 0)$, 经过其右焦点 F 且以 $a = (1, 1)$ 为方向向量的直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点, M 为线段 AB 的中点, 设 O 为椭圆的中心, 射线 OM 交椭圆 C 于 N 点.

(1) 证明: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{ON}$;

(2) 求 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}$ 的值.



第 19 题图

20. (本小题满分 14 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a , 公差为 b , 等比数列 $\{b_n\}$ 的首项为 b , 公比为 a , 其中 $a, b \in \mathbb{N}_+$, 且 $a_1 < b_1 < a_2 < b_2 < a_3$,

(1) 求 a 的值;

(2) 若对于任意 $n \in \mathbb{N}_+$, 总存在 $m \in \mathbb{N}_+$, 使 $a_m + 3 = b_n$, 求 b 的值;

(3) 在 (2) 中, 记 $\{c_n\}$ 是所有 $\{a_n\}$ 中满足 $a_m + 3 = b_n, m \in \mathbb{N}_+$ 的项从小到大依次组成的数列, 又记 S_n 为 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, T_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 求证: $S_n \geq T_n (n \in \mathbb{N}_+)$.

18. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = kx^3 - 3(k+1)x^2 - k^2 + 1 (k > 0)$.

(1) 若 $f(x)$ 的单调减区间为 $(0, 4)$, 求 k 的值;

(2) 当 $x > k$ 时, 求证: $2\sqrt{x} > 3 - \frac{1}{x}$.