贯彻新课标，专为文科考生编写

体例结构新颖，富有创意

94招解题诀窍，授人以渔

# 高考数学（文科）应试诀窍

赵南平　编著

考点知识汇总

高考要求和常考知识点

解题诀窍

金盾出版社
JINDUN CHUBANSHE

# 高考数学(文科)应试诀窍

赵南平 编 著

金 盾 出 版 社

## 内 容 提 要

本书专为高考文科考生编写，体例结构新颖、富有创意，独特的解题方法和应试诀窍来自作者的教研成果。按照文科数学的考试内容和考试要求，全书共编十二章，每章设三个模块：考点知识汇总、高考要求和常考知识点、解题诀窍。全书总结出23个常考知识点、17个较常考知识点、94招解题诀窍。每招诀窍设立四个栏目：解题指导、经典范例、自我检测、答案与提示。

本书极具针对性和实用性，在独特的解题诀窍上，不仅供文科考生使用，也可供理科考生参考，还是辅导教师的得力教具。本书"授人以渔"，传授解题诀窍，是不可多得的常销教辅书。

**图书在版编目(CIP)数据**

高考数学(文科)应试诀窍/赵南平编著. —北京：金盾出版社，2005.11
ISBN 7-5082-3703-X

Ⅰ.高… Ⅱ.赵… Ⅲ.数学课-高中-升学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第069034号

**金盾出版社出版、总发行**
北京太平路5号(地铁万寿路站往南)
邮政编码：100036 电话：68214039 83219215
传真：68276683 电挂：0234
封面印刷：北京精彩雅恒印刷有限公司
正文印刷：北京金盾印刷厂
各地新华书店经销

开本：787×1092 1/16 印张：24.25 字数：778千字
2005年11月第1版第1次印刷
印数：1—8000册 定价：28.50元

# 作者简介

赵南平，男，1944年9月出生，福建省福州市人，1965年7月毕业于福建师范学院数学系（本科），1988年被评为中学数学特级教师。从事数学教学工作已40年，在教学中注意培养学生掌握解题规律，提高解题能力，所教的学生数学高考成绩优良，所指导的学生在数学竞赛中获奖。至今已由出版社出版编著8本，已在全国各种数学刊物上发表论文30多篇，有的被收入上海教育出版社出版的《名师授课录》一书，有的被收入台湾九章出版社出版的《名师授课手记》一书。

赵南平还担任过省重点中学校长，曾获得福建省“五一劳动奖章”“全国优秀教师”等多项荣誉称号。其传略材料及主要业绩介绍已入选由国家人事部专家服务中心组织编写的《中国专家大辞典》权威辞书以及《中国特级教师》等多种辞书。

# 前　言

当您在书店的书架上或在朋友手中看到本书时，也许它不会引起您的特别注意，但当您看了本书的目录或再随意翻阅几页时，您一定会被本书的许多独特之处所吸引，并想尽快得到这本书。

## 一、本书的独特之处

### （一）专为高考文科考生编写

目前世面上流行的高考辅导书基本上都是以理科考生为对象，在内容上是理科考试的范畴（必修＋选修Ⅱ），在要求上也以理科考试要求为基准，因而对文科考生来说，在例题和练习题方面有的就显得偏难.

本书作者精心研究1988年以来的全国及各省市高考文科数学试题，并参阅数十本近年来流行的各种数学复习资料，结合长期从事数学教学和辅导的实践，按照文科的考试内容（必修＋选修Ⅰ）和考试要求编写，在例题和练习题上，适当控制了难度，完全满足文科考生的迫切需求，以帮助考生掌握高考各种题型的解题方法和提高考生的解题能力。

### （二）体例结构新颖、富有创意

**1. 每章均按三个模块编写**

（1）考点知识汇总　对考试说明中列出的考点所涉及的基础知识作简明扼要的介绍。

（2）高考要求和常考知识点　根据最新复习考试说明的要求列出各章的高考要求，并根据历年全国和各省市文科数学试题对各考点考查的频率，作了认真统计，从而归纳出常考知识点23个和较常考知识点17个，读者可从中了解考试的重点和热点。

（3）解题诀窍　根据最新考试说明所列考试内容和考试要求，编者对历年全国和各省市高考文科试题和大量各种类型的试题作了研究之后，精心设计出涵盖所有考点和考试要求的解题诀窍94招，归纳总结出各种题型的解题方法，给出解法指导，特别是对常考知识点和较常考知识点进行"重锤猛敲"，借以提高考生的解题能力。

**2. 本书最具特色的部分是"解题诀窍"**

某数学大师说得好："**掌握一种解题方法比做一百道题更重要。**"从高考命题来看，是否具有较强的解题能力和能否灵活应用解题方法是测试考生知识能力素质高低的重要方面。要想在高考中取得好成绩，最终的落脚点仍然是提高考生的解题能力。高考命题虽然年年有创新，但考试说明仍强调"注意通性通法，淡化特殊技巧"，因此，本书把编写的重点放在帮助考生掌握解题方法（即"通性通法"）和提高解题能力上，编者不仅对高考文科试题作了精心研究，还参阅了数十本近几年流行的各种高考复习考试资料，做了大量习题，博采众长，匠心独运，精心设计解题诀窍，每一招的解题诀窍均由以下四部分组成：

（1）解法指导　对该题型的各种解题方法和规律、技巧作全面而详尽的指导。

（2）经典范例　根据解法指导所介绍的解题方法精选例题（首选历年全国和各省市文科试题），例题题型新颖（有的是刚刚考完的试题），各种题型全面，极具典型性和代表性，例题的针对性强。在例题的解法上不仅注意普通解法，而且注意特殊解法和技巧的应用（如选择题、填空题的解法），为开拓考生的思路，许多例题均有一题多解，这有利于帮助考生掌握各类题型的解题思路、方法、规律和技巧，丰富答题经验，真正做到融会贯通，举一反三，在解题的步骤、过程上，也比其他教辅书写得详细，尽量不跳步。

（3）自我检测　为检查考生是否掌握本招所介绍的解题方法，本书精选了一些练习题，其

题量适中，而且有意将与本招有关的历年全国和各省市的高考文科试题放在自我检测题中，让考生身临其境，通过解题体会高考的要求，其实用性强，在自我检测题的编排上打破其他书的惯例，其顺序与例题的顺序一致，当读者解某题有困难时，可参考相应题号的例题的解法，从中得到启发。

（4）答案与提示　对各检测题均给出答案，一般都有提示，凡一题多解的也尽量详解。

**（三）本书专门论及的一些内容在其他教辅书中极少涉及**

本书中的一些内容是编者多年教研的成果（有的曾发表于数学刊物上），有的题型已成为近几年高考的热门题型。

1. 用向量法证空间点、线、面位置关系，求空间各种角度，求空间各种距离等方法。
2. 通过构造正方体判断空间线、面位置关系的方法。
3. 在立体几何中巧添辅助线和辅助面的方法。
4. 用向量法求动点轨迹方程的方法及向量法在解析几何中的应用。
5. 用坐标法解题的方法及应用。
6. 用样本估计总体期望值和方差的方法。

## 二、本书使用说明

**（一）先复习“考点知识汇总”，再学习“解题诀窍”各招**

由于高考试题均有一定的难度，因此在看各章“解题诀窍”的各招之前必须先认真的将本章的“考点知识汇总”复习一遍（若能结合高三数学总复习第一轮基本知识复习之后来做，效果会更好），对一时感到较难的例题或习题可暂搁一边，待高三总复习进行到一定阶段后再回过头来看也不迟。

**（二）“常考知识点”和“较常考知识点”是重点复习内容**

对本书中所列出的各章的“常考知识点”和“较常考知识点”应是重点复习的内容，所介绍的解题方法应是重点掌握的方法，做练习题时可首选历年高考试题，重在掌握解题方法。

通过对本书的学习，编者相信定能使考生大大提高解题能力，定会受益匪浅。

**（三）本书使用范围**

1. 专为文科考生编写。
2. 可供理科考生在学习相关内容时参考。
3. 既是指导高考文科考生复习数学的良师益友，也是辅导教师的得力教具和掌中瑰宝。

本书编者对我国数学高考的考试特点、规律以及发展趋势作长期跟踪并潜心研究，虽倾心尽力，但疏漏不妥之处在所难免，敬祈数学同行和广大读者不吝指正。

衷心祝愿广大考生学会本书的应试诀窍，在自己不懈的努力下，取得优异的考试成绩，步入理想的高校。

赵南平

2005年6月

于福州

# 目　录


## 第一章　集合与简易逻辑 …………(1)

**一、考点知识汇总** …………(1)

**二、高考要求和常考知识点** …………(2)

**三、解题诀窍** …………(3)

**第 1 招**　如何判断元素与集合、集合与集合间的关系？如何求集合的交集、并集、补集？ …………(3)

**第 2 招**　如何解含绝对值的不等式？ …………(7)

**第 3 招**　如何解一元二次不等式？ …………(8)

**第 4 招**　如何判断复合命题的真假？如何写出原命题的逆命题、否命题和逆否命题？如何用反证法证题？ …………(12)

**第 5 招**　如何判断一个命题中的条件是结论成立的充分条件、必要条件还是充要条件？ …………(15)

## 第二章　函数 …………(17)

**一、考点知识汇总** …………(17)

**二、高考要求和常考知识点** …………(19)

**三、解题诀窍** …………(20)

**第 6 招**　如何解有关映射的问题？ …………(20)

**第 7 招**　如何求函数的定义域？如何判断两个函数是否是同一函数？ …………(21)

**第 8 招**　如何求函数解析式？ …………(23)

**第 9 招**　如何求函数值？ …………(25)

**第 10 招**　如何求函数的值域或最值？ …………(27)

**第 11 招**　如何判断函数的奇偶性？ …………(31)

**第 12 招**　如何判断函数的单调性？如何求单调区间？ …………(34)

**第 13 招**　如何求反函数？如何利用反函数的概念和性质解题？ …………(38)

**第 14 招**　如何进行幂与对数的运算？ …………(42)

**第 15 招**　如何利用指数函数、对数函数的性质解题？ …………(44)

**第 16 招**　如何解与函数图象有关的问题？ …………(46)

**第 17 招**　如何解函数的应用题？ …………(53)

## 第三章　数列 …………(57)

**一、考点知识汇总** …………(57)

**二、高考要求和常考知识点** …………(57)

**三、解题诀窍** …………(58)

**第 18 招**　如何由所给数列或递推公式求数列的通项公式？如何由数列的通项公式求某一项？ ……(58)

**第 19 招**　已知等差(等比)数列的首项 $a_1$、公差 $d$(公比 $q$)、项数 $n$、通项 $a_n$、前 $n$ 项和 $S_n$ 五个量中的三个量，如何求出另两个量？ …………(63)

**第 20 招**　如何利用等差(等比)数列的性质解题？ …………(67)

**第 21 招**　如何判断一个数列是否是等差(等比)数列？ …………(71)

**第 22 招**　如何求某些特殊数列的和？ …………(74)

**第 23 招**　如何解等差(等比)数列应用题？ …………(76)

第四章 三角函数 …… (81)
一、考点知识汇总 …… (81)
二、高考要求和常考知识点 …… (84)
三、解题诀窍 …… (84)
第 24 招 如何求终边相同的角？如何判断角所在的象限或求角的范围？ …… (84)
第 25 招 如何进行弧度与角度的换算？如何求弧长和扇形的面积？ …… (86)
第 26 招 如何根据三角函数的定义求三角函数值？如何判断三角函数值的符号？如何用三角函数线解题？ …… (87)
第 27 招 已知某角的一个三角函数值，如何求出该角的其他三角函数值？ …… (89)
第 28 招 如何应用公式 $(\sin\alpha\pm\cos\alpha)^2=1\pm2\sin\alpha\cos\alpha$ 来解题？ …… (91)
第 29 招 如何用诱导公式求任意角三角函数值？ …… (93)
第 30 招 如何应用两角和、差、二倍角的正弦、余弦、正切公式求三角函数值？ …… (94)
第 31 招 如何证明三角恒等式？ …… (99)
第 32 招 如何化简三角函数式？ …… (101)
第 33 招 如何判断三角函数的奇偶性？ …… (103)
第 34 招 如何比较两个三角函数值的大小？如何求三角函数的单调区间？ …… (104)
第 35 招 如何求三角函数式的最大(小)值或值域？ …… (108)
第 36 招 如何求三角函数式的最小正周期？ …… (113)
第 37 招 如何解与正弦、余弦、正切函数的图象有关的问题？ …… (115)
第 38 招 如何由已知三角函数值求角？ …… (121)
第 39 招 如何解最简单的三角不等式？如何求三角函数的定义域？ …… (123)
第五章 平面向量 …… (127)
一、考点知识汇总 …… (127)
二、高考要求和常考知识点 …… (129)
三、解题诀窍 …… (130)
第 40 招 如何进行平面向量的加法、减法、数乘向量、直角坐标和数量积的运算？ …… (130)
第 41 招 如何运用两个向量平行、垂直的充要条件解题？ …… (133)
第 42 招 如何运用线段的定比分点和中点坐标公式、两点间距离公式、平移公式解题？ …… (136)
第 43 招 如何解斜三角形？ …… (140)
第 44 招 如何判定三角形的形状？ …… (145)
第六章 不等式 …… (147)
一、考点知识汇总 …… (147)
二、高考要求和常考知识点 …… (147)
三、解题诀窍 …… (148)
第 45 招 如何应用不等式的性质解题？ …… (148)
第 46 招 如何运用均值不等式求函数最值和比大小？ …… (151)
第 47 招 如何用比较法、综合法、分析法证明简单的不等式？ …… (153)
第 48 招 如何解高次不等式、分式不等式？ …… (156)
第 49 招 如何证明含有绝对值的不等式？ …… (158)
第 50 招 如何解不等式应用题和综合题？ …… (159)
第七章 直线和圆的方程 …… (164)
一、考点知识汇总 …… (164)
二、高考要求和常考知识点 …… (166)

三、解题诀窍 …… (166)
**第 51 招**　如何求直线的斜率和倾斜角？ …… (166)
**第 52 招**　如何求直线方程？ …… (168)
**第 53 招**　如何判断两条直线的位置关系？如何证明直线系恒过定点？
如何求点到直线的距离和两条平行线的距离？ …… (173)
**第 54 招**　如何解简单的线性规划问题？ …… (178)
**第 55 招**　如何利用曲线方程的概念解题？如何判断两曲线是否相交？如何求出交点坐标？ …… (183)
**第 56 招**　如何求圆的方程？ …… (187)
**第 57 招**　如何解点与圆、直线与圆、圆与圆位置关系的问题？ …… (191)
**第 58 招**　如何求圆的切线方程？ …… (195)
**第 59 招**　如何利用圆的参数方程解题？ …… (198)
**第 60 招**　如何解曲线的对称性问题？ …… (200)
**第 61 招**　如何运用坐标法解题？ …… (205)

第八章　圆锥曲线方程 …… (213)
一、考点知识汇总 …… (213)
二、高考要求和常考知识点 …… (215)
三、解题诀窍 …… (215)
**第 62 招**　如何求椭圆、双曲线、抛物线的方程？如何判断所给方程是否是圆锥曲线方程？ …… (215)
**第 63 招**　如何求圆锥曲线的半长(实)轴、半短(虚)轴、半焦距、焦点坐标、离心率、
渐近线方程和准线方程？ …… (220)
**第 64 招**　如何运用圆锥曲线的定义解题？ …… (224)
**第 65 招**　如何利用椭圆的参数方程解题？ …… (228)
**第 66 招**　如何解直线与圆锥曲线位置关系的问题？ …… (231)
**第 67 招**　如何求轨迹方程？ …… (236)
**第 68 招**　如何解与圆锥曲线有关的应用题和综合题？ …… (245)

第九章　(B)直线、平面、简单几何体 …… (254)
一、考点知识汇总 …… (254)
二、高考要求和常考知识点 …… (259)
三、解题诀窍 …… (260)
**第 69 招**　如何利用平面的基本性质证明点、线、面间的关系？ …… (260)
**第 70 招**　如何判定两直线是异面直线或互相平行？ …… (262)
**第 71 招**　如何证明直线和平面平行、平面和平面平行？ …… (264)
**第 72 招**　如何证明直线和直线、直线和平面、平面和平面垂直？ …… (266)
**第 73 招**　如何进行空间向量的加、减、数乘、数量积和坐标运算？ …… (271)
**第 74 招**　如何求两异面直线、直线和平面、平面和平面所成的角？ …… (273)
**第 75 招**　如何求点到直线、点到平面、直线到与它平行的平面、两个平行平面、
两异面直线的距离？ …… (282)
**第 76 招**　在立体几何问题中如何巧添辅助线和辅助面？ …… (288)
**第 77 招**　如何解平面图形的翻折问题？ …… (291)
**第 78 招**　如何用向量法证空间的点、线、面位置关系问题？ …… (293)
**第 79 招**　如何用向量法求空间各种角？ …… (300)
**第 80 招**　如何用向量法求空间各种距离？ …… (304)
**第 81 招**　如何利用棱柱、棱锥、球的性质进行计算？ …… (308)

第十章　排列、组合和概率 …… (317)

一、考点知识汇总 …… (317)
二、高考要求和常考知识点 …… (318)
三、解题诀窍 …… (319)
第 82 招 如何利用分类计数原理与分步计数原理解决一些简单的应用问题? …… (319)
第 83 招 如何求排列数和组合数? …… (321)
第 84 招 如何解排列、组合的简单应用题? …… (323)
第 85 招 如何解带限制条件的排列、组合应用题? …… (325)
第 86 招 如何利用二项式定理和二项展开式的性质求解和证明一些简单的问题? …… (330)
第 87 招 如何求随机事件的概率? …… (334)
第 88 招 如何求互斥事件、相互独立事件的概率? …… (336)
选修Ⅰ …… (342)
第一章 统计 …… (342)
一、考点知识汇总 …… (342)
二、高考要求 …… (343)
三、解题诀窍 …… (343)
第 89 招 如何对简单的实际问题进行抽样? …… (343)
第 90 招 如何用样本频率分布估计总体分布? …… (345)
第 91 招 如何用样本估计总体期望值和方差? …… (350)
第二章 极限与导数 …… (353)
一、考点知识汇总 …… (353)
二、高考要求 …… (354)
三、解题诀窍 …… (354)
第 92 招 如何求多项式函数的导数?如何求曲线的切线方程? …… (354)
第 93 招 如何用导数判定多项式函数的单调性?如何用导数求单调区间 …… (358)
第 94 招 如何用导数求多项式函数的极值和最值?如何用导数求某些简单实际问题的最值? … (360)
附录
附录Ⅰ 解数学选择题的几种常用特殊解法 …… (365)
附录Ⅱ 解数学填空题的几种常用特殊解法 …… (374)

# 第一章　集合与简易逻辑

## 一、考点知识汇总

**(一) 集合**

1. 集合的基本概念

**(1) 集合的定义**　把某些指定的对象集在一起就成为一个集合. 集合一般用大括号来表示,还经常用大写的拉丁字母表示.

**(2) 常用的数集及其记号**　① 全体非负整数的集合通常简称非负整数集(或自然数集),记作 **N**. 非负整数集排除 0 的集,也称正整数集,表示成 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$　② 全体整数的集合通常简称整数集,记作 **Z**　③ 全体有理数的集合通常简称有理数集,记作 **Q**　④ 全体实数的集合简称实数集,记作 **R**.

**(3) 元素概念**　集合中的每个对象叫这个集合的元素. 集合的元素常用小写的拉丁字母表示.

如果 $a$ 是集合 $A$ 的元素,就说 $a$ 属于集合 $A$,记作 $a\in A$;如果 $a$ 不是集合 $A$ 的元素,就说 $a$ 不属于集合 $A$,记作 $a\notin A$(或 $a\overline{\in}A$). 集合中的元素有三个特性:确定性、互异性、无序性.

2. 集合的表示方法

**(1) 列举法**　把集合中的元素一一列举出来并写在大括号内的方法.

**(2) 描述法**　用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法.

**(3) 图示法**　为了形象地表示集合,我们常常画一条封闭的曲线(如长方形、圆),用它的内部来表示一个集合.

3. 空集的概念

不含任何元素的集合叫空集,记作 $\varnothing$.

4. 集合与集合的关系

**(1) 子集**　对于两个集合 $A$ 与 $B$,如果集合 $A$ 的任何一个元素都是集合 $B$ 的元素,我们就说集合 $A$ 包含于集合 $B$,或集合 $B$ 包含集合 $A$,记作 $A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$). 这时我们也说集合 $A$ 是集合 $B$ 的子集.

当集合 $A$ 不包含于集合 $B$,或集合 $B$ 不包含集合 $A$ 时,则记作 $A\not\subseteq B$(或 $B\not\supseteq A$).

我们规定:空集是任何集合的子集,也就是说,对于任何一个集合 $A$,有 $\varnothing\subseteq A$.

集合相等　对于两个集合 $A$ 与 $B$,如果集合 $A$ 的任何一个元素都是集合 $B$ 的元素,同时集合 $B$ 的任何一个元素都是集合 $A$ 的元素,我们就说集合 $A$ 等于集合 $B$,记作 $A=B$.

真子集　对于两个集合 $A$ 与 $B$,如果 $A\subseteq B$,并且 $A\neq B$,我们就说集合 $A$ 是集合 $B$ 的真子集,记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$).

几个重要结论　① 任何一个集合是它本身的子集:$A\subseteq A$　② 空集是任何非空集合的真子集　③ 如果 $A\subseteq B$,$B\subseteq C$,那么 $A\subseteq C$　④对于集合 $A$、$B$,如果 $A\subseteq B$,同时 $B\subseteq A$,那么 $A=B$.

**(2) 全集与补集**

全集:如果集合 $S$ 含有我们所要研究的各个集合的全部元素,这个集合就可以看作一个全集. 全集通常用 U 表示.

补集:设 $S$ 是一个集合,$A$ 是 $S$ 的一个子集(即 $A\subseteq S$),由 $S$ 中所有不属于 $A$ 的元素组成的集合,叫 $S$ 中子集 $A$ 的补集(或余集),记作 $\complement_S A$,即 $\complement_S A=\{x\mid x\in S \text{ 且 } x\notin A\}$.

补集的性质:$A\cap\complement_U A=\varnothing$,$A\cup\complement_U A=U$,$\complement_U(\complement_U A)=A$.

注意:在不同的全集中,同一集合的补集不相同.

**(3) 交集**　由所有属于集合 $A$ 且属于集合 $B$ 的元素所组成的集合,叫 $A$ 与 $B$ 的交集,记作 $A\cap B$,即 $A\cap B=\{x\mid x\in A, \text{且 } x\in B\}$. 交集的性质:$A\cap A=A$,$A\cap\varnothing=\varnothing$,$A\cap B=B\cap A$.

**(4) 并集**　由所有属于集合 $A$ 或属于集合 $B$ 的元素所组成的集合,叫 $A$ 与 $B$ 的并集,记作 $A\cup B$,即 $A\cup B=\{x\mid x\in A, \text{或 } x\in B\}$. 并集的性质:$A\cup A=A$,$A\cup\varnothing=A$,$A\cup B=B\cup A$.

5. 求集合交集、并集、补集的方法　见解题诀窍第 1 招.

**(二) 简单不等式的解法**

1. 含绝对值的不等式解法　见解题诀窍第 2 招.

2. 一元二次不等式的解法　见解题诀窍第 3 招.

**(三) 简易逻辑**

1. 逻辑联结词

**(1) 命题**　① 定义:可以判断真假的语句叫命题.命题常用小写的拉丁字母 $p$、$q$、$r$、$s$……来表示 ② 逻辑联结词:"或"、"且"、"非" ③ 简单命题:不含逻辑联结词的命题. ④ 复合命题:由简单命题与逻辑联结词构成的命题.复合命题的构成形式有三种:$p$ 或 $q$;$p$ 且 $q$;非 $p$.(非 $p$ 也叫命题 $p$ 的否定).

**(2) 真值表**　表示命题的真假的表叫真值表.

**非 $p$ 形式**

| $p$ | 非 $p$ |
|---|---|
| 真 | 假 |
| 假 | 真 |

**$p$ 且 $q$ 形式**

| $p$ | $q$ | $p$ 且 $q$ |
|---|---|---|
| 真 | 真 | 真 |
| 真 | 假 | 假 |
| 假 | 真 | 假 |
| 假 | 假 | 假 |

**$p$ 或 $q$ 形式**

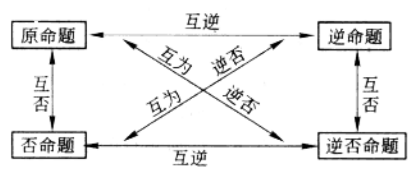
| $p$ | $q$ | $p$ 或 $q$ |
|---|---|---|
| 真 | 真 | 真 |
| 真 | 假 | 真 |
| 假 | 真 | 真 |
| 假 | 假 | 假 |

2. 四种命题

**(1) 四种命题**　若用 $p$ 和 $q$ 分别表示原命题的条件和结论,用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 $p$ 和 $q$ 的否定,则四种命题的形式是:

原命题　若 $p$ 则 $q$;　逆命题　若 $q$ 则 $p$;

否命题　若 $\neg p$ 则 $\neg q$;　逆否命题若 $\neg q$ 则 $\neg p$.




**(2) 四种命题间的相互关系**　① 原命题为真,它的逆命题不一定为真. ② 原命题为真,它的否命题不一定为真. ③ 原命题为真,它的逆否命题一定为真.

**(3) 反证法**　见解题诀窍第 4 招.

3. 充分条件和必要条件

**(1) 定义**　① 如果已知 $p \Rightarrow q$,那么我们就说 $p$ 是 $q$ 的充分条件,$q$ 是 $p$ 的必要条件. ② 如果既有 $p \Rightarrow q$,又有 $q \Rightarrow p$(即 $p \Leftrightarrow q$),我们就说 $p$ 是 $q$ 的充分必要条件,简称充要条件.

**(2) 判断充分条件,必要条件,充要条件的方法**　见解题诀窍第 5 招.

## 二、高考要求和常考知识点

**(一) 高考要求**

1. 理解集合、子集、补集、交集、并集的概念,了解空集和全集的意义.了解属于、包含、相等关系的意义.掌握有关的术语和符号,并会用它们正确表示一些简单的集合.

2. 理解逻辑联结词"或"、"且"、"非"的含义,理解四种命题及其相互关系、掌握充分条件、必要条件及充要条件的意义.

**(二) 常考知识点**

集合的交集、并集、补集　(见解题诀窍第 1 招).

**(三) 较常考知识点**

充分条件和必要条件　见解题诀窍第 5 招.

# 三、解题诀窍

## 第1招　如何判断元素与集合、集合与集合间的关系？如何求集合的交集、并集、补集？

集合是年年高考必考内容，且一般以选择题形式出现，近几年试题加强了对集合的运算、化简的考查.

**【解法指导与经典范例】**

### (一) 判断元素与集合之间关系的方法

要判断某元素是否属于某集合或要判断某集合是否是另一集合的子集，一般是根据定义，有时也可借助于韦恩图(特别是关于包含关系的判断)，通过数形结合解决问题.

这里要注意以下几点：

1. 符号"$\in$"与"$\notin$"是用来表示元素与集合之间的关系；而符号"$\subseteq$"、"$\subsetneqq$"与"$=$"是用来表示集合与集合之间的关系.

2. 一般地，出现大括号时是表示集合，未出现时是表示元素.

3. 对于给定的集合，首先要弄清集合中的元素指的是什么，元素满足什么条件，注意区别符号、术语所表达的含义. 并且能化简的要先化简.(如例5、例8)

**【例1】** 下列命题中正确的是(　　)

A. $2\sqrt{11}\in\{$实数集$\}$　　　B. $2\sqrt{11}\subset\{x|x\leqslant 3\sqrt{5}\}$

C. $2\sqrt{11}\notin\{x|x\leqslant 3\sqrt{5}\}$　　　D. $2\sqrt{11}\in\{x|x\leqslant 3\sqrt{5}\}$

**解**　(排除法)

由于集合{实数集}中的元素是集合，而不是数，所以A不正确.

由于元素与集合间的关系只能用$\in$、$\notin$来表示，所以B不正确.

又$\because 2\sqrt{11}=\sqrt{44}<\sqrt{45}=3\sqrt{5}$，$\therefore 2\sqrt{11}\in\{x|x\leqslant 3\sqrt{5}\}$. 故选D.

**【例2】** 设集合$A=\{a|a=n^2+1, n\in\mathbf{N}\}$，集合$B=\{b|b=k^2-4k+5, k\in\mathbf{N}\}$，若$a\in A$，试判断$a$与$B$的关系.

**解**　$\because a\in A$，$\therefore a=n^2+1=n^2-4n+4n-4+5=(n^2+4n+4)-4(n+2)+5=(n+2)^2-4(n+2)+5$.

$\because n\in\mathbf{N}$，$\therefore n+2\in\mathbf{N}$. 则$a\in B$.

### (二) 判断集合与集合间关系的方法

1. 一般是归结为判断元素与集合的关系，而对于用集合语言叙述的问题，求解时往往需要转译成代数语言或几何语言(如例4、例10). 在考查集合的子集时，要特别注意空集是任意集合的子集，是任意一个非空集合的真子集. 而任意一个集合是它自身的子集.

注意：含有$n$个元素的集合有$2^n$个子集(包含空集)、有$2^n-1$个非空子集、有$2^n-2$个非空真子集(如例6).

2. 若未给出集合的元素(即所谓的"抽象集合")，常通过画出韦恩图来判断.(如例15)

**【例3】** **2002·全国、天津文一(6)、理一(5)、广东文理一(5)** 设集合$M=\left\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}, k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}, k\in\mathbf{Z}\right\}$，则(　　)

A. $M=\mathbf{N}$　　B. $M\subsetneqq\mathbf{N}$　　C. $M\supsetneqq\mathbf{N}$　　D. $M\cap\mathbf{N}=\varnothing$

**解一**　对$M$：$x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2k+1}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$；对$N$：$x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}=\frac{k+2}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$. 比较分子：$2k+1$是奇数，$k+2$可以是任意整数，$\therefore M\subsetneqq\mathbf{N}$. 故选B.

**解二**　(特殊值判断法)

对 $\mathbf{N}$：令 $k=2$ 得 $x=1$；对 $M$：若令 $\frac{k}{2}+\frac{1}{4}=1$，解得 $k=\frac{3}{2}\notin \mathbf{Z}$. ∴ $1\notin M$. A、C 不正确.

对 $\mathbf{N}$：令 $k=-1$ 得 $x=\frac{1}{4}$；对 $M$：若令 $\frac{k}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$，解得 $k=0$，∴ $\frac{1}{4}\in M$. D 不正确，应选 B.

**【例 4】** 已知集合 $P=\{y=x^2+1\}$，$Q=\{y\mid y=x^2+1\}$，$R=\{x\mid y=x^2+1\}$，$M=\{(x,y)\mid y=x^2+1\}$，$\mathbf{N}=\{x\mid x\geqslant 1\}$，则(　　)

A. $P=M$　　B. $Q=R$　　C. $R=M$　　D. $Q=N$

**解**　集合 $P$ 是用列举法表示，只含一个元素，即函数 $y=x^2+1$. 集合 $Q$、$R$、$N$ 中的元素全是数，即这三个集合都是数集. 集合 $Q$ 是函数 $y=x^2+1$ 的值域 $[1,+\infty)$；集合 $N$ 是不等式的解集 $[1,+\infty)$；而集合 $M$ 的元素是坐标平面上的点，此集合是函数 $y=x^2+1$ 图象上所有点组成的集合. 故选 D.

**【例 5】** **1999 · 上海文、理三(17)** 设集合 $A=\{x\mid |x-a|<2\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,\frac{2x-1}{x+2}<1\right\}$，若 $A\subseteq B$，求实数 $a$ 的取值范围.

**解**　由 $|x-a|<2$ 得 $a-2<x<a+2$. ∴ $A=\{x\mid a-2<x<a+2\}$.

$\frac{2x-1}{x+2}<1$　即 $\frac{x-3}{x+2}<0$，解得 $-2<x<3$，∴ $B=\{x\mid -2<x<3\}$.

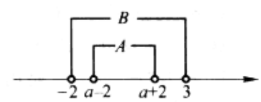



图 1-1

借助于数轴(如图 1-1)，由 $A\subseteq B$ 得 $\begin{cases}a-2\geqslant -2\\ a+2\leqslant 3,\end{cases}$ 解得 $0\leqslant a\leqslant 1$.

**【例 6】** **2001 · 北京春文理一(1)** 集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$ 的子集个数是(　　)

A. 32　　B. 31　　C. 16　　D. 15

**解**　$2^5=32$.　∴ 选 A

### (三) 利用集合元素性质求字母值的方法

由于集合元素具有确定性、无序性和互异性，在求集合的元素涉及字母取值的问题时，可利用集合元素的无序性列出方程(组)，解方程(组)求出字母的值(有时还需讨论). 对求出字母的值还要检验是否满足集合元素的互异性.

**【例 7】** 已知集合 $A=\{a,a+d,a+2d\}$，集合 $B=\{a,aq,aq^2\}$，其中 $a$、$d$、$q\in\mathbf{R}$，若 $A=B$，求常数 $q$ 的值.

**解**　依元素的互异性知：$a\neq 0$，$d\neq 0$，$q\neq 1$.

∵ $A=B$，∴ (Ⅰ) $\begin{cases}a+d=aq\\ a+2d=aq^2\end{cases}$　或　(Ⅱ) $\begin{cases}a+d=aq^2\\ a+2d=aq.\end{cases}$

由(Ⅰ)得：$a+2(aq-a)=aq^2$，∵ $a\neq 0$，∴ $q^2-2q+1=0$，$q=1$(舍去)

由(Ⅱ)得：$q=-\frac{1}{2}$ 或 $q=1$(舍去). 综上得 $q=-\frac{1}{2}$.

### (四) 求集合的交集、并集、补集的方法

一般是根据定义来求.

1. 要求两集合的交集，就是求由两集合的公共元素组成的集合.

2. 要求两集合的并集，就是求由两集合的所有元素组成的集合，但要注意集合元素的互异性，当集合中的元素含有字母参数时，还要注意讨论.(如例 9)

3. 求补集时一定要注意全集指的是什么，一般来说，全集不同，其补集也不同.

**【例 8】** **2000 · 上海文理二(15)** 若 $S=\{y\mid y=3^x,x\in\mathbf{R}\}$，$T=\{y\mid y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$，则 $S\cap T$ 是(　　)

A. $S$　　B. $T$　　C. $\varnothing$　　D. 有限集

**解**　由题知集合 $S$、$T$ 分别表示函数 $y=3^x$ 和 $y=x^2-1$ 的值域，∴ $S=\{y\mid y>0\}$，$T=\{y\mid y\geqslant -1\}$. 于是 $S\cap T=S$. 应选 A.

**【例 9】** 设集合 $A=\{1,3,a\}$，$B=\{1,a^2-a+1\}$，求 $A\cup B$.

**解**　由集合元素的互异性知：在 $A$ 中 $a\neq 1$，$a\neq 3$；在 $B$ 中 $a^2-a+1\neq 1$，即 $a\neq 0$ 且 $a\neq 1$.

如果 $a^2-a+1=3$，即 $a=-1$ 或 $a=2$. 当 $a=-1$ 时，$A\cup B=\{1,3,-1\}$；当 $a=2$ 时：$A\cup B=\{1,3,2\}$.

如果 $a^2-a+1=a$，即 $a=1$(舍去)

如果 $a\neq-1$ 且 $a\neq2$ 且 $a\neq0$ 且 $a\neq1$ 且 $a\neq3$，则 $A\cup B=\{1,3,a,a^2-a+1\}$.

4. 集合运算中常用到的结论：

(1) $A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A$；$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cup B=B$.

(2) $\complement_I(A\cap B)=\complement_I A\cup\complement_I B$；$\complement_I(A\cup B)=\complement_I A\cap\complement_I B$.

5. 有些问题若从正面入手解题较难，可改为由反面入手，这就是"正难则反"的解题策略. 在解集合问题时，可将所研究对象的全体视为全集 $U$，求出使问题反面成立的集合 $A$，则 $\complement_U A$ 便为所求，这就是所谓的"补集思想"(如例 10).

【例 10】**1990・全国文一(11)、理一(9)** 设全集 $I=\{(x,y)\mid x,y\in\mathbf{R}\}$，集合 $M=\left\{(x,y)\,\middle|\,\dfrac{y-3}{x-2}=1\right\}$，$N=\{(x,y)\mid y\neq x+1\}$，那么 $\overline{M\cup N}$ 等于(　　)

A. $\varnothing$　　　B. $\{(2,3)\}$　　　C. $(2,3)$　　　D. $\{(x,y)\mid y=x+1\}$

**解一**　$\dfrac{y-3}{x-2}=1$ 即 $y=x+1(x\neq2)$，∴ 集合 $M$ 是直角坐标平面内直线 $l$：$y=x+1$ 上除去点 $A(2,3)$ 外的点集，集合 $N$ 是直角坐标平面内除去直线 $l$：$y=x+1$ 外的点集，∴ $M\cup N$ 是除去点 $A(2,3)$ 外的点集，因此 $\overline{M\cup N}=\{(2,3)\}$. 应选 B.

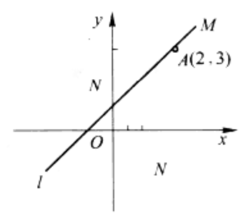



图 1-2

**解二**　$\overline{M\cup N}=\overline{M}\cap\overline{N}$，同上，$\overline{M}$ 是平面内除去直线 $y=x+1$ 上的点再加上点(2,3)的集合，$N$ 是直线 $y=x+1$ 上的点集，∴ $\overline{M}\cap\overline{N}$ 表示点(2,3). 因此 $\overline{M\cup N}=\{(2,3)\}$. 选 B.

说明：本题若画出如图 1-2 的草图，答案就很明显了.

6. 当三个集合作交、并、补的运算时，要先作括号内的运算. 一般来说，结合律是不成立的. 即 $X\cap(Y\cup Z)$ 与 $(X\cap Y)\cup Z$ 是不相等的两个集合.

【例 11】**1999・全国、广东文理一(1)** 如图 1-3，$I$ 是全集，$M$、$P$、$S$ 是 $I$ 的 3 个子集，则阴影部分所表示的集合是(　　)

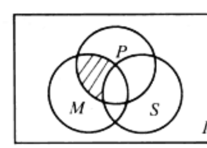



图 1-3

A. $(M\cap P)\cap S$　　　B. $(M\cap P)\cup S$

C. $(M\cap P)\cap\overline{S}$　　　D. $(M\cap P)\cup\overline{S}$

**解一**　阴影部分为 $M\cap P$ 的一部分且位于 $S$ 的外部，即在 $\overline{S}$ 中，∴ 它表示 $(M\cap P)\cap\overline{S}$. 选 C.

**解二**　(排除法)阴影部分不含 $S$ 中元素，故排除 B；$M$、$P$、$S$ 的公共部分位于阴影之外，故排除 A；阴影只是 $S$ 外部区域(即 $\overline{S}$)的局部，不含 $\overline{S}$ 的全部元素，故排除 D，因此应选 C.

7. 若集合是用不等式(或区间)表示的实数集合，求它们的交集、并集、补集时常要借助于数轴来处理.(要注意区间端点的"开"与"闭").

【例 12】**1998・上海文、理二(15)** 设全集为 $\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x^2-5x-6>0\}$，$B=\{x\mid |x-5|<a\}$($a$ 是常数)，且 $11\in B$，则(　　)

A. $\overline{A}\cup B=\mathbf{R}$　　　B. $A\cup\overline{B}=\mathbf{R}$　　　C. $\overline{A}\cup\overline{B}=\mathbf{R}$　　　D. $A\cup B=\mathbf{R}$

**解**　$A=\{x\mid x<-1$ 或 $x>6\}$.

∵ $B$ 不是空集，∴ $a>0$，且 $B=\{x\mid 5-a<x<5+a\}$.

∵ $11\in B$，∴ $|11-5|<a$，即 $a>6$，$5-a<-1$，$5+a>6$.

$A$、$B$ 关系如图 1-4 所示，易见应选 D.

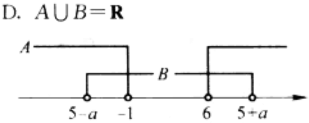



图 1-4

## (五) 要求集合的交集、并集、补集有时也可借助于韦恩图

特别是对于交集非空的若干集合元素个数的计算，借助韦恩图是最好的办法. 另外，也可利用如下的公式进行计算：若用 Card($A$)表示有限集合 $A$ 的元素个数，则有：Card($A\cup B$)=Card($A$)+Card($B$)−Card($A\cap B$).

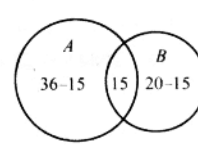



图 1-5

【例 13】高一(1)班学生期末考试成绩表明：(1)36 人的数学成绩不低于 80 分；

(2)20 人的物理成绩不低于 80 分;(3)15 人的数学、物理成绩都不低于 80 分. 问:有多少人这两科成绩至少有一科不低于 80 分?

**解一** 如图 1-5 所示,设集合 $A$、$B$ 分别表示数学、物理成绩不低于 80 分的学生的集合,则 $A$ 有 36 个元素,$B$ 有 20 个元素,$A\cap B$ 有 15 个元素,易见 $A\cup B$ 的元素个数为:$(36-15)+15+(20-15)=41$. 因此有 41 人这两科成绩至少有一科不低于 80 分.

**解二** $\text{Card}(A\cup B)=36+20-15=41$(人).

**【例 14】** **2000 · 上海春文理一(12)** 设 $I$ 是全集,非空集合 $P$、$Q$ 满足 $P\subsetneqq Q\subsetneqq I$. 若含 $P$、$Q$ 的一个集合运算表达式,使运算结果为空集 $\varnothing$,则这个运算表达式可以是________(只要写出一个表达式即可).

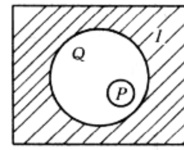



**图 1-6**

**解** 作出韦恩图(如图 1-6). 从图可见阴影部分为 $\complement_I Q$. 所求表达式可以为:$P\cap\complement_I Q$,也可写成 $\complement_I Q\cap(P\cap Q)$ 或 $\complement_I Q\cap(P\cup Q)$.

## 【自我检测 1】

1. 已知 $P=\{0,1\}$,$M=\{x|x\subseteq P\}$,则 $P$ 与 $M$ 的关系为(  )

   A. $P\in M$  B. $P\notin M$  C. $P\subseteq M$  D. $P\supseteq M$

2. **1993 · 六省市文理一(7)** 集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=2k\cdot\pi+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$N=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,则(  )

   A. $M=N$  B. $M\supsetneqq N$  C. $M\subsetneqq N$  D. $M\cap N=\varnothing$

3. **2003 · 上海春文理一(5)** 已知集合 $A=\{x\,\big|\,|x|\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{x|x\geqslant a\}$,且 $A\subseteq B$,则实数 $a$ 的取值范围是________.

4. 已知集合 $A=\{x|x^2=1\}$,$N=\{x|ax=1\}$,若 $N\subsetneqq M$,那么 $a$ 的取值为(  )

   A. 1  B. $-1$  C. 1 或 $-1$  D. 0、1 或 $-1$

5. **2000 · 广东文理一(1)** 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$,那么 $A$ 的真子集的个数是(  )

   A. 15  B. 16  C. 3  D. 4

6. 含有三个实数的集合既可表示为 $\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}$,也可表示为 $\{a^2,a+b,0\}$,则 $a^{2005}+b^{2005}$ 的值等于________.

7. 已知 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$,$B=\{x|ax-2=0\}$,且 $A\cup B=A$,求实数 $a$ 组成的集合 $C$.

8. **2002 · 上海春文、理一(3)** 若全集 $I=R$,$f(x)$、$g(x)$ 均为 $x$ 的二次函数,$P=\{x|f(x)<0\}$,$Q=\{x|g(x)\geqslant 0\}$,则不等式组 $\begin{cases}f(x)<0\\g(x)>0\end{cases}$ 的解集可用 $P$、$Q$ 表示为________.

9. 已知集合 $A=\{1,3,-x^3\}$,$B=\{1,x+2\}$,是否存在实数 $x$,使得 $B\cup(\complement_A B)=A$? 实数 $x$ 若存在,求出集合 $A$ 和 $B$;若不存在,说明理由.

10. 设集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$,集合 $N=\{2,4,6\}$,集合 $T=\{4,5,6\}$,则 $(M\cap T)\cup N$ 是(  )

    A. $\{2,4,5,6\}$  B. $\{4,5,6\}$  C. $\{1,2,3,4,5,6\}$  D. $\{2,4,6\}$

11. **1992 · "三南"理一(13)** 设全集 $I=\mathbf{R}$,集合 $M=\{x|\sqrt{x^2}>2\}$,$N=\{x|\log_x 7>\log_3 7\}$,那么 $M\cap\overline{\mathbf{N}}=$(  )

    A. $\{x|x<-2\}$  B. $\{x|x<-2$ 或 $x\geqslant 3\}$  C. $\{x|x\geqslant 3\}$  D. $\{x|-2\leqslant x<3\}$

12. 设 $A=\{x|-2<x<-1$ 或 $x>1\}$,$B=\{x|x^2+ax+b\leqslant 0\}$,已知 $A\cup B=\{x|x>-2\}$,$A\cap B=\{x|1<x\leqslant 3\}$,试求 $a$、$b$ 的值.

13. **2004 · 全国卷一理一(6)** 设集合 $A$、$B$、$I$ 均为非空集合,且满足 $A\subseteq B\subseteq I$,则下列各式中错误的是(  )

    A. $(\complement_I A)\cup B=I$  B. $(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=I$  C. $A\cap(\complement_I B)=\varnothing$  D. $(\complement_I A)\cap(\complement_I B)=\complement_I B$

14. 某班有 50 名学生,在开展的各类活动中,报名参加英语角的有 40 人,参加读书报告会的有 20 人,问

既参加英语角又参加读书报告会的至少有多少人，至多有多少人？

**【答案与提示】**

**1.** A　提示：$M$ 中的元素是集合 $P$ 的子集　**2.** C　提示：用单位圆上的点集表示集合 $M$、$N$　**3.** $a\leqslant -2$　提示：利用数轴上覆盖关系．　**4.** D　提示：$a=0$ 时，$\mathbf{N}=\varnothing$；$a\neq 0$ 时，$\frac{1}{a}=\pm 1$　**5.** A　**6.** $-1$　提示：由 $\frac{b}{a}=0$ 得 $b=0$；由 $a^2=1$ 得 $a=\pm 1$　**7.** $\{0,1,2\}$　提示：$A=\{1,2\}$，从而 $a=2$ 或 1．$B=\varnothing$ 时 $a=0$．　**8.** $P\cap \complement_I Q$　提示：$g(x)<0$ 的解集为 $\complement_I Q$．　**9.** $A=\{1,3,-1\}$　$B=\{1,3\}$　提示：假设 $x$ 存在，则 $B\subsetneqq A$，由 $x+2=3$ 得 $x=1$；由 $x+2=-x^3$ 得 $x=-1$(舍去)　**10.** A　**11.** B　提示：$N=\{x|1<x<3\}$，利用数轴 $\overline{N}=\{x|x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 3\}$　**12.** $a=-2,b=-3$　提示：利用数轴．$B$ 需覆盖住集合 $\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$，于是 $-1$ 与 3 是方程 $x^2+ax+b=0$ 的两个根　**13.** B　提示：可利用韦恩图或用特殊值判断法，如令 $\{A\}=\{1\}$，$B=\{1,2\}$，$I=\{1,2,3\}$　**14.** 至少 10 人，至多 20 人　提示：利用韦恩图或公式

# 第 2 招　如何解含绝对值的不等式？

**【解法指导与经典范例】**

## (一) 含绝对值的不等式的解法

解含绝对值的不等式问题的基本思路是：将含有绝对值的不等式化为不含绝对值的不等式，而去掉绝对值符号的方法有：

(1) 根据定义；(2) 分段(区间)讨论；(3) 两边平方(此时两边均需非负)；(4) 数形结合．

注意：(1) 若绝对值符号内式子的值的范围可确定(包括恒正或恒非负、恒负或恒非正)，可直接去绝对值符号再求解．(2) 对含字母系数的绝对值不等式往往需要对字母进行分类讨论．

## (二) $|f(x)|<a$(或 $|f(x)|>a$)型不等式的解法

这时要注意 $a$ 的正负．当 $a>0$ 时，可根据定义将其转化为解不等式组：

$|f(x)|<a\Leftrightarrow -a<f(x)<a$　　$|f(x)|>a\Leftrightarrow f(x)<-a$ 或 $f(x)>a$

**口诀："小于号夹中间(夹在 $-a$ 与 $a$ 之间)，大于号分两边(分在 $-a$ 与 $a$ 两边)．"**

**【例 1】** **2003·北京春理一(11)** 若不等式 $|ax+2|<6$ 的解集为 $(-1,2)$，则实数 $a$ 等于(　　)

A. 8　　B. 2　　C. $-4$　　D. $-8$

**解**　由 $|ax+2|<6$ 得 $-6<ax+2<6$，$-8<ax<4$．

当 $a>0$ 时，有 $-\frac{8}{a}<x<\frac{4}{a}$，已知原不等式解集为 $(-1,2)$，∴ $\begin{cases}-\frac{8}{a}=-1\\ \frac{4}{a}=2.\end{cases}$ 此方程组无解．

当 $a<0$ 时，有 $-\frac{8}{a}>x>\frac{4}{a}$．∴ $\begin{cases}\frac{4}{a}=-1\\ -\frac{8}{a}=2.\end{cases}$ 解得 $a=-4$．

当 $a=0$ 时，原不等式即 $|0\cdot x+2|<6$，解集为 $\mathbf{R}$，与题设不符，舍去．　∴ $a=-4$．

## (三) 含多个绝对值符号的不等式的解法

**1. 通常利用"零点分段法"分段讨论，然后求各种情况的并集．**

**2. 数形结合法**：对于形如 $|x-a|\pm|x-b|\gtreqless c$ 的不等式，它们分别表示数轴上点 $x$ 到 $a$、$b$ 的距离之和或之差，因此可利用绝对值的几何意义来解不等式．

**【例 2】** 解不等式：$|x+1|-|x-2|>1$．

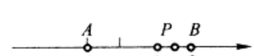


**图 1-7**

**解一**　令 $x+1=0$ 得 $x=-1$；令 $x-2=0$ 得 $x=2$．

当 $x\leqslant -1$ 时，原不等式即：$-(x+1)+(x-2)>1$，原不等式无解．