中等职业学校文化基础课程教学用书

数学

SHUXUE

（文科、财经及服务类专业分册）

教师助教手册

陈继泽 主编

SHUXUE

语文出版社

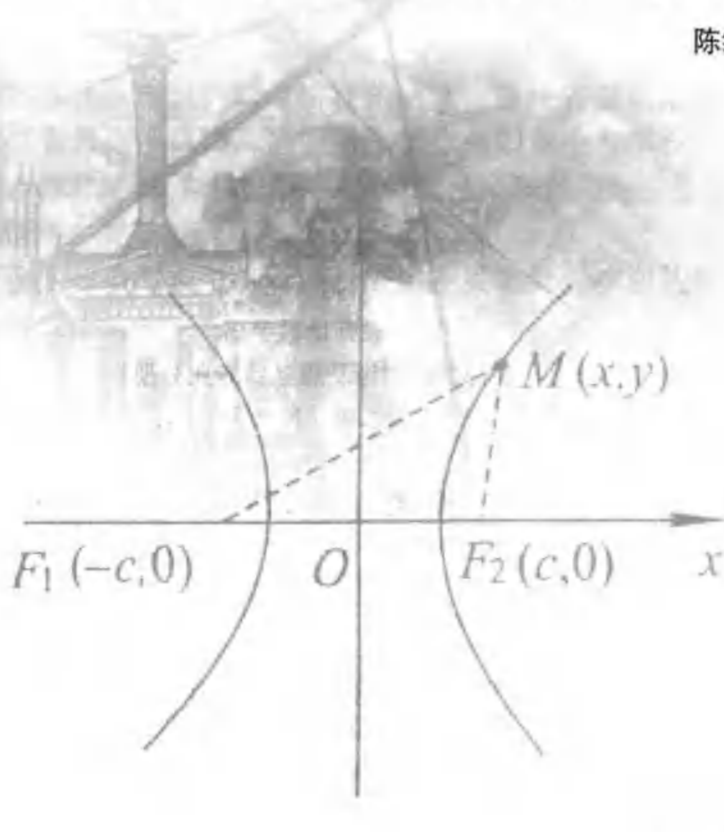
中等职业学校文化基础课程教学用书

数学

(文科、财经及服务类专业分册) SHUXUE

教师助教手册

陈继泽 主编



语文出版社

中等职业学校文化基础课程教学用书
数　学
教师助教手册
（文科、财经及服务类专业分册）
主编　陈继泽
*
语 文 出 版 社 出 版
100010　北京朝阳门南小街51号
E-mail:ywp@ywcbs.com
新华书店经销　北京市联华印刷厂印刷
*
787毫米×1092毫米　16开本　5.75印张
2006年1月第1版　2006年1月第1次印刷
定价：6.80元
ISBN 7-80184-545-5/G·493

使用说明

本册《教师助教手册》是与“教育部职业教育司与成人教育司推荐教材”《数学（文科、财经及服务类专业分册）》配套的教学参考书。目的是帮助教师明确教学目标，理解作者编写意图，掌握教学重点、难点及教学突破口。

本册助教手册每章叙述内容与教材相对应，各章均包括教学要求、教材分析和教学建议、习题答案或提示三部分内容。其中教学要求明确了各章知识在教学中应使学生达到的水平。教材分析和教学建议则比较详细地介绍了各章的编写思路、提供了课时分配的建议，并对每节内容提供了教材分析，针对教学重点、难点提出教学建议。习题答案或提示提供了教材各章节的随堂练习、习题、复习题的答案或提示及学生助学手册练习中的答案或提示。

本套教材的编写遵循“以就业为导向”的指导思想，因此教师在进行教学过程中必须围绕“必需，够用”的思想，要把基本的数学知识与学生的生活实际或专业实际结合起来。助教手册在很多教学环节的处理上为教师提供了很多新的理念与做法。

参加本册编写的有北京市现代职业学校张秋立，浙江省温州市教育教学研究院陈继泽，黑龙江省教育学院高广志、浙江省温州职业中专学校徐承潮、黄伟伟，浙江省乐清市教育局教研室沈宗玖，浙江省乐清职业中专学校曹学清等。

本册主编是陈继泽。责任编辑是张程。

由于编写时间仓促和编写水平有限，对书中不妥之处，欢迎从事职业教育的教师、专家和读者批评指正。

语文出版社

2005 年 12 月

目　录

第七章　三角函数的图像与性质

Ⅰ　教学要求

1. 掌握正弦函数的图像与性质.
2. 了解余弦函数的图像与性质.
3. 了解正切函数的图像与性质.
4. 了解正弦型函数的简单性质.
5. 会用五点法画正弦函数与余弦函数简图.

Ⅱ　教材分析和教学建议

一、编写思路

1. 本章教材的内容是三角函数的图像与性质，三角函数包括了正弦函数，余弦函数和正切函数. 教材在讲解每一个函数时，都是先用描点法画出其图像，然后在基本掌握了函数曲线的形状特征的基础上，利用图像的直观性给出它们的性质，而对正弦型函数只作了简单介绍.

2. 本章教材的重点是正弦函数的图像与性质及五点法画图像.

3. 本章教材的难点是用五点法画正弦型函数的图像及单调性的应用.

二、课时分配

本章教学时间约需 7 课时，分配如下（仅供参考）：

§7.1　正弦函数的图像与性质	约 3 课时
§7.2　余弦函数的图像与性质	约 2 课时
§7.3　正切函数的图像与性质	约 1 课时
归纳与总结	约 1 课时

三、内容分析

§7.1　正弦函数的图像与性质

本节教材是全章的重点.

1. 教材首先用描点法给出函数 $y=\sin x$，$x\in[0,\ 2\pi]$ 的图像. 对描点法的三个步骤详细进行了介绍，实际上这里有一个帮助学生回忆，复习描点法的任务. 在列表中，x 取的是 13 个间隔相等的值，它们的正弦值学生是可以计算的. 因此可以让基础好些的学生算出其

正弦值．教材中给出的 y 值是用小数的形式，而不是无理数的形式，因为像$\frac{\sqrt{3}}{2}$这样的数不便让学生在 y 轴上找到；在描点时，需要让学生将表中的 x，y 的值改写成坐标形式以便描在坐标系中；在画图像时，应边讲边画，而不要采取预先画好图像的形式，并应强调要用光滑曲线连结．

2．关于坐标系的建立．画图前，首先带领学生建立坐标系．应告诉学生，x 轴上的值是用弧度制表示的角，y 轴上的值则是相应的正弦值，因此在一般情况下，两条坐标轴应取相同的长度单位．如自变量 $x=\pi$ 时，在 x 轴上的对应点应是在离原点右边约 3.14 个单位的点．

3．图像画出后，要帮助学生认识并总结它的特征，以便让学生记住．在此基础上过渡到五点法作图．在五点法的教学中应抓住两点：（1）要求学生熟练掌握五个关键点的坐标及其在坐标系中的位置；（2）图像的基本特征．

4．这一节必须要求学生能熟练地画出正弦函数的简图，以便为讲性质打好基础．因此例题及随堂练习都是围绕这一目的安排的．

5．教材是利用图像的直观性，给出正弦函数的性质的，不必进行严格的推导及定义，如周期性，只需根据图像的重复性告诉它周期的含义即可．

6．关于性质应用的重点题型，是利用正弦函数的单调性比较两个在同一单调区间内的正弦值的大小．

7．关于正弦型函数，教材只是作了简单介绍，其要求是：（1）了解什么样的函数是正弦型函数；（2）会根据公式 $T=\frac{2\pi}{\omega}$求其周期；（3）会求一些简单的正弦型函数的值域；（4）会用五点法画一些简单的正弦型函数（$\varphi=0$）的简图．

§7.2　余弦函数的图像与性质

1．有了描点法画正弦函数图像的示范效应，在讲解余弦函数图像画法时，可让学生积极参与．让他们亲自动手列表，描点，画图，并让他们找出其中的五个关键点，然后通过例 1，使学生复习巩固“五点法”．

2．仿照正弦函数，让学生自行归纳余弦函数的图像特征和函数性质．

3．在讲授余弦函数的图像时，要注意与正弦函数的图像相对照，明确它们之间的异同点．

（1）$y=\cos x$，$x\in[0,\ 2\pi]$ 与 $y=\sin x$，$x\in[0,\ 2\pi]$ 的图像的五个关键点不同，导致它们图像的形状不同．后者的五个点中有 3 个是图像与 x 轴的交点，另两个分别是最高点与最低点．因此它的形状呈横向的反 S 形．先上凸后下凹，而前者的五个关键点中两个端点为最高点，而正中间的点是最低点，其余两个点是图像与 x 轴的交点．故它的形状呈碗状．

（2）$y=\cos x$，$x\in\mathbf{R}$，与 $y=\sin x$，$x\in\mathbf{R}$ 的图像形状相同，而仅仅是位置不同，前者不通过原点，而后者通过原点．

4．教材中的例 2，是判断三角函数奇偶性的题目．强调 $y=\sin x$ 与 $y=\cos x$ 的奇偶性要记住．同时涉及到奇偶函数的“运算”，应适当给学生加以复习．即奇＋奇＝奇，偶＋偶＝偶，奇＋偶＝非奇非偶，奇·奇＝偶，偶·偶＝偶，奇·偶＝奇．

5. 本节的重点题型是函数奇偶性的判断，同一个单调区间内的两个余弦值大小的比较.

§7.3　正切函数的图像与性质

1. 在进行正切函数 $y=\tan x$ 的图像的教学时，应讲清：

(1) 正切函数的图像是不连续的，是被无数条平行直线分隔开的，但是在相邻的两条平行线之间的图像是连续的.

(2) 正切曲线向上，向下是无限延伸的，并以那些平行直线为渐近线. 在渐近线的左边，右边，曲线向上，向下无限延伸且无限靠近渐近线.

2. 本节的重点题型是求函数的定义域.

归纳与总结

1. 教材首先对本章知识要点进行归纳. 引导学生对全章知识点做一个回顾与复习.

2. 在归纳全章知识要点的基础上，教材指出了本章的重点与难点.

全章教材重点是正弦函数的图像与性质，通过重点学习正弦函数，使学生进一步熟悉和掌握研究函数的过程和方法，为后边继续学习余弦函数，正切函数提供基础和方法. 由于我们是利用正弦函数图像的特征来学习正弦函数的性质，所以迅速正确地画出正弦函数的简图就成为本章教学的重点. 因此要把主要精力和时间用在讲清正弦函数上.

全章教材难点是五点法画图像及利用函数单调性比较两个函数值的大小，克服难点的方法是详尽讲解相关内容的例题，分清解题步骤，并为学生学习每一步扫清学习障碍，如五点法画图像时，下列函数值的计算：$\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}\approx0.86$，$\sin\frac{4\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}=-0.86\cdots$等. 利用函数单调性比较函数值的大小时，适当复习增函数，减函数的概念等. 特别是画图像时坐标系的建立更需要加强示范与指导.

Ⅲ　习题答案或提示

§7.1　正弦函数的图像与性质

随堂练习　1

略.

随堂练习　2

1. 2；0.

2. (1) >；(2) >.

随堂练习　3

(1) 4，-4，$\frac{\pi}{2}$；(2) 2，-2，4π；(3) 5，-5，π；(4) $\frac{1}{3}$，$-\frac{1}{3}$，2π.

习题　7.1

1. 略.
2. B.
3. 2； -2.
4. (1) <；(2) <；(3) >；(4) >.
5. 略.
6. (1) 3, -3, $\frac{2\pi}{3}$；(2) $\frac{1}{3}$； $-\frac{1}{3}$, 6π.

§7.2　余弦函数的图像与性质

随堂练习　1

略.

随堂练习　2

1. 3； -3.
2. $[-2, 2]$； $\frac{2\pi}{3}$.
3. B.
4. (1) >；(2) >.

习题　7.2

1. 略.
2. (1) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$；(2) $[-1, 3]$.
3. 4.
4. (1) <；(2) >.
5. (1) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$, 6π；(2) $[-3, 3]$, $\frac{3\pi}{2}$.

§7.3　正切函数的图像与性质

随堂练习

$$\left\{x \mid x \neq \frac{1}{2}k\pi + \frac{5\pi}{12}, x \in \mathbf{R}, k \in \mathbf{Z}\right\}.$$

习题　7.3

1. $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$, $k \in \mathbf{Z}$.
2. B.
3. (1) $\left\{x \mid x \neq \frac{1}{3}k\pi + \frac{\pi}{4}, x \in \mathbf{R}, k \in \mathbf{Z}\right\}$；

(2) $\left\{x \mid x \neq 2k\pi+\dfrac{\pi}{2},\ x \in \mathbf{R},\ k \in \mathbf{Z}\right\}$.

4. (1) <; (2) >.

复习题 七

A 组

1. (1) 0, 1, 0, −1, 0; (2) 1, 0, −1, 0, 1; (3) $[0, 2]$; (4) $[1, 3]$; (5) $\mathbf{R}$; (6) 5π.
2. (1) C; (2) C.
3. $[0, 2]$.
4. $\dfrac{2}{3}$.
5. (1) >; (2) >.
6. (1) $\left\{x \mid x \neq \dfrac{1}{4}k\pi+\dfrac{\pi}{8},\ x \in \mathbf{R},\ k \in \mathbf{Z}\right\}$;

   (2) $\left\{x \mid x \neq 2k\pi+\dfrac{3\pi}{2},\ x \in \mathbf{R},\ k \in \mathbf{Z}\right\}$.
7. (1) $\left[\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{5\pi}{4}\right]$; (2) $\left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right]$.

B 组

1. (1) C; (2) D; (3) C.
2. (1) 2; (2) 6.
3. (1) <; (2) >.
4. $\left[-\dfrac{1}{3}, 1\right]$.
5. (1) $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$时，$y>0$；$x=0$，$\dfrac{\pi}{2}$，$\pi$时，$y=0$；$x \in \left(\dfrac{\pi}{2}, \pi\right)$时，$y<0$.

   (2) $x \in \left[0, \dfrac{\pi}{4}\right)$及$\left[\dfrac{3\pi}{4}, \pi\right]$时，单调递增；$x \in \left[\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{3\pi}{4}\right)$时，单调递减.

学生助学手册答案

练习 7.1 (1)

1. (1) ①列表；②描点；③画图；

   (2) ① $(0, 0)$；② $\left(\dfrac{\pi}{2}, 1\right)$；③ $(\pi, 0)$；④ $\left(\dfrac{3\pi}{2}, -1\right)$；⑤ $(2\pi, 0)$；

   (3) 正弦曲线；

   (4) ①0.86；②0.86；③−0.86；④−0.86.
2. 略.

练习7.1 (2)

1. (1) $\mathbf{R}$, $[-1, 1]$, 2π; (2) 1, -1; (3) 增, 减; (4) 原点.
2. (1) C; (2) B.
3. (1) $<$; (2) $>$; (3) $>$; (4) $<$.

练习7.1 (3)

1. (1) $\mathbf{R}$, $[-A, A]$, $\frac{2\pi}{\omega}$; (2) $\mathbf{R}$, $[-4, 4]$, $\frac{2\pi}{5}$.
2. C.
3. (1) $[-3, 3]$; (2) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$.
4. (1) 5; (2) 5.
5. (1) $\frac{\pi}{2}$; (2) 2π.
6. 略.

练习7.2 (1)

1. 略.
2. 略.

练习7.2 (2)

1. (1) $\mathbf{R}$, $[-1, 1]$, 2π; (2) $[-1, 1]$, π; (3) $[-3, 3]$, 2π; (4) 2, -2.
2. A.
3. (1) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, 4π; (2) $[-2, 2]$, 3π.
4. (1) $>$; (2) $>$.

练习7.3

1. (1) $\left\{x \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, x \in \mathbf{R}, k \in \mathbf{Z}\right\}$; $\mathbf{R}$, π;

   (2) $\left\{x \mid x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}k\pi, x \in \mathbf{R}, k \in \mathbf{Z}\right\}$;

   (3) $\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}k\pi, \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}k\pi\right)$, $k \in \mathbf{Z}$.
2. C.
3. (1) $\left\{x \mid x \neq \frac{1}{2}k\pi + \frac{\pi}{8}, x \in \mathbf{R}, k \in \mathbf{Z}\right\}$;

   (2) $\left\{x \mid x \neq \frac{1}{2}k\pi + \frac{3\pi}{8}, x \in \mathbf{R}, k \in \mathbf{Z}\right\}$.

4. (1) >; (2) <.

自测题 七

1. (1) $\mathbf{R}$; (2) 2π; (3) 奇; (4) $[-2, 2]$.
2. (1) A; (2) C; (3) C; (4) A.
3. 略.
4. (1) <; (2) >.
5. (1) $\left\{x \mid x \neq \frac{1}{2}k\pi + \frac{5\pi}{12}, x \in \mathbf{R}, k \in \mathbf{Z}\right\}$;

   (2) $\left\{x \mid x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{3}, x \in \mathbf{R}, k \in \mathbf{Z}\right\}$.

第八章　二次曲线

Ⅰ　教学要求

1. 掌握椭圆的标准方程及其性质.
2. 理解双曲线的标准方程及其性质.
3. 理解抛物线的标准方程及其性质.
4. 能用数形结合思想解决问题.

Ⅱ　教材分析和教学建议

一、编写思路

1. 二次曲线一直是解析几何的重点内容，特别是在对学生掌握坐标法的训练方面有着不可替代的作用. 本章教材是在学生学习了两点间的距离公式，直线与圆的方程、曲线与方程的关系的基础上，进一步学习用坐标法研究曲线. 利用方程研究曲线的几何性质，画出方程的图形是解析几何的一个基本问题，本章力图通过学习椭圆、双曲线、抛物线的定义、方程对这个问题做详细阐述.

2. 根据职业中学学生的特点，本章研究的椭圆、双曲线、抛物线的方程，主要是它们在直角坐标系中的标准方程，所谓标准方程就是曲线在标准位置时的方程，即曲线的中心或顶点在坐标原点，对称轴在坐标轴上时的方程，通过对这种方程的讨论得到曲线的性质. 教材编写中注重基础，突出重点，以研究椭圆性质为重点，教给学生研究的方法；在讨论曲线的几何性质时，不求全，有选择地介绍主要性质. 教材编写中力求体现以人为本的思想，从学生学习的实际出发，注意交代知识的来龙去脉，教给学生解决问题的思路，通过讲练结合，边学边练，及时巩固知识. 另外教材还编写了少量的有一定启发性和灵活性的题目，启发学生的思维，让学生学得灵活一些.

3. 解析几何的特点就是数形结合，所以在这一章的教学内容安排上，注重体现数形结合思想，同时教材中还渗透了类比思想，化归思想，方程思想等重要的数学思想方法，力求在教给学生知识的同时，培养学生的数学能力，提高学生的数学素养.

二、课时分配

本章教学时间约需 9 课时，分配如下（仅供参考）：

§8.1　椭圆的标准方程和性质	约 3 课时
§8.2　双曲线的标准方程和性质	约 2 课时

§8.3　抛物线的标准方程和性质　　约2课时

归纳与总结　　约2课时

三、内容分析

§8.1　椭圆的标准方程和性质

1. 椭圆是一种常见的图形，学生对椭圆有一定的感性认识，但对椭圆的定义不熟悉. 因此，引入定义时，应借助教具，画出图形，这样可以加深学生印象；同时教材一开始就介绍了椭圆的广泛应用，以使学生明确学习椭圆的重要性和必要性.

（1）教学中，应边画边问：什么条件是固定的？不变的？什么条件是变化的？然后请学生用语言表述符合条件的点的轨迹，并由教师归纳出定义.

（2）定义中强调常数大于$|F_1F_2|$，是因为三角形两边之和大于第三边；如果常数等于$|F_1F_2|$，只能画出线段$|F_1F_2|$，如果常数小于$|F_1F_2|$，则画不出图形.

2. 在推导椭圆的标准方程中，要注意：

（1）启发学生思考，根据椭圆定义求方程时，如何选择坐标系，学生可以提出几种方案，然后说明只有按照教材上介绍的两种建立坐标系的方法导出的方程，形式才比较简单.

（2）教材中设焦距为$2c$（$c>0$），常数为$2a$（$a>0$），目的是为了推导标准方程较方便，避免出现分数系数.

（3）椭圆方程的化简是一个难点，因此教材对化简过程叙述得比较详细，这只是解决难点的一个途径，另外还可以在课前或授课中复习一下无理方程变形的方法.

（4）为什么设$a^2-c^2=b^2$，在此只要告诉学生引入b的作用是为了化简方程即可. 到研究椭圆几何性质后，此问题不讲自明.

3. 椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的焦点一定在$x$轴上，然后顺势引导学生，若焦点在$y$轴上，椭圆的标准方程应怎样呢？如教材图8－4，这时焦点坐标是F_1（0，$-c$），F_2（0，c）. 由椭圆定义，椭圆上任意一点M（x，y）到两焦点的距离和为

$$\sqrt{x^2+(y+c)^2}+\sqrt{x^2+(y-c)^2}=2a$$

与课本中　$\sqrt{(x-c)^2+y^2}+\sqrt{(x+c)^2+y^2}=2a$

相比，把两方程中的x，y互换即可，因为方程的化简过程完全一样，所以只要把焦点在x轴上的标准方程中的x，y互换，即可得到焦点在y轴上的标准方程.

4. 两个标准方程都推导出来之后，应通过小结向学生强调以下几点：

（1）在两个标准方程中，$a^2=b^2+c^2$和$a>b>0$总成立，即在a，b，c三个量中，a永远最大，且a，b，c正好是直角三角形中的三边，a是斜边. 关系式$a^2=b^2+c^2$非常重要. 它揭示了椭圆三个基本常量之间的内在联系，应用非常广泛.

（2）由椭圆的标准方程，判断焦点的位置，是一个必须向学生交待清楚的问题. 在椭圆方程

$$\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}=1\ (m>0,\ n>0)$$

中，若$m>n$，则焦点在x轴上；若$m<n$，则焦点在y轴上，即比较大的量在哪个变量的分母上，焦点必在哪个轴上. 到讲完几何性质后，可让学生用七个字“长轴短轴看大小”来

记忆，到讲完双曲线、抛物线后，可用下面几句话帮助学生记忆：

长轴短轴看大小，实轴虚轴看正负，对称轴看一次项.

以上三句话对帮助学生记忆非常有用.

(3) 在方程 $Ax^2+By^2=C$ 中，只要 A，B，C 全不为零且同号，就是椭圆方程. 将它化为椭圆的标准方程，一般来说，需要两步：

第一步，方程两边同时除以 C，从而将等号右边的常数化为 1，方程化为

$$\frac{Ax^2}{C}+\frac{By^2}{C}=1,$$

这里依据的是等式的性质.

第二步，将方程变形为

$$\frac{x^2}{\frac{C}{A}}+\frac{y^2}{\frac{C}{B}}=1.$$

这里依据的是分数的性质.

例如将方程 $3x^2+4y^2=5$ 化为标准方程.

第一步，两边同除以 5，得 $\frac{3x^2}{5}+\frac{4y^2}{5}=1$.

第二步，将 x^2 和 y^2 项的分子、分母分别除以 3 和 4，得

$$\frac{x^2}{\frac{5}{3}}+\frac{y^2}{\frac{5}{4}}=1.\quad \text{这时 } a=\sqrt{\frac{5}{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3},\ b=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

这种将椭圆方程标准化的方法应要求学生熟练掌握.

5. 如何通过曲线的方程研究曲线的性质是解析几何的主要问题之一，也是本章的难点，教学中要结合图形进行讲解. 一方面使学生掌握讨论曲线的方法，另一方面使学生加深对椭圆中三个量 a，b，c 的几何意义和相互关系的理解.

6. 关于曲线的对称性，教学中应向学生讲清为什么“把 x 换成 $-x$；把 y 换成 $-y$；或把 x，y 同时换成 $-x$，$-y$”方程都不变，曲线就关于 y 轴，x 轴或原点对称. 此处讲清后，就为后面讨论曲线的对称性扫清了障碍. 教材中所列关于曲线讨论的表格，目的也在于此.

7. 曲线的顶点，是指曲线与其对称轴的交点. 因为椭圆的对称轴与坐标轴重合，所以曲线与对称轴的交点，也就是与坐标轴的交点.

令 $x=0$，求出 y 的值，即曲线在 y 轴上的截距；令 $y=0$，求出 x 的值，即曲线在 x 轴上的截距. $A_1A_2=2a$ 是椭圆的长轴的长，$B_1B_2=2b$ 是椭圆的短轴的长. 学生在做题过程中容易把长轴与长半轴、短轴与短半轴混淆，对此要给予重视.

8. 教材的练习中给出了一个表格. 焦点在 x 轴上的椭圆的大部分项目已填好，焦点在 y 轴上的椭圆的大部分项目空着，让学生自己填. 教师对学生要进行指导，并在填完表后及时给予总结，与学生一起讨论两种类型的椭圆方程的相同点和不同点.

两种位置的椭圆的方程形式之所以不同，就是因为它们在坐标系中的位置不同. 因此，在它们的性质中，和位置有关的性质就不同，如焦点坐标、顶点坐标、准线方程（后边教材中要出现）等；和位置无关的性质就相同，如长轴长、短轴长，离心率大小，焦距长等.

9. 椭圆的离心率是反映椭圆扁平程度的一个量，它比较抽象，教材中是用计算离心率

公式来定义的. 即

$$e=\frac{2c}{2a}=\frac{c}{a}.$$

因为 $a>c>0$，所以 $0<e<1$.

教师可从直观上引导学生得到离心率的大小对椭圆形状的影响：e 越接近于1，椭圆越扁平，e 越接近于0，椭圆越接近于圆. 实际上，当 $e=0$ 时，$c=0$，两焦点重合，图形就是圆了.

10. 椭圆有很好的光学性质，现介绍如下，供教师参考.

从椭圆的一个焦点发出的光线（或声波），经过椭圆的反射后，都集中在另一个焦点上（如图8－1）. 电影放映机的聚光灯就是利用椭圆的这一性质. 有一种叫“耳语墙”的建筑物，它的顶的纵断面是椭圆的半弧，在一个焦点低声讲话，在另一个焦点本来不可能听到的声音，却能清晰地听到.

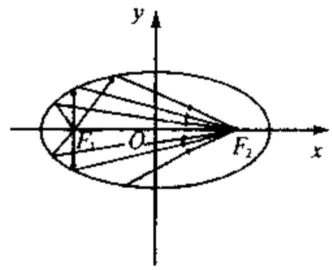


图8－1

§8.2 双曲线的标准方程和性质

1. 求双曲线的标准方程和研究它的性质都与椭圆相类似，也就是说，在数学思想和方法上，除了渐近线之外，并没有什么新内容. 这一部分的教学，应着重放在双曲线与椭圆的对比上，特别是它们之间的不同点.

2. 两种曲线的差别，根源在于定义中的差别. 定义中的差别主要是“和”与“差”. 在椭圆定义中考察的是“平面上到两个定点的距离之和等于常数的点的轨迹”；而双曲线的定义中考察的是“平面上到两个定点的距离之差的绝对值等于常数的点的轨迹”，因此，在教学双曲线定义的引入时，可提问“如果把椭圆定义中的‘和’改为‘差’，那么动点的轨迹将是什么样的曲线?”

3. 在双曲线的定义中，“差”的后面又加了“绝对值”，原因在于当动点 M 在双曲线右支上时，有 $|MF_1|-|MF_2|=2a$；当动点 M 在双曲线左支上时，有 $|MF_1|-|MF_2|=-2a$，因此必须要加“绝对值”，否则，得到的曲线将只是双曲线的一支.

4. 在双曲线的定义中，那个差的绝对值必须“小于 $|F_1F_2|$，且不等于0”，原因在于三角形中两边之差小于第三边，如果“大于 $|F_1F_2|$”，则根本画不出图形；如果“等于 $|F_1F_2|$”，则点 M 的轨迹是在 x 轴上以 F_1 为起点向左和以 F_2 为起点向右的两条射线；若“等于0”，则点 M 的轨迹是线段 F_1F_2 的垂直平分线.

5. 在双曲线标准方程的推导过程中出现的三个正量 a，b，c，存在的关系是 $c^2=a^2+b^2$，这里显然 c 最大，而 a 与 b 之间不存在确定的大小关系，这一点与椭圆不同. 在椭圆中，a，b，c 的关系是 $a^2=b^2+c^2$，显然 a 最大. 这是在进行两种曲线的有关计算时，应切实注意加以区别的.

6. 给出了不同位置的两种双曲线的标准方程 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ 之后，遇到具体方程时，如何判断焦点是在 x 轴上，还是在 y 轴上呢? 教材通过一个具体练习，要求学生自己总结规律，教师要给予指导，并加以归纳：将双曲线方程化为标准方程之后，如果 x^2 项的系数是正的，那么焦点在 x 轴上；如果 y^2 项的系数是正的，那么焦点在 y 轴上. 这和椭圆判断焦点位置的方法显然不同.

7. 双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$只与$x$轴交于两点$(-a, 0)$，$(a, 0)$，而与$y$轴不相交. 双曲线有两个顶点，而椭圆有四个顶点，这是不相同的地方. 另外在双曲线的实轴和虚轴与椭圆的长轴与短轴上应注意区别，学生在此经常混淆.

8. 双曲线有渐近线，这在圆锥曲线中是双曲线特有的性质. 教材中只从直观上给出渐近线的概念而未进行证明，教学中要结合图形，讲清双曲线与渐近线的关系，利用渐近线来画双曲线的近似图形比较方便，要讲清画简图的方法与需要注意的问题.

9. 双曲线的离心率反映了双曲线的开口大小，离心率$e=\frac{c}{a}$.

$\because \quad c>a>0$，$\therefore \quad e=\frac{c}{a}>1$.

离心率越大，双曲线开口越大，教师可以通过几个例题给出这个结论.

10. 双曲线也有很好的光学性质，现介绍如下，供教师参考.

从双曲线的一个焦点上发出的光线（或声波），经过双曲线的反射后，就好像从另一个焦点发出来的一样（如图8－2），反射式望远镜中的反射镜等，就是利用双曲线的这个性质.

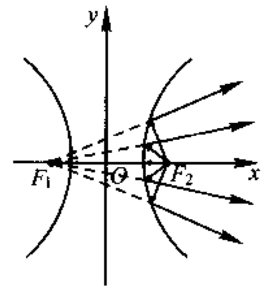


图8－2

§8.3 抛物线的标准方程和性质

1. 与椭圆和双曲线一样，抛物线的定义也是由教具画图引入的. 但其定义方式却和前两者不同，特别是在抛物线的定义中出现了“准线”这个概念.

事实上，椭圆和双曲线也可以仿照抛物线的定义方式来定义，就是说椭圆和双曲线也存在“准线”，而且是各有两条. 但在这里我们就不再介绍椭圆和双曲线的另一种定义了.

2. 在标准方程的导出过程中，可着重讲清以下几点：

（1）根据抛物线定义，在导出标准方程时，怎样选择坐标系，可以使方程形式简单？这个问题在教学时，可先让学生思考、讨论，然后由老师归纳并指出：按照教材中所建立的坐标系，所得的方程最简单. 因为由定义就可以知道直线KF是曲线的对称轴，所以把KF作为x轴可以使方程不出现y的一次项. 又因为线段KF的中点适合条件，所以它在抛线物上，因而以KF的中点为原点，就不会出现常数项. 由于方程中没有y的一次项和常数项，形式当然简单.

（2）在导出标准方程的过程中，设焦点到准线的距离$|KF|=p$ $(p>0)$，这就是抛物线方程中参数p的几何意义. 因为抛物线的顶点是KF的中点，所以由p可直接确定抛物线的焦点坐标$\left(\frac{p}{2}, 0\right)$和准线方程$x=-\frac{p}{2}$.

（3）由于p表示抛物线的焦点到准线的距离，因此p的值永远大于零，这一点要给予特别强调.

3. 计算抛物线上的点$M(x, y)$到准线的距离d，可以采用直接由图中观察来得到$d=\left|x+\frac{p}{2}\right|$.

4. 抛物线标准方程有四种形式，这是由它们的四种不同位置决定的，在教学时，应启