

TANDI LEIDA
FANGFA YUANLI
JI YINGYONG

探地雷达

方法原理及应用

■ 曾昭发 刘四新 王者江 薛建 编著



科学出版社
www.sciencep.com

探地雷达方法原理及应用

曾昭发 刘四新 王者江 薛建 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

探地雷达 (Ground Penetrating Radar) 是一种较新的地球物理方法, 它利用宽带的电磁波, 以脉冲形式来探测地表之下或确定不可视物体的内部结构。经过几十年的发展, 探地雷达逐渐趋于成熟, 由于其具有高分辨率、高效率等优点, 因而广泛应用于工程与环境 and 资源等浅部地球物理领域, 并取得了很好的效果。

本书介绍了探地雷达的基本原理、天线、系统、测量方法技术、数据处理、解释与模拟, 以及在不同领域的应用等。本书重点对地面探地雷达进行了系统地介绍, 还对钻孔雷达的测量方式与方法进行了较详细地介绍。本书是在充分吸收国内外研究成果的基础上编著而成的, 目的是为在校大学生和从事探地雷达研究与应用的工程技术人员提供一本参考书。

图书在版编目(CIP) 数据

探地雷达方法原理及应用/曾昭发等编著. —北京: 科学出版社, 2006
ISBN 7-03-016924-7

I. 探… II. 曾… III. 雷达探测-电磁法勘探 IV. P631.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 012415 号

责任编辑: 罗 吉 田士勇/责任校对: 张怡君
责任印制: 钱玉芬/封面设计: 王 浩

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006年6月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2006年6月第一次印刷 印张: 15 3/4

印数: 1—2 000 字数: 301 000

定价: 38.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈环伟〉)

前 言

探地雷达 (Ground Penetrating Radar, 简称 GPR) 是用高频无线电波来确定介质内部物质分布规律的一种地球物理方法。探地雷达方法具有许多名称, 如地面探测雷达 (Ground-probing Radar)、地下雷达 (Subsurface Radar)、地质雷达 (Geo Radar)、脉冲雷达 (Impulse Radar)、表面穿透雷达 (Surface Penetrating Radar) 等, 都是指利用宽带电磁波以脉冲形式来探测地表之下或确定不可视的物体内部或结构。探地雷达是一种较新的地球物理方法, 在近 10 年的时间内, 逐渐成熟起来。探地雷达的发展既伴随着各种各样的应用需要, 又得到高新技术发展的推动。

探地雷达的发展大致可以分为 3 个阶段, 即发明阶段 (1904~1930 年)、发展阶段 (1930~1980 年) 和成熟阶段 (1980 年至今)。早在 1910 年, 德国人 Letmbach 和 Löwy 就在一份德国专利中阐明了探地雷达的基本概念。Hdlsenbeck (1926) 第一个提出应用电磁脉冲技术探测地下目标物, 并指出介电常数变化界面会产生电磁波反射。最早利用脉冲电磁波技术重复获得地下介质探测结果出现在 1961 年美国空军的报告中。由于地下介质比空气具有更强的电磁能量衰减特性, 加之地质情况的复杂性, 电磁波在地下的传播要比空气中的传播复杂得多。因此探地雷达应用初期, 仅限于对电磁波吸收很弱的冰层、岩盐等介质的探测。

登月和对月球探测的需要, 使对脉冲电磁波探测地下的这一研究课题得到了重视。这主要是由于探地雷达在这一方面的应用具有明显优越性, 即能利用发射的电磁波对介质内部进行遥测。20 世纪 70 年代以后, 随着电子技术的发展以及先进数据处理技术的应用, 探地雷达的应用从冰层、盐矿等弱耗介质逐渐扩展到土层、煤层, 以及岩层等有耗介质。探地雷达的实际应用范围迅速扩大, 现已覆盖考古、矿产资源勘探、灾害地质勘查、岩土工程调查、工程质量检测、工程建筑物结构调查和军事探测等众多领域, 并开发了地面、钻孔与航空卫星上应用的探地雷达系统。

探地雷达的工作频率高, 在地质介质中以位移电流为主, 并遵循波动方程。虽然探地雷达方法与地震方法采用的物理量不一样, 但是两者具有同一形式的波动方程, 均使用脉冲源, 且通过记录地下介质交界面的反射波或透射波来探测地下介质的分布。雷达波与地震波在运动学上的相似性, 使其在资料处理中可以借鉴后者的成果。当探地雷达与地震方法采用相同测量装置时, 地震资料处理中已经广泛使用的许多技术均可通过直接或进行简单修改后用于探地雷达方法的资料

处理中。

探地雷达未来的发展领域很多，例如数据处理、图像识别方法、模型研究以及更加有效的硬件系统。探地雷达在界面的探测中已经取得了很好的结果，将来在介质内部属性探测方面的需求不断增加，是探地雷达潜在的重要应用方向。

未来很可能使用探地雷达的工程技术部门将还有能源、通讯设施和矿产资源勘查领域、城市工程管理单位、无损检测组织、军事和安全单位、工程建筑、考古学及其他科学研究领域。探地雷达的设计人员将考虑目前探地雷达的应用领域，并能不断地拓宽探地雷达的适用领域。有一种可能是提供一种标准的系统，而频率范围和天线类型可以根据所探测的目标进行改变，数据处理和显示也可以根据探测目的而进行修改。这样可以廉价地进行制造，并具有巨大性能价格比。另一种可能是提供一种探测系统，其目标固定，而处理软件可以固化到硬件中，提供快速测量和自动解释。

在我国，探地雷达的研究和应用也逐渐趋于成熟。仪器系统制造专家、地球物理专家和其他领域应用探地雷达的专家，都熟悉了探地雷达的性能和解决问题的能力。1994年李大心教授编著了《探地雷达方法与应用》，为推动探地雷达在我国的发展与应用起到了重要的作用。经过十多年，探地雷达在我国稳步发展。根据图0所示我国出版论文数可见，20世纪90年代开始，探地雷达的发展呈直线上升，而进入21世纪探地雷达出现了稳定发展的趋势。因而对探地雷达的成果进行总结以适应新时期探地雷达的发展和应用需要，正是本书的编著目的。

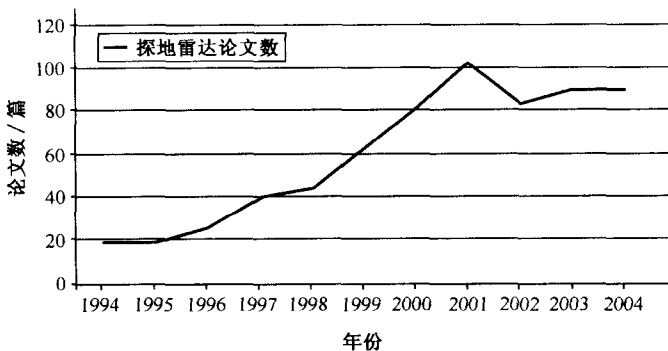


图0 探地雷达论文数发展趋势图

本书是在充分吸收国内外研究成果的基础上编著而成的，目的是为在校高年级大学生、研究生和从事探地雷达研究与应用的技术人员提供一本参考书。在本书的撰写过程中，曾昭发教授完成了第1章、第2章、第3章、第4章的全部和第7章、第8章的部分撰写工作；刘四新教授完成了第5章与第7章的撰写工作；王者江副教授完成了第6章；薛建高级工程师完成了第8章的撰写。全书由

曾昭发和刘四新统稿。

本书得到了国家自然科学基金项目(40474042)资助。在作者进行探地雷达的研究和本书的撰写中,挪威地质工程公司的孔凡年教授给予了诸多的帮助和指导;在撰写过程中,吉林大学林君教授给予了指导,并阅读了全部稿件,提出了修改意见;浙江大学田钢教授为本书的撰写提供了大量有益的建议,他同时还参与了其中许多实例的野外和室内工作。在图表的制作和清绘中,黄航、贾建秀两位老师付出了辛勤的劳动。本书成稿以后,国电昆明勘查设计研究院的曾宪强、张志清,华南物探公司孟凡强等均提供了大量的建议。吉林大学地球探测科技学院的领导和教师们对我们的研究工作和撰写工作也给予了极大的帮助,在此我们表示衷心感谢!书中一定还有许多不妥或错误之处,敬请专家批评指正。

作者

2006年3月

目 录

前言

第 1 章 探地雷达的基本理论	1
1.1 电磁波传播基本规律	1
1.1.1 麦克斯韦方程组	1
1.1.2 本构关系	1
1.1.3 探地雷达方法中电磁波的波动性	3
1.1.4 电磁波的横波性质	4
1.1.5 能流密度矢量	5
1.1.6 电磁位函数	6
1.2 平面电磁波	8
1.2.1 理想介质中的平面波	8
1.2.2 导电媒介中的平面波	14
1.2.3 平面波的极化	17
1.2.4 平面波的反射和透射	20
1.2.5 多层介质表面的正入射	27
1.2.6 色散和群速	30
参考文献	32
第 2 章 介质的电性质和电磁波的传播参数	33
2.1 介质的介电常数	33
2.1.1 电介质的极化和介电常数	33
2.1.2 矿物的介电常数	34
2.1.3 岩石的介电常数	35
2.1.4 土壤的介电常数	37
2.1.5 植被的介电常数	38
2.2 电性参数与频率关系	39
2.2.1 岩石的电阻率和介电常数与电磁场频率的关系	39
2.2.2 探地雷达“平台”	41
2.3 电磁波传播参数与介质电性质关系	42
2.3.1 电性参数对相速度的影响	42
2.3.2 电性参数对衰减系数的影响	46
参考文献	49

第 3 章 探地雷达天线	50
3.1 天线基本元的辐射	51
3.1.1 近场区	52
3.1.2 远场区	52
3.1.3 中间区	54
3.2 天线的基本参数	55
3.2.1 效率	55
3.2.2 输入阻抗	56
3.2.3 辐射方向图 (波瓣图)	56
3.2.4 方向系数	57
3.2.5 极化	58
3.2.6 增益系数	59
3.2.7 有效长度	59
3.2.8 工作频带宽度	60
3.2.9 接收天线的电参数	61
3.3 探地雷达的天线类型及辐射形式	61
3.3.1 天线在探地雷达系统中的作用	61
3.3.2 简单的探地雷达辐射系统——线天线	62
3.3.3 从线性天线到圆锥形天线、领结形天线、圆柱形天线	65
3.4 常见探地雷达天线	67
3.4.1 5100 型天线	67
3.4.2 3101D 型天线	67
3.4.3 MODEL 5103 型天线	68
3.4.4 5106 型天线	68
3.4.5 3207 和 3207A 型天线	68
3.4.6 3200 MLF 型低频天线	69
3.4.7 Subecho-40 和 Subecho-70 天线	69
3.4.8 4108 型角形天线	69
参考文献	70
第 4 章 探地雷达仪器系统和工作方法	71
4.1 探地雷达仪器系统	71
4.1.1 探地雷达系统的信号调制方式	71
4.1.2 时间域探地雷达	73
4.1.3 步进频率探地雷达 (SFGPR)	77
4.1.4 脉冲探地雷达和步进频率探地雷达的比较	79
4.2 探地雷达的测量方式	80

4.2.1	反射测量方式	80
4.2.2	折射测量方式	83
4.3	探地雷达野外测量设计	84
4.3.1	探地雷达适用性评价	85
4.3.2	目的体特性与所处环境分析	90
	参考文献	94
第5章	钻孔雷达	96
5.1	钻孔雷达的发展历史及现状	96
5.2	钻孔雷达的原理	97
5.3	单孔反射测量	99
5.4	跨孔测量	101
5.4.1	跨孔反射分析	101
5.4.2	层析成像分析	101
5.5	井-地测量	105
5.6	极化钻孔雷达测量	108
5.6.1	极化的原理	108
5.6.2	极化天线的实现	109
5.6.3	极化钻孔雷达的测量系统	110
5.6.4	极化钻孔雷达的刻度	111
5.7	定向钻孔雷达	121
5.7.1	定向接收天线方式	121
5.7.2	定向发射天线方式	123
5.8	钻孔雷达的应用实例	124
5.8.1	南非深部金矿的探测	124
5.8.2	冰川学 (Glaciology) 研究	127
5.8.3	确定煤层采空区	127
5.8.4	水文地质特征	130
5.8.5	地下裂缝分布的探测	131
	参考文献	135
第6章	探地雷达数据处理与解释	138
6.1	数据编辑	139
6.1.1	数据合并	139
6.1.2	废道剔除	139
6.1.3	测线方向一致化	139
6.1.4	漂移处理	139
6.2	常规处理	141

6.2.1	数字滤波的原理	141
6.2.2	反滤波(反褶积)	144
6.3	偏移处理	156
6.3.1	偏移归位的概念	156
6.3.2	绕射扫描叠加	156
6.3.3	相移偏移方法	157
6.3.4	克希霍夫积分偏移方法原理	161
6.4	雷达图像的增强处理	163
6.4.1	振幅恢复	163
6.4.2	道内均衡	163
6.4.3	道间均衡	164
6.5	探地雷达资料解释	164
6.5.1	时间剖面的解释方法	165
6.5.2	雷达波速度的求取	166
	参考文献	167
第7章	探地雷达的数值模拟	168
7.1	射线追踪法	168
7.1.1	方法原理	169
7.1.2	收敛性问题	172
7.1.3	雷达波的衰减问题	172
7.1.4	数值模拟计算	172
7.1.5	应用实例	173
7.2	有限元法	175
7.2.1	雷达波和地震波之间运动学规律的对比	175
7.2.2	雷达波有限元正演模拟的实施	176
7.2.3	数值模拟	178
7.3	时间域有限差分(FDTD)法	181
7.3.1	FDTD基本原理	181
7.3.2	解的稳定性及数值色散	188
7.3.3	吸收边界条件	193
7.3.4	FDTD中常用激励源	195
7.3.5	计算实例	203
	参考文献	206
第8章	探地雷达应用	207
8.1	探地雷达在交通建设和维护中的应用	207
8.1.1	公路质量的探地雷达检测	207

8.1.2	隧道掌子面前方地质情况预报	209
8.1.3	隧道衬砌质量检测	211
8.2	探地雷达在水利工程质量探测中的应用	213
8.2.1	堤坝蚁巢、洞穴的探地雷达探测	213
8.2.2	水坝渗漏的探地雷达探测	214
8.3	探地雷达在城市建设与规划中的应用	215
8.3.1	地下管线探测	215
8.3.2	人防工程探测	216
8.3.3	地下结构物探测	217
8.4	探地雷达在灾害地质评价和监测中的应用	218
8.4.1	工程建筑场地下岩溶的探地雷达探测	219
8.4.2	采空区探地雷达探测	220
8.4.3	滑坡面的探地雷达探测	221
8.4.4	断层的探测	223
8.5	探地雷达在环境研究中的应用	225
8.5.1	地下水污染调查	225
8.5.2	垃圾掩埋场地选址与调查	226
8.5.3	地下废弃物调查	226
8.5.4	油气污染的监测	228
8.6	探地雷达在农业地质探测和研究中的应用	229
8.6.1	碱化层厚度探测	229
8.6.2	洪积扇区砾石层厚度探测	233
8.7	探地雷达在考古和军事探测中的应用	234
8.7.1	考古中的应用	234
8.7.2	军事中的应用	237
	参考文献	238

第 1 章 探地雷达的基本理论

1.1 电磁波传播基本规律

1.1.1 麦克斯韦方程组

探地雷达采用高频电磁波进行测量。根据电磁波传播理论,高频电磁波在介质中的传播服从麦克斯韦方程组。

即

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.1.1a)$$

$$\nabla \times H = j + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1.1.1b)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (1.1.1c)$$

$$\nabla \cdot D = \rho \quad (1.1.1d)$$

式中, ρ 为电荷密度(C/m^3); J 为电流密度(A/m^2); E 为电场强度(V/m); D 为电位移(C/m^2); B 为磁感应强度(T); H 为磁场强度(A/m)。

式(1.1.1a)为微分形式的法拉第电磁感应定律;式(1.1.1b)称为安培电流环路定律,其中由麦克斯韦引入的一项 $\frac{\partial D}{\partial t}$ 可称为位移电流密度 J_d ,即

$$J_d = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1.1.2)$$

式(1.1.1c)和式(1.1.1d)分别称为磁荷不存在定律和电场高斯定理。

麦克斯韦方程组描述了电磁场的运动学规律和动力学规律。其中 E 、 B 、 D 和 H 这四个矢量称为场量,是在问题中需要求解的; J 和 ρ 中一个为矢量,一个为标量,均称为源量,一般在求解问题中是给定的。例如在利用时间域有限差分(FDTD)方法求解中,在已知的边界条件下,给定发射源的类型和大小等。

要充分确定电磁场的各场量,求解上述方程的四个参数是不够的,必须补进媒质的本构关系。

1.1.2 本构关系

所谓的本构关系是场量与场量的之间的关系,决定于电磁场所在介质中的性质。介质由分子或原子组成,在电场和磁场的作用下,会产生极化和磁化现象。由

于介质的多样性,本构关系也相当复杂。

最简单的介质是均匀、线性和各向同性介质,其本构关系为

$$J = \sigma E \quad (1.1.3a)$$

$$D = \epsilon E \quad (1.1.3b)$$

$$B = \mu H \quad (1.1.3c)$$

式中, ϵ 为介电常数(F/m); μ 为导磁率(H/m); σ 为电导率(S/m), 均为标量常量, 也是反映介质电性质的参数。

获得这个本构关系后, 可以很容易地看到 E 和 B 是独立的实际场矢量, 而 D 和 H 是非独立的引出场矢量。这样麦克斯韦方程组的两个旋度方程和两个散度方程正好充分地描述了两个实际矢量场 E 和 B 的运动规律。

自然界的介质相当复杂, 电磁场在其中传播也很复杂。实验表明, 电场在介质中除了引起极化之外, 还会引起(交叉)磁化, 而磁场在媒质中除了引起磁化之外, 还会引起(交叉)极化。最普遍的本构关系可写成

$$cD = P \cdot E + L \cdot cB \quad (1.1.4a)$$

$$H = M \cdot E + Q \cdot cB \quad (1.1.4b)$$

式中, c 为真空中的光速(3×10^8 m/s); P, Q, L 和 M 为 3×3 的矩阵。以上两式可以写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} cD \\ H \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} E \\ cB \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} P & L \\ M & Q \end{bmatrix}$$

由于 4 个场矢量中可以有各种两两组合, 让其中两个为自变量而另外两个为函数, 因此, 普遍的本构关系还可以写成另一些形式。如以 E, H 为自变量的形式(黎滨洪等, 2002)

$$\begin{bmatrix} D \\ B \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix} \quad (1.1.5)$$

式中,

$$C = \begin{bmatrix} \epsilon & \xi \\ \zeta & \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P - L \cdot Q^{-1} \cdot M & L \cdot Q^{-1} \\ -Q^{-1} \cdot M & Q^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.1.6)$$

为 6×6 矩阵, 称为本构参数矩阵。

按照本构参数矩阵的取值, 又可以将介质分为:

(1) 各向同性介质: $\xi=0, \zeta=0, \epsilon=\epsilon I, \mu=\mu I$ 。其本构关系简化为

$$D = \epsilon E \quad (1.1.7a)$$

$$B = \mu H \quad (1.1.7b)$$

常见的空气、水、玻璃等介质, 在其中既无交叉极化也无交叉磁化, 而且极化、磁化与方向无关。与式(1.1.3)形式相同, 但含义不同。因为其中 ϵ, μ 不一定是常

标量。在真空中,其本构参数为 ϵ_0 、 μ_0 为

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{ (F/m)} \quad (1.1.8a)$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ (H/m)} \quad (1.1.8b)$$

(2) 各向异性介质: $\xi=0, \zeta=0, \epsilon \neq \epsilon I, \mu \neq \mu I$ 。其本构关系为

$$D = \epsilon \cdot E \quad (1.1.9a)$$

$$B = \mu \cdot H \quad (1.1.9b)$$

在这种介质中,没有交叉极化和磁化,但极化和磁化与方向有关。例如探地雷达在各向异性的晶体测量中,介电常数具有如下形式

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix}$$

结合介质的本构关系,可以把麦克斯韦方程写成只含有两个矢量场的形式,例如在简单的各向同性介质中有

$$\nabla \times H = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.1.10a)$$

$$\nabla \times H = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} + J \quad (1.1.10b)$$

$$\nabla \cdot (\mu H) = 0 \quad (1.1.10c)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon E) = \rho \quad (1.1.10d)$$

这个已包含本构关系在内的方程组称为限定形式的麦克斯韦方程组。探地雷达通常采用高频脉冲电磁波进行探测,所遇的介质一般可以简化为各向同性介质,有时也需要考虑各向异性的问题如岩石含水量等探测(Carcione, 1996)。

1.1.3 探地雷达方法中电磁波的波动性

麦克斯韦方程组描述了场随时间变化的一组耦合的电场和磁场。输入一个电场时,变化的电场产生变化的磁场。电场和磁场相互激励的结果是电磁场在介质中传播。探地雷达利用天线产生电磁场能量在介质中传播,根据麦克斯韦方程,以及上述的本构关系。可以写成如下的形式

$$\nabla \times \nabla \times E = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mu H)$$

将安培定律(1.1.1b),代入上式可以得到

$$\nabla \times \nabla \times E = -\frac{\partial}{\partial t} \left(J + \frac{\partial D}{\partial t} \right) = -\mu \sigma \frac{\partial E}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

整理可以得到

$$\nabla \times \nabla \times E + \mu\sigma \frac{\partial E}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1.11)$$

同理可以获得

$$\nabla \times \nabla \times H + \mu\sigma \frac{\partial H}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1.12)$$

式(1.1.11)和式(1.1.12)为电磁场的亥姆霍兹(Helmholtz)方程,表征了电磁波的传播方式。在求解电磁波在介质中的传播规律,有人从上述方程出发,采用有限差分或伪谱方法进行求解。根据这两个方程,可以得到如下的认识:

- (1) 电场 E 和磁场 H 是以波动形式运动的,他们共同构成电磁波。
- (2) 对于探地雷达,源为天线中的电流密度变化,产生电磁波,并向外辐射。
- (3) 式(1.1.11)和式(1.1.12)共有三项,第一项表征电磁波随空间的变化;第二项是传导电流的贡献;第三项是位移电流的贡献。

(4) 将式(1.1.11)和式(1.1.12)的波动方程与数理方程中的标准波动方程($\nabla^2 u - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$)比较,可知电磁波的传播速度

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (1.1.13)$$

在真空中为

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(5) 凡是波都可脱离波源而独立传播,在这一点上,电磁波与弹性波、声波一样。但电磁波在真空中也可以传播,这与弹性波不同。在探地雷达的数字模拟中,边界条件与弹性波等有一定的差别,即不存在自由边界的问题。

(6) 在式(1.1.11)和式(1.1.12)的波动方程式从麦克斯韦方程组推导出来的,则意味着它只是麦克斯韦方程组的必要条件,而不是充分条件,它们是不等价的。因为它只是电场或磁场的运动规律的体现,而没有表达出电场和磁场之间的关系。可见波动方程的解不一定满足麦克斯韦方程组,即不一定是客观存在的电磁波。实际上,通常是先从一个波动方程求解出 E 或 H ,然后将它代入麦克斯韦方程组中从而计算出另一个,这样就保证了它们的客观存在的场。

1.1.4 电磁波的横波性质

电磁波的传播是波动的。根据麦克斯韦方程组和波动方程,可以知道电场和磁场的方向与电磁波的运动方向相互垂直,是一种横波(图 1.1)。他们的空间关系可以表述如下。

数学上,式(1.1.11)的解可以表示成如下形式

$$E = f(\bar{r}, \bar{k}, t) \hat{u} \quad (1.1.14)$$

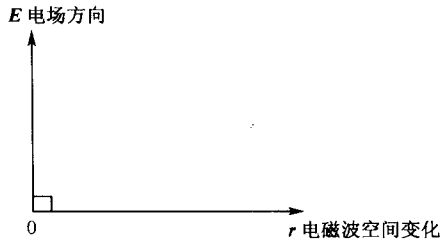


图 1.1 电场与其传播方向示意图

式中, \hat{u} 为电场方向; \hat{k} 为电场空间变化方向。

让我们来求电场强度的旋度, 即

$$\nabla \times E = \hat{k} \times \hat{u} \frac{\partial f}{\partial \beta}(\beta, t) \quad (1.1.15)$$

式中, $\beta = \vec{r} \cdot \vec{k}$ 。

根据法拉第定律, 变化的磁流密度可以表示如下

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times E = -\hat{k} \times \hat{u} \frac{\partial f}{\partial \beta} \quad (1.1.16)$$

可见, 磁矢量方向垂直于电场强度矢量 E 和电场的空间变化 \hat{k} 方向, 即 $\hat{w} = \hat{k} \times \hat{u}$ (图 1.2)。

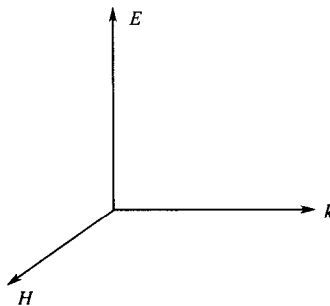


图 1.2 电场和磁场与电磁波运动方向示意图

1.1.5 能流密度矢量

上面论述了电磁波的传播是一种波动的形式, 而且是电场与磁场相互作用进行传播的。那么, 波动就是一种能量传输的一种基本方式。电磁波的传播过程就是电磁场能的传输过程。能量在空间的传输形成能流场。为了描述能量在空间的

传输,通常采用能流密度矢量(S)的概念或称为坡印廷矢量。定义: S 的方向指向能量流动的方向; S 的大小等于单位时间内通过与 S 垂直的、单位面积的电磁波能量。

要使介质的状态发生变化,就需要外界对介质做功。外界对单位体积介质的电磁功率为

$$P = E \cdot \frac{\partial D}{\partial t} + H \cdot \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.1.17)$$

根据麦克斯韦方程组,可以得到

$$P = E \cdot (\nabla \times H) - H \cdot (\nabla \times E) - E \cdot j \quad (1.1.18)$$

可以表示为

$$P = -\nabla \times (E \times H) - E \cdot j \quad (1.1.19)$$

如果空间有任意一个闭合曲面,则曲面中能量的增加率为

$$\frac{dW}{dt} = \iiint_{\Omega} P d\tau$$

根据高斯定理,上式可表示为

$$\frac{dW}{dt} = \oiint_S (E \times H) dS + \iiint_{\Omega} E \cdot j d\tau \quad (1.1.20)$$

上式右边的第一项是每秒由闭合曲面流出的能量;第二项是电场每秒对传导电流所作的功。由第一项的表达式可知,电磁场的能流密度矢量为

$$S = E \times H \quad (1.1.21)$$

该表达式说明电磁场的运动必须由相互垂直的 E 和 H 组成,他们相互作用形成了电磁波,能流的方向垂直于相互作用的电场 E 和磁场 H 。

1.1.6 电磁位函数

麦克斯韦方程组虽是描写电磁场运动的基本方程,但它是耦合方程组,数学上并不能直接求解;而波动方程虽已把方程去耦,但场分量与源分量之间存在复杂的微分关系,亦给方程的求解带来很大的困难。为了数学上的解析求解方便,往往引入一些称为电磁位函数的辅助函数,并先求解其基本方程,然后计算出电磁场。

1.1.6.1 矢位和标位

假设

$$B = \nabla \times A \quad (1.1.22)$$

$$E = -\nabla\Phi - \frac{\partial A}{\partial t} \quad (1.1.23)$$

式中,假设 A 为电磁矢位; Φ 为电磁标位。

将上面两式代入麦克斯韦方程组,并进行推导,可以获得