



非正弦函数

理论及其在通信中的应用

王钢 张军 张其善 著

<http://www.phei.com.cn>



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

电子信息科技专著出版专项资金资助出版

非正弦函数理论 及其在通信中的应用

王 钢 张 军 张其善 著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

本书是一本系统介绍非正弦函数理论与应用领域最新研究成果的专著。非正弦函数理论包括非正弦正交函数和非正弦非正交函数两大类,其中非正弦正交函数的代表沃尔什函数已经得到了广泛应用,而关于桥函数和常见波形等非正弦非正交函数的研究最近几年才取得重要突破。

本书内容包括绪论、必要的数学基础、复制理论、二进制桥函数理论、 P 进制广义桥函数理论、混合进制广义桥函数理论、常见波形分析、复制方法在通信中的应用、桥函数理论在通信中的应用等。

本书内容新颖丰富,结构严谨,理论性强,具有独创性。可供从事信号处理和通信领域研究的科技人员阅读,也可供高等院校有关专业的师生参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

非正弦函数理论及其在通信中的应用/王钢,张军,张其善著. —北京:电子工业出版社, 2006.3

ISBN 7-121-02309-1

I. 非… II. ①王…②张…③张… III. 函数论—应用—通信 IV. TN91

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 012882 号

责任编辑:竺南直

印 刷:北京天宇星印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销:各地新华书店

开 本:850×1168 印张:9.875 字数:258 千字

印 次:2006 年 3 月第 1 次印刷

印 数:2 500 册 定价:25.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010) 68279077。质量投诉请发邮件至 zltts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

前 言

正交函数系是电子工程特别是通信工程的数学基础之一。在经典的通信理论里，是以正弦、余弦函数系作为完备的正交函数系来分解一个信号或以其为副载波进行多路传输的。通信技术经历了电子管、晶体管时代，现在进入了集成电路时代。集成电路技术的飞速发展和数字计算机的普遍使用，促进了通信系统的数字化，这就为非正弦函数的发展提供了物质基础，人们开始研究适合于数字信号传输的理论基础和应用基础。

20 世纪 60 年代末，国内外学者发现沃尔什 (J.L. Walsh) 函数系是适合于表示数字信号的正交函数系，而且由于沃尔什变换也具有同 FFT 相类似的快速算法，从而使沃尔什函数在图像处理、语音处理、多路通信、控制以及雷达等领域中的应用受到了人们的重视。

本书作者之一张其善和李植华在完善沃尔什函数复制理论之后，注意到沃尔什函数系是由二值 (+1 和 -1) 构成的完备正交系，而且，对某些沃尔什函数进行压缩，然后平移就能产生一些似乎不相关的函数，比如哈尔函数、赫尔函数、特尔函数，它们都是三值 (+1、0、-1) 函数系。他们还推测，沃尔什函数可能是有某种三值函数系经过某种退化而成的二值函数系，由此，他们终于发现了这类函数，并称之为桥函数。桥函数不仅包括了沃尔什函数和方块脉冲函数，而且还包括了许多介于沃尔什函数和方块脉冲函数之间的非正弦的三值正交函数系。因此，可以把桥函数看成是联系沃尔什函数和方块脉冲函数的一种中介函数，正如其名所示，它起到了两种函数之间的桥梁作用。

桥函数在 1982 年国际遥测会议上首次提出后，经历了两次比

较重要的发展阶段：第一个是 1998 年提出了 P 进制广义桥函数理论；第二个就是 2003 年提出了混合进制广义桥函数理论。混合进制广义桥函数的提出更加完善了桥函数理论体系。

1822 年，法国数学家傅里叶发表了著名的《热的解析理论》，这是数学理论应用到物理的典范，它开辟了近代数学的一个巨大分支——傅里叶级数、傅里叶变换、傅里叶积分，这些统称为傅里叶分析。在随后的一百多年里，傅里叶分析一直在信息传输与处理领域中占据统治地位。在研究非正弦正交函数理论的同时，我们也就非正弦非正交函数开展了研究，重点是方波、三角波等常见波形分析问题。经过我们实验室韦玉川博士后的努力，从理论上得到了常见波形与正余弦函数之间的内在关系，提出了常见波形级数、常见波形变换，统称为常见波形分析。它使得信号近似不仅仅可以通过正余弦函数进行叠加，也可以通过方波等常见波形进行叠加，而后一种分析方法更有利于数字化处理信息。

最近几年，在国家自然科学基金和航空基金等课题的资助下，我们对非正弦函数理论及其应用方面的研究取得了比较大的进展，相继在中国科学、J. Math. Phys. 等国内外刊物上发表了数十篇学术论文。由于国内外没有一本系统总结桥函数理论和常见波形分析方面的专著，根据我们所做的工作和取得的成果，专门总结编写了本书。我们的研究工作主要从理论和应用两大方面展开论述。

在简单介绍了非正弦函数的背景和后面章节所需的数学基础之后，本书从第 3 章到第 7 章着重就非正弦正交函数理论部分展开介绍。首先介绍了复制的概念和信号复制理论，这是桥函数理论的基础。接着，我们介绍了二进制桥函数理论。由于这部分内容研究得最早、最完善，也最容易被读者理解，所以介绍得也最详细。 P 进制广义桥函数是把复制方法从二进制推广到 P 进制后生成的一种非正弦正交函数系，它和后面介绍的混合进制广义桥函数的生成有异曲同工之处。最后介绍了最近几年得到的最新研

究成果，包括混合进制广义桥函数及其主要性质和常见波形分析方法，这些内容的提出和完善，构成了整个非正弦函数体系。

第二部分从第 8 章到第 11 章，主要研究了以下内容：复制理论在信道编码和扩频序列设计中的应用和桥函数理论在通信技术中的应用。这几章的大部分内容都是最近几年的研究成果。

本书之所以能够出版，首先是与许多有关专家学者的大力支持分不开的；其次，参加相关课题的实验室研究人员和合作者们也为本书的写作付出了大量的辛勤劳动；最后，还要感谢电子工业出版社的领导和编辑为本书的顺利出版做出的不懈努力。

本书属于国家自然科学基金资助项目，批准号：69972002 和 60372018。

本书出版的目的是希望能够抛砖引玉，能和广大感兴趣的科技工作者进行有益的探讨，以期能为我国通信事业的发展贡献自己的微薄之力。由于这是一个新的研究领域，我们的工作还有不尽如人意之处，因此，书中错误在所难免，诚挚地希望广大读者批评指正。

作 者

2005 年 12 月于北航

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 移动通信技术的发展概述	(1)
1.2 我国移动通信发展过程	(3)
1.3 桥函数理论发展过程	(4)
1.4 本书的结构安排	(9)
参考文献	(11)
第 2 章 数学基础	(13)
2.1 正交函数	(13)
2.2 代数基础	(15)
2.3 哈达玛矩阵	(18)
2.4 数的二进制表示及代码	(20)
2.5 数的多进制和混合进制	(23)
2.6 二进制码的代数结构	(27)
2.7 多进制码之间转换的矩阵形式	(30)
参考文献	(32)
第 3 章 复制理论的主要内容	(33)
3.1 前言	(33)
3.2 二进制复制理论	(34)
3.2.1 二进制复制方法	(34)
3.2.2 沃尔什函数的复制生成过程	(36)
3.2.3 复制信息和复制方式之间的关系	(39)
3.2.4 沃尔什函数的统一定义	(41)
3.2.5 沃尔什函数复制生成的代数性质	(44)
3.2.6 并元移位的物理解释	(46)
3.3 P 进制广义复制理论	(49)

3.3.1	奎斯特恩逊函数介绍	(49)
3.3.2	P 进制广义复制方法及奎斯特恩逊函数生成	(50)
3.4	两种函数复制生成过程的统一表述	(55)
3.5	混合进制广义复制方法	(57)
3.5.1	混合进制广义沃尔什函数的定义	(57)
3.5.2	混合进制广义沃尔什函数的复制生成	(58)
3.5.3	混合进制广义复制方法的数学分析	(60)
3.6	小结	(64)
	参考文献	(65)
第 4 章	二进制桥函数理论介绍	(67)
4.1	桥函数的定义及其构造方法	(67)
4.1.1	离散型先移位后复制的桥函数的构造方法	(67)
4.1.2	离散型先复制后移位的桥函数的构造方法	(70)
4.2	桥函数的变换矩阵与递推关系式	(73)
4.2.1	先移位后复制桥函数的变换矩阵与递推关系式	(73)
4.2.2	先复制后移位桥函数的变换矩阵与递推关系式	(74)
4.3	桥函数的数学表达式	(76)
4.3.1	先移位后复制桥函数的数学表达式	(76)
4.3.2	先复制后移位桥函数的数学表达式	(77)
4.4	桥函数的乘积特性	(78)
4.4.1	先移位后复制桥函数的乘积特性	(78)
4.4.2	先复制后移位桥函数的乘积特性	(86)
4.5	桥函数的正交性	(91)
4.5.1	先移位后复制桥函数的正交性	(91)
4.5.2	先复制后移位桥函数的正交特性	(94)
4.6	从桥函数中导出的正交函数系	(95)
4.6.1	从先移位后复制桥函数中导出的正交函数系	(96)
4.6.2	从先复制后移位桥函数中导出的正交函数系	(105)
4.7	桥函数级数及其变换	(115)

4.7.1	桥函数级数	(115)
4.7.2	桥函数变换及其快速算法	(120)
4.8	小结	(123)
	参考文献	(124)
第 5 章	P 进制广义桥函数理论介绍	(125)
5.1	前言	(125)
5.2	P 进制广义桥函数的定义及数学表达式	(126)
5.2.1	第一类 P 进制自然码序的先复制后移位 广义桥函数的构造过程	(126)
5.2.2	第一类 P 进制自然码序的先复制后移位 广义桥函数的数学表达式	(127)
5.3	P 进制广义桥函数的主要性质	(128)
5.3.1	第一类先复制后移位 P 进制广义桥函 数的编号问题	(128)
5.3.2	先复制后移位 P 进制广义桥函数的乘积特性	(129)
5.3.3	P 进制自然码序的先复制后移位广义桥函 数的变换矩阵	(141)
5.3.4	P 进制自然码序的先复制后移位广义桥 函数的正交性	(143)
5.4	从 P 进制自然码序先复制后移位 广义桥函数中导出的正交函数系	(148)
5.5	小结	(153)
	参考文献	(153)
第 6 章	混合进制广义桥函数理论介绍	(155)
6.1	前言	(155)
6.2	混合进制广义桥函数的复制生成算法	(156)
6.3	先复制后移位混合进制广义桥函数的数学表达式	(157)
6.4	先复制后移位混合进制广义桥函数的乘积特性	(158)
6.5	混合进制广义桥函数的正交特性	(164)

6.6	桥函数理论总结	(167)
6.7	小结	(168)
	参考文献	(169)
第 7 章	常见波形分析	(171)
7.1	前言	(171)
7.2	几个基本概念	(171)
7.3	常见波形和正余弦函数之间的关系	(175)
7.4	小结	(184)
	参考文献	(184)
第 8 章	利用复制方法设计扩频序列	(185)
8.1	扩频序列设计背景知识简介	(185)
8.1.1	移动通信信道中电波传播特性	(185)
8.1.2	扩频序列在第三代移动通信系统中的作用	(187)
8.1.3	几个基本函数定义	(188)
8.2	利用复制理论设计 3G 中所使用的扩频序列	(189)
8.2.1	CDMA2000 和 WCDMA 中所采用的扩频序列	(189)
8.2.2	利用 Walsh 码生成 m 序列的算法介绍	(192)
8.2.3	OVSF 码介绍及其设计算法	(197)
8.3	利用复制理论生成扩频序列理论和方法	(202)
8.3.1	基本知识简介	(202)
8.3.2	针对一个初始序列设计具有零互相关 函数值的扩频序列	(203)
8.3.3	针对任意一组初始序列设计互相关函数值 处处为零的扩频序列	(207)
8.3.4	利用互补序列和互补集设计具有较大 零相关区的扩频序列	(210)
8.4	小结	(218)
	参考文献	(219)
第 9 章	复制方法在通信中的应用	(223)

9.1	W 码设计方法	(223)
9.2	Reed-Muller 码的复制生成算法	(225)
9.3	编码方法降低 OFDM 系统中的峰均比	(230)
9.3.1	OFDM 的系统结构框图	(231)
9.3.2	OFDM 传输方案的优缺点	(232)
9.3.3	OFDM 信号的数学表达式	(233)
9.3.4	峰值平均功率比对 OFDM 系统性能的影响	(234)
9.3.5	降低峰值平均功率比的主要方法	(236)
9.4	利用 Golay 序列降低峰值平均功率比	(237)
9.4.1	Golay 序列的介绍	(238)
9.4.2	利用 Golay 序列降低峰值平均功率比原理	(240)
9.4.3	复制生成算法	(241)
9.5	伪随机码的快速捕捉方法	(241)
9.6	小结	(245)
	参考文献	(245)
第 10 章	桥函数理论在通信系统中的应用	(250)
10.1	前言	(250)
10.2	使用桥函数的码分多路复用技术	(250)
10.2.1	多路复用的概念	(250)
10.2.2	使用桥函数的码分多路复用技术	(257)
10.3	利用桥函数设计多载波通信系统	(259)
10.3.1	桥函数作为扩频码的优越性	(259)
10.3.2	利用桥函数作为扩频码的 MC-CDMA 系统介绍	(262)
10.4	速率分割多路信息传输系统方案设计	(264)
10.5	小结	(269)
	参考文献	(269)
第 11 章	桥函数在保密通信中的应用	(272)
11.1	密码体制的定义	(272)

11.2	几种常见的密码体制	(273)
11.2.1	序列密码体制	(274)
11.2.2	分组密码体制	(276)
11.2.3	公开密钥体制	(277)
11.3	数字通信保密原理及特点	(280)
11.4	以桥函数为基础的密码体制	(282)
11.4.1	新的分组密码体制 BS_1	(282)
11.4.2	新的分组密码体制 BS_2	(288)
11.4.3	新密码体制的优越性	(295)
11.5	新体制的几种应用	(295)
11.5.1	密本法	(296)
11.5.2	序列密码方式	(296)
11.5.3	密码反馈方式	(298)
11.5.4	分组链接方式	(300)
11.5.5	新分组密码算法的设计原则	(301)
11.6	小结	(301)
参考文献		(302)
后记		(303)

第 1 章 绪 论

1.1 移动通信技术的发展概述

自从 1880 年,无线通信的鼻祖赫兹(Henrich Herzh)向人们展示了一个实际的无线通信系统开始,人们就开始了对未来的移动通信孜孜不倦的探索。1897 年,马可尼(Guglielmo Marconi)利用实验证明了运动中的无线通信的可应用性,并建立了世界上第一个商业性无线通信服务系统,这成为移动通信的开端。

20 世纪 70 年代,随着大规模集成电路技术和计算机技术的迅猛发展,困扰移动通信的终端小型化和系统设计等关键问题得以解决,移动通信系统进入了蓬勃发展阶段。1978 年美国贝尔实验室开发出了 AMPS(Advanced Mobile Phone System)系统,这是世界上第一个真正意义上的具有随时随地通信的大容量的蜂窝移动通信系统。到 80 年代中期,欧洲和日本也纷纷建立了自己的蜂窝移动通信网,主要有:英国的 ETACS(Europena Total Access Communication System)系统;法国的 450 系统,北欧国家的 NMT-450(Nordic Mobile Telephone-450)系统。以上这些系统都是基于双工的频分复用(FDMA)模拟制式,被称为第一代蜂窝移动通信系统。

虽然模拟蜂窝系统取得了巨大的成功,但是在实际的使用过程中也暴露出一些问题:

- 频谱效率较低,有限的频谱资源和无限的用户容量的矛盾十分突出;

- 业务种类单一，只有话音业务；
- 模拟系统存在同频干扰和互调干扰；
- 模拟系统保密性较差。

近 20 年来，随着超大规模集成电路技术、低速话音编码技术的发展，并在计算机技术的推动下，现代通信已经由模拟方式转向数字处理方式。1991 年 7 月，采用时分复用（TDMA）多址方式的 GSM 数字蜂窝通信系统开始投入商用。1992 年，美国高通公司向 CTIA 提出了基于码分多址（CDMA）技术的数字蜂窝通信系统的建议和标准。该建议于 1993 年被 CTIA 和 TIA 批准为中期标准 IS-95，作为北美数字移动电话系统 IS-95 的多址接入技术并允许商用。这形成了第二代移动通信系统。

为了满足更多更高速率的业务以及更高频谱效率的要求，同时减少目前存在的各大网络之间的不兼容性，ITU 于 1985 年提出了第三代移动通信系统的概念，当时被称为未来公用陆地移动电话系统 FPLMTS（Future Public Land Mobile Telephone System）。

由于 CDMA 技术本身的优越性，使得它备受人们青睐，在第三代的主流标准中都采用 CDMA 技术。第三代移动通信将可为用户提供高速数据传输、因特网访问、移动视频业务和多媒体服务，同时支持全球漫游特性。第三代移动通信系统要将各种业务结合起来，用一个单一的全功能网络来实现，与现有的第一代和第二代移动通信系统相比，其主要特点可以概括为：

（1）全球无缝漫游的系统：第二代移动通信系统一般为区域或国家标准，而第三代移动通信系统将是一个在全球范围内覆盖和使用的系统，它将使用共同的频段，全球统一标准。

（2）具有支持多媒体业务的能力，特别是支持 Internet 业务：现有的移动通信系统主要以提供话音业务为主，随着发展，一般也仅提供 100~200 kb/s 的数据业务，GSM 演进到最高阶段的速率能力为 384kb/s。而第三代移动通信系统的业务能力将比第二代有明显的改进。它能支持从话音到分组数据到多媒体业务；应能根

据需要, 提供带宽。ITU 规定的第三代移动通信系统无线传输技术的最低要求中, 必须满足以下三种:

- 快速环境, 最高速率为 144 kb/s;
- 室外到室内或步行环境, 最高速率为 384 kb/s;
- 室内环境, 最高速率为 2Mb/s。

(3) 便于过渡和演进: 由于第三代移动通信系统引入时, 第二代网络已具有相当规模, 所以第三代的网络一定要在第二代的基础上逐渐灵活演进而成, 并应与固定网络兼容。

(4) 在各种无线环境下工作(蜂窝系统、无绳系统、卫星系统和固定的无线系统)。

(5) 高频谱效率。

(6) 具有与固定业务可比的高服务质量。

(7) 低成本。

(8) 具有较高的安全性和保密特性。

(9) 具有灵活开放的网络结构。

同时, 还要将综合宽带网的业务尽量延伸到移动环境中, 能够传送高达 2Mb/s 的高质量图像, 真正实现“任何人、在任何地点、任何时间与任何人通信”的最终目标。

第三代数字移动通信系统 ITU-2000 主要采用宽带 CDMA 技术, 这一点各国已达成共识, 但北美、欧洲、日本这三大区域性集团都向 ITU 提出了各自的标准。我国也积极参与了第三代移动通信技术的研究和标准的制定, 成立了无线通信标准研究组(CWTS)专门负责标准的制定和研究, 并已向 ITU 提交了中国自己的标准 TD-SCDMA。

1.2 我国移动通信发展过程

回顾我国移动电话 10 多年的发展历程, 我国移动通信市场的发展速度和规模令世人瞩目, 中国的移动电话发展史是超常规、

成倍数、跳跃式的发展史。中国移动通信业的发展始于 20 世纪 80 年代。1987 年, 中国首个 TACS 制式模拟移动电话系统建成并投入商用。1993 年, 我国首个全数字移动电话系统 (GSM) 建成开通。现在中国大陆主要使用的网络为 GSM 系统, 同时在北京、上海、西安和广州四个城市开通了 CDMA 系统的长城网。我国的移动通信在十几年的发展过程中, 经历了从模拟系统到数字系统的变迁过程, 用户数每年都在快速增长, 中国已成为世界上移动通信市场发展最快的国家。截止到 2005 年上半年, 我国移动通信用户总数达到 3.45 亿户, 其中 G 网用户为 3.136 亿户, C 网用户 3092 万户。下面简单列举几个在中国移动通信发展史上的重要事件:

(1) 1987 年 11 月 18 日, 第一个 TACS 模拟蜂窝移动电话系统在广东省建成并投入商用。

(2) 1994 年 12 月底, 广东首先开通了 GSM 数字移动电话网。

(3) 2001 年 7 月 9 日, 中国移动通信 GPRS (2.5G) 系统投入试商用。

(4) 2001 年 11 月 26 日, 中国移动通信集团公司的第一个亿个客户代表在北京产生, 标志着中国移动通信已成为全球客户规模最大的移动通信运营商。

(5) 2001 年 12 月 22 日, 联通新时空 CDMA 网络建成。

(6) 2001 年 12 月 31 日, 中国移动通信关闭 TACS 模拟移动电话网, 停止经营模拟移动电话业务。

(7) 2002 年 4 月 8 日, 联通新时空 CDMA 网络正式运行。

(8) 2003 年 1 月 28 日, 上海联通率先开通 CDMA1X 网络, 标志着中国联通的 CDMA 移动通信全面进入了真正的 2.5G。

1.3 桥函数理论发展过程

正交函数系是电子工程特别是通信工程的数学基础之一。在经典的通信理论里, 是以正弦、余弦函数系作为完备的正交函数

系来分解一个信号或以其为副载波进行多路信息传输的。随着数字技术的发展, 信号被数字化, 人们开始研究适合于数字信号传输的理论基础和应用基础。通信技术经历了电子管、晶体管时代, 现在进入了集成电路时代。集成电路技术的飞速发展和数字计算机的普遍使用, 促进了通信系统的数字化, 这就为沃尔什函数和其他非正弦正交函数提供了应用空间。

20 世纪 60 年代末, 国内外学者发现沃尔什 (J.L. Walsh) 函数系是适合于表示数字信号的正交函数系, 而且由于沃尔什变换也具有与 FFT 相类似的快速算法, 从而使沃尔什函数在图像处理、语音处理、多路通信、控制以及雷达等领域中的应用受到了人们的重视。

国内外许多学者对这一领域进行了广泛深入的探索, 随后一系列关于沃尔什函数及其应用方面的著作相继问世, 其中有代表性的是 1969 年哈尔姆斯 (H.F. Harmuth) 发表的《用正交函数传输信息》, 书中详细地介绍了沃尔什函数及其在通信中的各种应用, 还介绍了有关课题的研究状况。在国内, 北京大学、中国科学院系统所、北京航空航天大学、南京大学、北京邮电大学、西安电子科技大学、北京工业大学、天津大学的有关学者对沃尔什函数开展了一系列理论和应用方面的研究, 做了许多有意义的探索。在这里, 尤其值得一提的是北京航空航天大学沃尔什函数研究小组在完善沃尔什函数复制理论的同时, 还研制出序率分割制遥测系统, 并于 1983 年获得了国家发明二等奖。

沃尔什函数并不是一种新出现的函数, 远在 20 世纪初, 福尔 (F.Fowle) 在为解决架空明线线路交叉以防止串话的过程中, 就已经发现这种函数了。1923 年, 沃尔什又提出了这种函数完整的数学理论, 但当时没有引起人们的普遍重视。后来由于二进制系统数字电路的发展, 特别是二进制数字计算机的迅速发展, 使得沃尔什函数在通信等实际工程领域里得到应用。

随着科技领域的不断发展, 工艺技术的不断提高, 尤其是数