南京邮电大学《高等数学》教研室　编写

高等数学 同步练习册

（上册）

清华大学出版社

高等数学

同步练习册

（上册）

南京邮电大学《高等数学》教研室　编写

清华大学出版社
北京

内容简介

本练习册是南京邮电大学所编《高等数学》教材的配套教学用书，与教材体系相同，与教学内容紧密衔接，基本点、重点、难点突出，题型难易程度适中，题目典型，题量适当，注重基本概念、基本定理、基本运算，适当配有提高题，以训练学生的解题技巧。

本练习册分为上下册，内容包括：极限与连续、导数与微分、中值定理与导数应用、不定积分、定积分及应用、多元函数微分法及其应用、重积分、曲线积分与曲面积分、无穷级数、常微分方程、复变函数与解析函数、复变函数的积分、复变函数的级数与留数定理等 13 章的习题及期中、期末模拟考试题各四套。

本练习册适用于工科高等院校的本科生。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学同步练习册. 上/南京邮电大学《高等数学》教研组编写. —北京：清华大学出版社，2006. 10

ISBN 7-302-13631-9

Ⅰ. 高… Ⅱ. 南… Ⅲ. 高等数学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 093493 号

出 版 者：清华大学出版社　　**地　址**：北京清华大学学研大厦

http://www.tup.com.cn　　**邮　编**：100084

社 总 机：010-62770175　　**客户服务**：010-62776969

责任编辑：梁　颖

印 刷 者：北京市清华园胶印厂

装 订 者：三河市化甲屯小学装订二厂

发 行 者：新华书店总店北京发行所

开　本：185×260　**印张**：7　**字数**：173 千字

版　次：2006 年 10 月第 1 版　2006 年 10 月第1 次印刷

书　号：ISBN 7-302-13631-9/O · 565

印　数：1 ~ 5000

定　价：12.00 元

前　言

本练习册是南京邮电大学所编《高等数学》教材的配套教学用书，具有与教材体系相同，与教学内容紧密衔接，基本点、重点、难点突出，题型难易程度适中，题目典型，题量适当的特点。本练习册选题注重基本概念、基本定理、基本运算，适当配有提高题，以训练学生的解题技巧。通过对该练习册上习题的分析、解答和论证，学生能有目标地进行课后练习，巩固课堂所学内容。

本练习册分为上下册，内容包括：极限与连续、导数与微分、中值定理与导数应用、不定积分、定积分及应用、多元函数微分法及其应用、重积分、曲线积分与曲面积分、无穷级数、常微分方程、复变函数与解析函数、复变函数的积分、复变函数的级数与留数定理等 13 章的习题及期中、期末模拟考试题各四套。

本练习册的形式为学生的作业本，一方面由于比较规范，便于任课教师批改；另一方面，减轻了学生抄作业题的负担，同时也便于作业本的保留。

本练习册适用于工科高等院校的本科生。

本练习册第 1 章、第 2 章、第 3 章、第 9 章、第 10 章、第 13 章由王雪红编写，第 4 章、第 5 章、第 6 章、第 7 章、第 8 章、第 11 章、第 12 章由欧阳金丽编写，全书由欧阳金丽统稿。

本练习册已在南京邮电大学使用两届，受到师生好评。王建民、邱中华、王晓平、宋洪雪、严珍珍等老师对练习册提出了很多宝贵意见；南京邮电大学教务处、数理学院对本练习册的编写与出版给予了大力支持，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，错误在所难免，恳请老师、同学不吝指正，我们不胜感激。

编　者

2006 年 6 月于南京

目　录

第 1 章　极限与连续

1.1　函　　数

1. 填空题

(1) 设 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x\geqslant 0$ 时 $f(x)=\sqrt{x}$，则当 $x<0$ 时 $f(x)=$________；

(2) 函数 $f(x)=\sqrt{3-x}+\arctan\dfrac{1}{x}$ 的定义域是________；

(3) $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$，则 $f(x+a)+f(x-a)(a>0)$ 的定义域是________；

(4) 函数 $f(x)=\ln(\sqrt{1+x^2}-x)$ 的奇偶性为________；

(5) 设 $g(x)=\dfrac{2^x}{2^x+1}$，则其反函数 $g^{-1}(x)=$________；

(6) 设 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$，则 $f[f(x)]=$________；

(7) 设 $f\left(x-\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$，则 $f(x)=$________；

(8) 函数 $f(x)=x\cos x$ 和 $g(x)=1+\sin^2 x+\cos 3x$ 两者中________是周期函数，其最小正周期 $T=$________；

(9) 设函数 $f(x)=2^x$，$g(x)=5x+1$，则 $g[f(x)+x]=$________；

(10) 若 $y=f(u)=e^u$，$u=g(v)=-v^2$，$v=h(w)=\sin w$，$w=\varphi(x)=\dfrac{1}{x}$，则复合函数 $y=f(g(h(\varphi(x))))=$________。

2. 设 $f(x)=\begin{cases}1 & |x|<1\\ 0 & |x|=1\\ -1 & |x|>1\end{cases}$，$g(x)=\ln x$，求 $f[g(x)]$。

3. 设 $f(x)=\min\{2x+5,x^2,-x+6\}$，试给出 $f(x)$ 的分段表达式，画出 $f(x)$ 的图形，并求 $\max f(x)$。

1.2 数列的极限

1. 选择题

(1) 下列命题中正确的是 (　　)

(A) 发散数列必然无界　(B) 两个发散数列之和必然发散

(C) 两个无界数列之和必然发散　(D) 收敛数列必然有界

(2) 下列数列中收敛的是 (　　)

(A) $x_n=(-1)^n$　(B) $x_n=\cos\frac{n\pi}{3}$

(C) $x_n=\frac{1+2+\cdots+n}{n^2}$　(D) $x_n=e^n\sin n\pi$

(3) 下列说法中与“$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=A$”等价的是 (　　)

(A) 随着 n 的增大，x_n 越来越接近常数 A

(B) 点 A 的无论多么小的邻域内都有数列$\{x_n\}$中无穷多个点

(C) 数列$\{x_n\}$中所有的点都落在 A 的某个邻域内

(D) 无论正数 ε 有多么小，点 A 的 ε 邻域之外至多只有数列$\{x_n\}$中有限多个点

2. 用定义证明：$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n+1}{4n+1}=\frac{3}{4}$。

3. 求下列极限

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1+2+\cdots+n}{n+2}-\frac{n}{2}\right)$

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n}(\sqrt{n+4}-\sqrt{n})$

4. 若$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=0$，而数列$\{y_n\}$有界，证明：$\lim\limits_{n\to\infty}x_ny_n=0$。

1.3　函数的极限

1. 填空题

(1) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$存在是 $f(x)$在 x_0 某去心邻域内有界的________条件；

(2) $f(x_0^-)$和 $f(x_0^+)$都存在且相等是 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$存在的________条件。

2. 用定义证明：$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x+2}=-4$。

3. 已知 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+5x+6}{x+2} & x<-2,\\ 0 & x=-2,\\ 2x+5 & x>-2,\end{cases}$ 求 $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$。

4. 试用数列极限和函数极限的关系定理证明：$\lim\limits_{x\to 0}\sin\dfrac{1}{x}$不存在。

5. 证明：若 $x\to+\infty$及 $x\to-\infty$时，函数 $f(x)$的极限存在且都等于 a，则 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=a$。

1.4 无穷小与无穷大

1. 选择题

(1) 当 $x\to x_0$ 时，$\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 均为无穷小量，下列变量中 $x\to x_0$ 时可能不是无穷小量的是 ( )

(A) $3\alpha(x)-4\beta(x)$ (B) $2\alpha(x)+3\beta(x)$

(C) $\alpha(x)\beta(x)$ (D) $\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}(\beta(x)\neq 0)$

(2) $f(x)$ 与 $g(x)$ 都是 $x\to x_0$ 时的无穷小量且恒不为 0，则当 $x\to x_0$ 时下列函数必为无穷大量的是 ( )

(A) $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ (B) $\dfrac{g(x)}{f(x)}$

(C) $\dfrac{1}{f(x)}+\dfrac{1}{g(x)}$ (D) $\dfrac{1}{f(x)}-e^{g(x)}$

(3) 下列命题正确的是 ( )

(A) 无界量必为无穷大量 (B) 无穷大量的和必为无穷大量

(C) 无穷大量必为无界量 (D) 两个无界量的乘积必为无界量

(4) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$ 是 $x\to x_0$ 时 $(f(x)-A)$ 为无穷小量的 ( )

(A) 充分而非必要条件 (B) 必要而非充分条件

(C) 充要条件 (D) 既非充分也非必要条件

(5) 下列变量在给定的变化过程中为无穷小量的是 ( )

(A) $\dfrac{|x|}{x}-1(x\to 0)$ (B) $\dfrac{1}{(x-1)^3}-1(x\to 1)$

(C) $e^{1/x}(x\to 0^+)$ (D) $e^{1/x}(x\to 0^-)$

2. 用定义证明：$f(x)=x^2\sin\dfrac{1}{x}$ 为当 $x\to 0$ 时的无穷小量。

3. 用定义证明：$g(x)=\dfrac{1+2x}{x}$ 为当 $x\to 0$ 时的无穷大量。

1.5　极限运算法则

1. 填空题

(1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^2-1}=$________；

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^3-2x^2+x}{3x^2+2x}=$________；

(3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-x}{(x-1)^2}=$________；

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x^3+2x-3}{x^3-8x^2+1}=$________；

(5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\cos x}{x^2}=$________。

2. 选择题

(1) 下列结论正确的是　　(　　)

(A) 两个无穷大之和为无穷大

(B) 有限个无穷小之和为无穷小

(C) 无穷多个无穷小之和为无穷小

(D) 两个无穷小之商为无穷小

(2) 若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$，$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x)=B$，则下列结论正确的是　　(　　)

(A) $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=\dfrac{B}{A}$

(B) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x)=\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\cdot\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=B$

(C) $A=0$ 时必有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x)=0$

(D) $A\neq 0$ 时必有 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=\dfrac{B}{A}$

3. 计算下列极限

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^2+8}{n^3-1}\sin(n!)$

(2) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(x+h)^3-x^3}{h}$

(3) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$

(4) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{9+x}-3}{\sqrt{4+x}-2}$

(5) $\lim\limits_{x \to +\infty} x(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1})$

(6) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{3-x}}{x^2+x-2}$

4. $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)=0$,求 a 和 b 的值。

1.6　极限存在准则　两个重要极限

1. 填空题

(1) 数列$\{x_n\}$单调有界是$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$存在的________条件；

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\omega x}{x}=$________，$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 3x}{x}=$________；

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x\sin x}=$________，$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{2x}=$________；

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin\dfrac{1}{x}}{\sin x}=$________，$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{t\sin tx}{\sin 2x}=$________；

(5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{x+1}=$________，$\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{1/x}=$________。

2. 计算下列极限

(1) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$

(2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(x^2-1)}{x^2+x-2}$

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}2^n\sin\dfrac{x}{2^n}$　$(x\neq 0)$

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x\sin\dfrac{2}{x}+\dfrac{\sin 3x}{x}\right)$

(5) $\lim\limits_{x \to \infty}\left(\dfrac{x-1}{x+2}\right)^{x+2}$

(6) $\lim\limits_{x \to 3}\left(\dfrac{1}{x-2}\right)^{1/(x-3)}$

3. 用极限准则证明

(1) $\lim\limits_{n \to \infty}\left(\dfrac{1}{n^2+1}+\dfrac{2}{n^2+2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n}\right)=\dfrac{1}{2}$

(2) 数列 $x_1=\sqrt{3}, x_{n+1}=\sqrt{3+x_n}\,(n=1,2,\cdots)$的极限存在。

1.7　无穷小的比较

1. 选择题

(1) 当 $x \to 0$ 时，与 $\sqrt{1+x^2}-1$ 等价的无穷小是　　(　　)

(A) x　　(B) x^2　　(C) $2x^2$　　(D) $\frac{x^2}{2}$

(2) 设 $f(x)=2^x+3^x-2$，则当 $x \to 0$ 时成立的是　　(　　)

(A) $f(x)$ 与 x 是等价无穷小

(B) $f(x)$ 与 x 是同阶但不等价无穷小

(C) $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小

(D) $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小

(3) 当 $x \to 0^+$ 时，下列无穷小量阶数最高的是　　(　　)

(A) $1-\cos\sqrt{x}$　　(B) $\sqrt{x}+x^4$

(C) $x\sin\sqrt{x}$　　(D) $x\sqrt{x+\sqrt{x}}$

(4) 设 $x \to x_0$ 时，$\alpha(x)$，$\beta(x)$，$\gamma(x)$ 都是无穷小，且 $\alpha(x)=o[\beta(x)]$

$\beta(x) \propto \gamma(x)$，则 $\lim\limits_{x \to x_0}\frac{\alpha(x)+\beta(x)}{\gamma(x)}=$　　(　　)

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) ∞

(5) 当 $x \to 0$ 时，$1-\cos x^2$ 是关于 x 的(　　)阶无穷小

(A) 2　　(B) 3　　(C) 4　　(D) 5

(6) 当 $x \to 0^+$ 时，$\sqrt{x+\sqrt[3]{x}}$ 是关于 x 的(　　)阶无穷小

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) $\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{1}{4}$　　(D) $\frac{1}{6}$

2. 计算下列极限

(1) $\lim\limits_{x \to 0}\frac{\arcsin x^2}{x\tan x}$

(2) $\lim\limits_{x \to 0}\frac{\ln(1+x)}{\sqrt{1+x}-1}$

(3) $\lim\limits_{x \to 0}\frac{\sin x-\tan x}{(\sqrt[3]{1+x^2}-1)(e^{\sin x}-1)}$

(4) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{1/x^2}$

(5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-x\sin x}-1}{e^{x^2}-1}$

(6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-\sin 2x)}{e^{3x}-1}$

3. 若 $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-x+1}-ax-b)=0$,求 a,b 的值。

1.8　函数的连续性与间断点

1. 填空题

(1) 对于函数 $f(x)=\dfrac{x}{1-e^{x/(1-x)}}$，$x=1$ 是其________间断点，$x=0$ 是其________间断点；

(2) 函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos x-\cos 2x}{x^2} & x\neq 0\\ k & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $k=$________；

(3) 对于函数 $f(x)=\dfrac{x}{\tan x}$，$x=$____________以及 $x=$____________是其可去间断点，$x=$________是无穷间断点；

(4) 对于函数 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{|x|(x^2-1)}$，$x=0$ 是其________间断点，$x=-1$ 是其________间断点，$x=1$ 是其________间断点；

(5) 函数 $f(x)=\dfrac{e^x-b}{(x-a)(x-1)}$ 有无穷间断点 $x=0$ 与去间断点 $x=1$，则 $a=$________，$b=$________。

2. 选择题

(1) 设 $f(x)$ 在点 x_0 处连续，$g(x)$ 在 x_0 处间断，则下列函数中在 x_0 处必定间断的是　(　　)

(A) $f(x)+g(x)$　　(B) $f(x)g(x)$

(C) $\dfrac{f(x)}{g(x)}$　　(D) $\dfrac{|g(x)|}{f(x)}$

(2) $x=0$ 是函数 $f(x)=\arctan\dfrac{1}{x}$ 的　(　　)

(A) 可去间断点　　(B) 跳跃间断点

(C) 无穷间断点　　(D) 振荡间断点

(3) $x=0$ 是函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-e^{1/x}}$ 的　(　　)

(A) 可去间断点　　(B) 跳跃间断点

(C) 无穷间断点　　(D) 振荡间断点

(4) 下列函数在 $x=0$ 处不连续的是　(　　)

(A) $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\dfrac{1}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$

(B) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x} & x>0\\ e^x & x\leqslant 0\end{cases}$

(C) $f(x)=\begin{cases}e^{-1/x^2} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$

(D) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x|}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$

(5) 设 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，$f(x)$ 为连续函数，且 $f(x)\neq 0$，$\varphi(x)$ 有间断点，则　(　　)

(A) $\varphi[f(x)]$ 必有间断点　　(B) $[\varphi(x)]^2$ 必有间断点

(C) $f[\varphi(x)]$ 必有间断点　　(D) $\dfrac{\varphi(x)}{f(x)}$ 必有间断点