东师教辅

3+X 一本通

YIBENTONG

高中三年级

数学

英语

语文

超低价版

东北师范大学出版社

3+X 一本通

YIBENTONG

高中三年级

数　学
英　语
语　文

东北师范大学出版社
长　春

图书在版编目(CIP)数据

卓越解题.高三数学、英语、语文/蒋念祖主编.—长春:东北师范大学出版社，2000.6
ISBN 7-5602-2594-2

Ⅰ.卓…　Ⅱ.蒋…　Ⅲ.①数学课-高中-解题②英语课-高中-解题③语文课-高中-解题　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 25833 号

□出 版 人:贾国祥
□责任编辑 陈　珊
□封面设计 魏国强
□责任校对 于雪芳
□责任印制 栾喜湖

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 138 号(130024)
电话:0431—5695744　5688470
传真:0431—5695734
东北师范大学出版社激光照排中心制版
长春科技 印刷厂印刷
2002 年 1 月第 2 版　2002 年 1 月第 1 次印刷
开本:880 mm×1230 mm 1/32　印张:37.875　字数:1481 千

定价:19.00 元

Cherio

使用说明

《3 + x·一本通》是我们在第一版图书出版后，根据需要进行了适当的修订而成的。现以超低的价位介绍给读者。

本套丛书是在国家教育部进行高考科目设置改革，教育部考试中心颁布的《高考内容和形式改革方案》中明确了高考命题“以能力立意”指导思想这一形势下编写的。

一、分步类的工具书

全套书分为《初一 数学 英语 语文》、《初二 数学 英语 语文》、《初三 数学 英语 语文》、《初中 物理 化学 生物》、《初中 政治 历史 地理》、《高一 数学 英语 语文》、《高二 数学 英语 语文》、《高三 数学 英语 语文》、《高中 物理 化学 生物》、《高中 政治 历史 地理》十册，涵盖初高中九门学科的内容。

此种分类方法不同于同步类题典。同步类读物是与某一种版本教材相一致，并需随着该种教材内容的调整而作相应的变动。本套书中的初中某年级或高中某年级则是与大纲中对该年级的相关要求对应的。

还不同于目前风行的综合类工具书。综合类工具书的特点是初（高）中某一学科综合为一册，而本套丛书则分为三册，有针对性地适应了不同年级学生的需求。

二、突出三门主科的基础性意义

数学将训练、考查的重点放在思考和推理上；英语注重加强外语交际能力的训练、考查；语文注重言语操作的实用性，注重对思维能力、表达能力的训练、考查。无论是在传统的考试中，或是在正在实施的“3 + x”考试中，这三门主科均具有举足轻重的基础性意义。

三、注重案例教育，注重学科间的相互渗透

传统的教育类、教辅类图书注重的是原理教育，即从各种定理、公式、语法出发，以为只要学会了原理，就找到了分析问题、解决问题的法门。本书则从具体的题目出发，在做题的过程中，体会到原理的存在。题目的选择，力求具有典型性，题型力求具有新颖性、多样性，题目的编排，力求反映该学科新的教学大纲要求的知识、能力体系。

案例教育另一个显著的特征是没有惟一的求解方式，这在本书中也有所体现。有的题目是很具体化的，对它的求解也必须是具体的，有的几种求解方案甚至是跨学科的、相互渗透的，要对若干个具体方案的对错优劣作出评判，是极其复杂的事情。这种编写体例的宗旨不是传授最终真理，而是通过一个个具体案例的讨论和思考，去诱发学生的创造潜能。它重视的是求解的思考过程，而且它还注重解决新问题，不重复前人。

本套书中不仅有基础题、典型题、综合题，而且有一部分是现实生活中的应用题，有助于学生循序渐进、巩固提高、举一反三、形成能力。

策划者

Cherio

目　录

Contents

语　文

卓越

zhuoyue jieti

解题

高中三年级

数 学

第一部分 代 数

幂函数、指数函数和对数函数

§1.1 集合的概念及运算

解答题

1. 下列写法是否正确,说明理由.

(1)$\mathbf{Z}=\{$全集整数$\}$;

(2)$\mathbf{R}=\{$实数集$\}$;

(3)$\{(0,0)\}=\{0\}$;

(4)$\{(x,y),|x=1$ 或 $y=2\}=\{(1,2)\}$;

(5)$\{x|x=1\}\cap\{(x,y)|x=1\}=\{1,0\}$.

常规解答 都是错误写法.(1)集合符号“$\{\ \}$”已包含有“所有”的意思,因而正确的写法是 $\mathbf{Z}=\{$整数$\}$;(2)“$\{\ \}$”就是集合的符号,因而用描述法表示集合时,大括号内不应再用“全体”、“所有”、“全部”或“集”等词语,故正确写法为 $\mathbf{R}=\{$实数$\}$;(3)$\{(0,0)\}$是点集,表示直角坐标平面上的点$(0,0)$,而$\{0\}$是数集,表示数 0,它们不相等;(4)$\{(x,y)|x=1$,或 $y=2\}$表示直角坐标平面上的两条直线 $x=1$ 及 $y=2$,而$\{(1,2)\}$表示一点,它们不相等.正确的表示是$\{(x,y)|x=1$ 且 $y=2\}=\{(1,2)\}$;(5)集合$\{x|x=1\}$的代表元素为 x,它表示数集,集合中的元素只有一个,即 $x=1$;而集合$\{(x,y)|x=1\}$的代表元素为有序实数时,它的几何意义是表示平面直角坐标系中的一条直线 $x=1$,由于两个集合中的代表元素不一样,$\therefore\{x|x=1\}\cap\{(x,y)|x=1\}=\varnothing$.

---

2. 已知集合$P=\{y|y=-x^2+2,x\in\mathbf{R}\}$,$Q=\{y|y=-x+2,x\in\mathbf{R}\}$,那么 $P\cap Q$ 等于 ( )

A. $(0,2),(1,1)$ B. $\{(0,2),(1,1)\}$

C. $\{1,2\}$ D. $\{y|y\leqslant2\}$

常规解答 P、Q 分别是函数$y=-x^2+2(x\in\mathbf{R})$,$y=-x+2(x\in\mathbf{R})$的值域,于是 $P=\{y|y\leqslant2\}$,$\mathbf{Q}=\mathbf{R}$,故 $P\cap\mathbf{Q}=\{y|y\leqslant2\}$,应选 D.

发散思维 本题若由方程组：$\begin{cases} y=-x^2+2 \\ y=-x+2 \end{cases}$

解的 $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

由此选 A 或 B 都是不对的，这是因为集合 P、Q 都是数集，而不是点集，研究集合问题，应从集合的代表元素弄清元素的性质和特点，特别要注意的是数集还是点集.

---

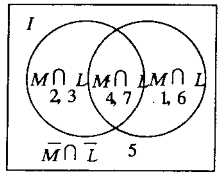
3. 已知 $I=\{x\mid x^2<50, x\in \mathbf{N}\}$，

$\overline{M}\cap L=\{1,6\}$，

$M\cap\overline{L}=\{2,3\}$，

$\overline{M}\cap\overline{L}=\{5\}$，

求 M 和 L.



常规解答 用文氏图表示集合 I、M、L 的关系可得，

$M=\{2,3,4,7\}$，$L=\{1,6,4,7\}$.

发散思维 从图中根据集合的意义还能得到

$\overline{M}\cap\overline{L}=\overline{M\cup L}$ 和 $\overline{M\cap L}=\overline{M}\cup\overline{L}$（德·摩根律）.

---

4. 设全集 $I=\{1,3,4,5\}$，$A=\{x\mid x^2-5x+q=0\}$，$B=\{x\mid x^2+px+12=0\}$，$\overline{A}\cup B=\{1,3,4,5\}$，求 p、q 的值.

常规解答 $\because \overline{A}\cup B=\{1,3,4,5\}$，

$\therefore 2\notin\overline{A}$ 即 $2\in A$，$\therefore 2^2-5\times2+q=0$

$\therefore q=6$，

$\therefore A=\{2,3\}$ $\overline{A}=\{1,4,5\}$ 且 $\overline{A}\cup B=\{1,3,4,5\}$，

$\therefore 3\in B$，$4\in B$，即 $B=\{3,4\}$，由韦达定理知，$p=-7$.

---

5. 若 $A=\{x\mid x^2-2x-3\leqslant 0, x\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{0,4,5\}$，$I=\{x\mid |x-1|\leqslant 4, x\in\mathbf{Z}\}$，求 $\overline{A}$，$\overline{A}\cup B$，$A\cap\overline{B}$，及 A 的子集的个数.

常规解答 $\because A=\{-1,0,1,2,3\}$，$I=\{-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$，

又 $B=\{0,4,5\}$，

$\therefore \overline{A}=\{-3,-2,4,5\}$， $\overline{B}=\{-3,-2,-1,1,2,3\}$，

$\overline{A}\cup B=\{-3,-2,0,4,5\}$，$A\cap\overline{B}=\{-1,1,2,3\}$.

集合 A 的子集的个数为 $C_5^0+C_5^1+\cdots+C_5^5=2^5=32$.

发散思维 含 n 个元素的集合的所有子集的个数为 2^n 个，其中真子集的个数为 2^{n-1}，非空真子集的个数为 2^{n-2} 个.

---

6. 已知集合 $A=\{a,a+d,a+2d\}$，$B=\{a,aq,aq^2\}$（其中 $d\neq0,q\neq1$）．若 $A=B$，求 d,q 的值．

常规解答 假设 $\begin{cases}a+d=aq, & ①\\ a+2d=aq^2, & ②\end{cases}$

则由①得，$d=a(q-1)$，代入②，

$a+2a(q-1)=aq^2$，

$\because a\neq0$，

$\therefore q^2-2q+1=0$，

$\therefore q=1$．

但 $q=1$ 时，$a=aq=aq^2$，此与集合中元素的互异性相矛盾，故假设不能成立．

于是只能有 $\begin{cases}a+d=aq^2 & ③\\ a+2d=aq & ④\end{cases}$

③－④得 $d=aq(1-q)$，

代入(3)得 $2q^2-q-1=0$，

$\because q\neq1$，

$\therefore q=-\dfrac{1}{2}$，

$\therefore d=-\dfrac{3}{4}a$．

---

7. 若集合 $M=\{x\mid 2x^2-5x-3=0\}$，$N=\{x\mid mx=1\}$，且 $N\subset M$，则实数 m 的取值集合为________．

常规解答 $M=\left\{-\dfrac{1}{2},3\right\}$，

当 $m=0$ 时，$N=\varnothing$，而 $\varnothing\subset M$．

当 $m\neq0$ 时，$N=\left\{\dfrac{1}{m}\right\}$，要使 $N\subset M$，可设 $\dfrac{1}{m}=-\dfrac{1}{2}$ 或 $\dfrac{1}{m}=3$，

解得 $m=-2$ 或 $m=\dfrac{1}{3}$．

综上可得，m 的取值集合为 $\left\{0,-2,\dfrac{1}{3}\right\}$．

发散思维 了解定集合 N 中的元素，需求关于 x 的方程的解集，这里要有分类讨论的意识，特别要注意 $N=\varnothing$ 这一情形，因为空集是任何集合的子集合，是任何非空集合的真子集合．

---

8. 已知 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x\mid \log_2(x^2-5x+8)=1\}$，$C=\{x\mid 2^{x^2+2x-8}=1\}$，且 $A\cap B\supset\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$，求实数 a 和集合 A．

分析 先解方程求出 $B=\{2,3\}$，$C=\{-4,2\}$，再由条件 $A\cap B\supset\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$ 推出 3

$\in A$.

常规解答 由已知条件,可得 $B=\{2,3\}$,$C=\{-4,2\}$.

$\because A\cap C=\varnothing$,

$\therefore 2\notin A$,$-4\notin A$.

又 $A\cap B\supset\varnothing$,即 $A\cap B$ 非空,

$\therefore 3\in A$,即 3 是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的一个根,

于是由 $9-3a+a^2-19=0$,得 $a=-2$ 或 $a=5$.

当 $a=5$ 时,$A=\{2,3\}=B$,这与 $2\notin A$ 矛盾;

当 $a=-2$ 时,$A=\{3,-5\}$.

$\therefore$ 实数 $a=-2$,所求的集合 $A=\{3,-5\}$.

卓越解题 先解方程求出 $B=\{2,3\}$,$C=\{-4,2\}$,再由条件 $A\cap B\supset\varnothing$,$A\cap C=\varnothing$ 推出 $3\in A$.

---

9. 已知集合 $A=\{x\mid x^2+x-2\leqslant 0\}$,$B=\{x\mid 1<\log_2(x+1)\leqslant 2\}$,$C=\{x\mid ax^2+bx+c>0\}$(其中 a、b、c 互质),满足条件:①$(A\cup B)\cap C=\varnothing$,②$(A\cup B)\cup C=\mathbf{R}$. 求 $a:b:c$.

常规解答 化简集合 A、B 得 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 1\}$,$B=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$.

$A\cup B=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 3\}$,

$\because (A\cup B)\cap C=\varnothing$,$(A\cup B)\cup C=\mathbf{R}$,

$\therefore C=\overline{A\cup B}=\{x\mid x<-2$ 或 $x>3\}$.

$\therefore$ 不等式 $ax^2+bx+c>0$ 同解于不等式 $a(x+2)(x-3>>0$,

即与 $ax^2-ax-6a>0$ 同解,$\therefore a>0$,$b=-a$,$c=-6a$,

$a:b:c=1:(-1):(-6)$.

---

10. 设 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant a\}$,$B=\{y\mid y=2x+3, x\in A\}$,$C=\{z\mid z=x^2, x\in A\}$,且 $C\subseteq B$,求实数 a 的取值范围.

常规解答 $B=\{y\mid -1\leqslant y\leqslant 2a+3\}$,对于集合 C:$z=x^2$,根据二次函数的单调性,应分三类情形讨论:

(1)当 $-2\leqslant a\leqslant 0$ 时,$C=\{z\mid a^2\leqslant z\leqslant 4\}$,

$\because C\subseteq B$,$\therefore 4\leqslant 2a+3$ 即 $a\geqslant\frac{1}{2}$,与 $-2\leqslant a\leqslant 0$ 矛盾;

(2)当 $0<a\leqslant 2$ 时,$C=\{z\mid 0\leqslant z\leqslant 4\}$,

$C\subseteq B$,$\therefore 4\leqslant 2a+3$ 即 $a\geqslant\frac{1}{2}$.

又 $0<a\leqslant 2$,得 $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 2$.

(3)当 $a>2$ 时,$C=\{2\mid 0\leqslant z\leqslant a^2\}$

$C \subseteq B$，$\therefore a^2 \leqslant 2a+3$

即 $-1 \leqslant a \leqslant 3$，注意到 $a>2$，得 $2<a \leqslant 3$

综合上述讨论，得 $\frac{1}{2} \leqslant a \leqslant 3$.

11. 由实数构成的集合A满足条件：若 $a \in A$，$a \neq 1$，则 $\frac{1}{1-a} \in A$，证明(1)若 $2 \in A$，则集合A中必还有另外两个元素；(2)集合A不可能是单元集；(3)集合A中至少有三个不同的元素.

常规解答 (1)若 $2 \in A$，则 $\frac{1}{1-2}=-1 \in A$，又 $\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2} \in A$，

$\therefore A$ 中除 2 外还有元素 -1 和 $\frac{1}{2}$.

(2)若任一个 $a \in A(a \neq 1)$，则 $\frac{1}{1-a} \in A$，且可证在实数范围内 $\frac{1}{1-a} \neq a$，

$\therefore A$ 不可能是单元集.

(3)若 $a \in A$，则 $\frac{1}{1-a} \in A$，又 $\frac{1}{1-\frac{1}{1-a}}=1-\frac{1}{a} \in A$，

可以证明 $a, \frac{1}{1-a}, 1-\frac{1}{a}$ 是互不相同的，

所以集合A中至少有三个不同的元素.

12. 已知 $f(x)=ax^2+b$，a、b、x 均为实数，且 $a \neq 0$，$A=\{x \mid f(x)=x\}$，$B\{x \mid f[f(x)]=x\}$.

(1)求证：$A \subseteq B$；

(2)当 A、B 均不为空集时，求 a^2+b^2 的取值范围.

常规解答 (1)对任意 $t \in A$，则 $f(t)=t$，

$\therefore f[f(t)]=f(t)=t$，故 $t \in B$，

$\therefore A \subseteq B$.

(2)A 中元素是方程 $ax^2-x+b=0$ 的解，

由 $A \neq \Phi$，$a \neq 0$，

$\therefore \Delta_1 \leqslant 0$，即 $ab \leqslant \frac{1}{4}$.

B 中元素是 $a(ax^2+b)^2+b=x$ 的解，

$\because A \subseteq B$，

$\therefore$ 方程 $a(ax^2+b)^2+b=x$ 可写成 $(a^2-x+b)(cx^2+dx+e)=0$.

比较两方程的系数得：$c=a^2$，$d=a$，$e=ab+1$.

即方程 $a(ax^2+b)^2+b=x$ 可写成：$(ax^2-x+b)(a^2b^2+ax+ab+1)=0$.

又 $B\neq A\Leftrightarrow a^2x^2+ax+ab+1=0$ 有不同于 A 的解,

$\therefore \Delta_2\geqslant 0$,即 $a^2-4a^2(ab+1)\geqslant 0$,

$\because a\neq 0$,$\therefore ab\leqslant -\dfrac{3}{4}$.

$\therefore |ab|\geqslant \dfrac{3}{4}$,

$\therefore a^2+b^2\geqslant 2|ab|\geqslant \dfrac{3}{2}$.

§1.2 函数与映射

1. 已知 $A=N,B=\left\{\dfrac{1}{3},\dfrac{3}{5},\dfrac{5}{7},\cdots\right\}$,映射 $f:x\to y=\dfrac{2x-1}{2x+1}(x\in A)$,那么 f 的作用下,像 $\dfrac{99}{101}$ 的原象是________.

常规解答 依题意,有 $\dfrac{2x-1}{2x+1}=\dfrac{99}{101}$,

由此得 $x=50$,所以答案为 50.

2. 判断下列各组中的两个函数是不是表示同一个函数,为什么?

(1) $f(x)=x,g(x)=(\sqrt{x})^2$;

(2) $f(x)=\lg x^2,g(x)=2\lg x$;

(3) $f(x)=|x|+1,g(x)=\begin{cases}x+1,x\in(0,+\infty)\\1-x,x\in(-\infty,0)\end{cases}$;

(4) $f(x)=\sqrt{1-x^2},g(x)=1-|x|,x\in[-1,1]$;

(5) $f(x)=\ln|x|,g(x)=\dfrac{1}{2}\cdot\ln x^2$.

常规解答 判断两个函数是不是同一个函数,得从定义域,值域和对应法则三个方面判断,只有三者全部一样时,它们才表示同一函数.

由于(1)中 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,$g(x)$ 的定义域为 $[0,+\infty)$;(2)中 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0]\cup(0,+\infty)$,$g(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$;(3)中 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,$g(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,它们的定义域不同,因而都不是同一函数.

(4)中两个函数的定义域都是 $[-1,1]$,值域都是 $[0,+\infty)$,但对应法则不同,如 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,而 $g\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$,故也不是同一函数.

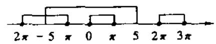
只有(5)中,$f(x)$ 与 $g(x)$ 表示同一个函数,从形来看,它们的图像完全重合.

§1.3 函数的定义域

1. 求下列函数的定义域:

(1) $y=\dfrac{2x}{|x-1|+|x+1|}$;　　(2) $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)-1}$;

(3) $y=\sqrt{25-x^2}+\lg\sin x$.



常规解答 (1) $\because |x-1|\geqslant 0, |x+1|\geqslant 0$,

但不存在 x 使上述两个不等式同时等于零,

$\therefore$ 函数的定义域为 $\mathbf{R}$.

(2) $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)\geqslant 1=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{2}$,

$\therefore x-1\leqslant\dfrac{1}{2}; x\leqslant\dfrac{3}{2}$,

又 $x-1>0$,

$\therefore$ 函数的定义域为 $\left(1,\dfrac{3}{2}\right]$.

(3) $\begin{cases}25-x^2\geqslant 0\\ \sin x>0.\end{cases}$

$\therefore \begin{cases}-5\leqslant x\leqslant 5\\ 2k\pi<x<(2k+1)\pi \quad (k\in\mathbf{Z}),\end{cases}$

借助于数轴,如第1题图,解这个不等式,得函数的定义域为 $[-5,-\pi)\cup(0,\pi)$.

发散思维 本例(3)系求有限个区间的无限个区间的交集,借助于数轴,常可获得直观、明了的结果.

---

2. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[a,b]$ 且 $a+b>0$,求下列函数的定义域:

(1) $f(x^2)$;

(2) $F(x)=f(x)-f(-x)$;

(3) $g(x)=f(x+c)+f(x-c)(c>0)$.

常规解答 根据题意,$b>a$ 且 $b>-a$,

$\therefore b>0$ 且 $b>|a|$.

(1) 由 $a\leqslant x^2\leqslant b$,得当 $a\leqslant 0$ 时,

$x\in[-\sqrt{b},\sqrt{b}]$;

当 $a>0$ 时,$x\in[-\sqrt{b},-\sqrt{a}]\cup[\sqrt{a},\sqrt{b}]$;

(2) 由 $a\leqslant -x\leqslant b$,得 $f(-x)$ 的定义域为 $-b\leqslant x\leqslant -a$.

解不等式组 $\begin{cases}a\leqslant x\leqslant b,\\ -b\leqslant x\leqslant -a,\end{cases}$

注意到 $b>-a$ 或$a>-b$.

$\because F(x)$的定义域为非空集合，$\therefore$当 $a\leqslant 0$

当 $a=0$ 时，$F(x)$的定义域为$\{x\mid x=0\}$；

当 $a<0$ 时，$F(x)$的定义域为$[a,-a]$.

(3)解不等式组$\begin{cases} a\leqslant x+c\leqslant b, \\ a\leqslant x-c\leqslant b, \end{cases}$

即$\begin{cases} a-c\leqslant x\leqslant b-c, \\ a+c\leqslant x\leqslant b+c. \end{cases}$

$\because c>0$,

$\therefore a+c>a-c, b+c>b-c$.

$\because g(x)$的定义域为非空集合，

$\therefore$有 $a+c\leqslant b-c$.

即 $0<c\leqslant\frac{1}{2}(b-a)$时，

$g(x)$的定义域为$[a+c,b-c]$.

发散思维 (1)求函数的定义域，首先要弄清自变量是什么，对复合函数，常需要先确定中间变量，并由中间变量的取值范围求出自变量的取值范围(定义域)，如本例(1)是由两个函数 $y=f(t)$和 $t=\varphi(x)=x^2$ 复合而成，t 是中间变量，由已知 $t\in[a,b]$，进而求出自变量 x 的取值范围(定义域). 一般的，对函数 $y=f(t)$，$[a,b]$是它的定义域，对 $t=\varphi(x)$，$[a,b]$是它的值域，由此而求得的 $\varphi(x)$的 x 的取值范围即为复合函数 $y=f[\varphi,(x)]$的定义域.

(2)定义域为非空集合，所以求本例(2)中，应满足 $a\leqslant 0$，同样(3)小题应满足 $0<c\leqslant\frac{1}{2}(b-a)$.

§1.4 函数的值域

1. 求下列函数的值域：

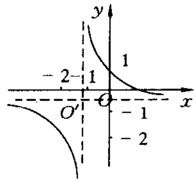
(1)$y=\dfrac{2-x}{2x+3}$；　　(2)$y=\dfrac{x^2+x}{x^2+x+1}$；

(3)$y=\dfrac{2x}{x^2+2}$；　　(4)$y=\dfrac{2}{2x+1}(0\leqslant x\leqslant 1)$

常规解答 (1) 解法一 (化假分式为真分式)

$$y=\frac{2-x}{2x+3}=\frac{-\left(x+\frac{3}{2}\right)+\frac{7}{2}}{2\left(x+\frac{3}{2}\right)}$$

$= -\dfrac{1}{2} + \dfrac{7}{4\left(x+\dfrac{3}{2}\right)}$.



$\because \dfrac{7}{4x+6} \neq 0$, $\therefore y \neq -\dfrac{1}{2}$.

解法二 （图像法）

$$\because y+\frac{1}{2}=\frac{\frac{7}{4}}{x+\frac{3}{2}},$$

它的图像是以 $O'\left(-\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$ 为对称中心的反比例函数图像（双曲线）第17题图.

由图可知，其值域为 $y \neq -\dfrac{1}{2}$.

解法三 （反函数法）

由 $y=\dfrac{2-x}{2x+3}$，求得 $x=\dfrac{2-3y}{2y+1}$，

$\therefore y \neq \dfrac{1}{2}$.

$\therefore$ 函数 $y=\dfrac{2-x}{2x+3}$ 的值域为 $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right) \cup \left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$.

(2) **解法一** （化假分式为真分式）

$\because y=\dfrac{x^2+x}{x^2+x+1}=1-\dfrac{1}{x^2+x+1}$,

而 $x^2+x+1=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4} \geqslant \dfrac{3}{4}$,

$\therefore y \leqslant -\dfrac{1}{3}$,

又 $\dfrac{1}{x^2+x+1}>0$, $\therefore y<1$.

$\therefore$ 函数的值域为 $\left[-\dfrac{1}{3},1\right)$.

解法二 （判别式法）

由 $y=\dfrac{x^2+x}{x^2+x+1}$,

得 $(y-1)x^2+(y-1)x+y=0$. ①

$\because x \in \mathbf{R}$,

$\therefore$ 当 $y \neq 1$ 时，$\Delta=(y-1)^2-4y(y-1) \geqslant 0$.

解得 $-\dfrac{1}{3} \leqslant y \leqslant 1$.