



21st CENTURY

实用规划教材

21世纪全国应用型本科

土木建筑系列 实用规划教材



工程力学

主 编	罗迎社	喻小明
副主编	李学罡	张为民
主 审	张淳源	



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

21 世纪全国应用型本科土木建筑系列实用规划教材

工 程 力 学

主 编	罗迎社	喻小明
副主编	李学罡	张为民
参 编	曾立星	王筱玲
	徐春艳	孟黎清
主 审	张淳源	



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书是 21 世纪全国应用型本科土木建筑系列实用规划教材,土木建筑类专业重要基础课教材之一,湖南省首批省级精品课程《工程力学》的教学用书。在编写过程中,注意吸取国内外同类教材的经验,在内容选取和阐述方法上做了必要的改革和调整,如静力学部分先空间后平面;材料力学部分将各种简单变形的内力分析集中讨论,在此基础上进而讨论应力问题等。全书概念清楚、内容精炼、语言流畅。

全书共 14 章,适用于 80 学时左右的教学安排,包括刚体静力学基础、力系简化理论、力系的平衡、刚体静力学专门问题、材料力学基本概念、杆件的内力分析、截面图形的几何性质、杆件的应力与强度计算、杆件的变形与刚度计算、应力状态分析与强度理论、组合变形、压杆稳定、动载荷、交变应力。书后附有型钢规格表、部分习题参考答案及参考文献。

本教材可作为普通高等学校理工科其他本科专业教学用书,也可供高职高专与成人高校师生及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/罗迎社,喻小明主编. —北京:北京大学出版社, 2006.8

(21 世纪全国应用型本科土木建筑系列实用规划教材)

ISBN 7-301-10902-4

I. 工… II. ①罗… ②喻… III. 工程力学—高等学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 081482 号

书 名: 工程力学

著作责任者: 罗迎社 喻小明 主编

策划编辑: 吴 迪 李昱涛

责任编辑: 吴 迪 刘 丽

标准书号: ISBN 7-301-10902-4/TU · 0043

出 版 者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> <http://www.pup6.com>

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667 出版部 62754962

电子邮箱: pup_6@163.com

印 刷 者: 北京宏伟双华印刷有限公司

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 19.75 印张 453 千字

2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 30.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024

电子邮箱: fd@pup.pku.edu.cn

21 世纪全国应用型本科土木建筑系列实用规划教材

专家编审委员会

主 任 彭少民

副主任 (按拼音顺序排名)

陈伯望 金康宁 李 忱 李 杰

罗迎社 彭 刚 许成祥 杨 勤

俞 晓 袁海庆 周先雁 张俊彦

委 员 (按拼音顺序排名)

邓寿昌 付晓灵 何放龙 何培玲

李晓目 李学罡 刘 杰 刘建军

刘文生 罗 章 石建军 许 明

严 兵 张泽平 张仲先

丛书总序

我国高等教育发展迅速，全日制高等学校每年招生人数至 2004 年已达到 420 万人，毛入学率 19%，步入国际公认的高等教育“大众化”阶段。面临这种大规模的扩招，教育事业的发展与改革坚持以人为本的两个主体：一是学生，一是教师。教学质量的提高是在这两个主体上的反映，教材则是两个主体的媒介，属于教学的载体。

教育部曾在第三次新建本科院校教学工作研讨会上指出：“一些高校办学定位不明，盲目追求上层次、上规格，导致人才培养规格盲目拔高，培养模式趋同。高校学生中‘升本热’、‘考研热’、‘考博热’持续升温，应试学习倾向仍然比较普遍，导致各层次人才培养目标难于全面实现，大学生知识结构不够合理，动手能力弱，实际工作能力不强。”而作为知识传承载体的教材，在高等教育的发展过程中起着至关重要的作用，但目前教材建设却远远滞后于应用型人才培养的步伐，许多应用型本科院校一直沿用偏重于研究型的教材，缺乏针对性强的实用教材。

近年来，我国房地产行业已经成为国民经济的支柱产业之一，随着本世纪我国城市化的大趋势，土木建筑行业对实用型人才的需求还将持续增加。为了满足相关应用型本科院校培养应用型人才的教学需求，从 2004 年 10 月北京大学出版社第六事业部就开始策划本套丛书，并派出 10 多位编辑分赴全国近 30 个省份调研了两百多所院校的课程改革与教材建设的情况。在此基础上，规划出了涵盖“大土建”六个专业——土木工程、工程管理、建筑学、城市规划、给排水、建筑环境与设备工程的基础课程及专业主干课程的系列教材。通过 2005 年 1 月份在湖南大学的组稿会和 2005 年 4 月份在三峡大学的审纲会，在来自全国各地几十所高校的知名专家、教授的共同努力下，不但成立了本丛书的编审委员会，还规划出了首批包括土木工程、工程管理及建筑环境与设备工程等专业方向的 40 多个选题，再经过各位主编老师和参编老师的艰苦努力，并在北京大学出版社各级领导的关心和第六事业部的各位编辑辛勤劳动下，首批教材终于 2006 年春季学期前夕陆续出版发行了。

在首批教材的编写出版过程中，得到了越来越多的来自全国各地相关兄弟院校的领导和专家的大力支持。于是，在顺利运作第一批土建教材的鼓舞下，北京大学出版社联合全国七十多家开设有土木建筑相关专业的高校，于 2005 年 11 月 26 日在长沙中南林学院召开了《21 世纪全国应用型本科土木建筑系列实用规划教材》（第二批）组稿会，规划了①建筑学专业；②城市规划专业；③建筑环境与设备工程专业；④给排水工程专业；⑤土木工程专业中的道路、桥梁、地下、岩土、矿山课群组近 60 个选题。至此，北京大学出版社规划的“大土木建筑系列教材”已经涵盖了“大土建”的 6 个专业，是近年来全国高等教育出版界唯一一套完全覆盖“大土建”六个专业方向的系列教材，并将于 2007 年全部出版发行。

我国高等学校土木建筑专业的教育，在国家教育部和建设部的指导下，经土木建筑专业指导委员会六年来的研讨，已经形成了宽口径“大土建”的专业发展模式，明确了土木建筑专业教育的培养目标、培养方案和毕业生基本规格，从宽口径的视角，要求毕业生能

从事土木工程的设计、施工与管理的工作。业务范围涉及房屋建筑、隧道与地下建筑、公路与城市道路、铁道工程与桥梁、矿山建筑等,并且制定一整套课程教学大纲。本系列教材就是根据最新的培养方案和课程教学大纲,由一批长期在教学第一线从事教学并有多年工程经验和丰富教学经验的教师担任主编,以定位“应用型人才培养”为目标而编撰,具有以下特点:

(1) 按照宽口径土木工程专业培养方案,注重提高学生综合素质和创新能力,注重加强学生专业基础知识和优化基本理论知识结构,不刻意追求理论研究型教材深度,内容取舍少而精,向培养土木工程师从事设计、施工与管理的应用方向拓展。

(2) 在理解土木工程相关学科的基础上,深入研究各课程之间的相互关系,各课程教材既要反映本学科发展水平,保证教材自身体系的完整性,又要尽量避免内容的重复。

(3) 培养学生,单靠专门的设计技巧训练和运用现成的方法,要取得专门实践的成功是不够的,因为这些方法随科学技术的发展经常在改变。为了了解并和这些迅速发展的方法同步,教材的编撰侧重培养学生透析理解教材中的基本理论、基本特性和性能,又同时熟悉现行设计方法的理论依据和工程背景,以不变应万变,这是本系列教材力图涵盖的两个方面。

(4) 我国颁发的现行有关土木工程类的规范及规程,系1999~2002年完成的修订,内容有一定的取舍和更新,反映了我国土木工程设计与施工技术的发展。作为应用型教材,为培养学生毕业后获得注册执业资格,在内容上涉及不少相关规范条文和算例。但并不是规范条文的释义。

(5) 当代土木工程设计,越来越多地使用计算机程序或采用通用性的商业软件,有些结构特殊要求,则由工程师自行编写程序。本系列的相关工程结构课程的教材中,在阐述真实结构、简化计算模型、数学表达式之间的关系的基础上,给出了设计方法的详细步骤,这些步骤均可容易地转换成工程结构的流程图,有助于培养学生编写计算机程序。

(6) 按照科学发展观,从可持续发展的观念,根据课程特点,反映学科现代新理论、新技术、新材料、新工艺,以社会发展和科技进步的新近成果充实、更新教材内容,尽最大可能在教材中增加了这方面的信息量。同时考虑开发音像、电子、网络等多媒体教学形式,以提高教学效果和效率。

衷心感谢本套系列教材的各位编著者,没有他们在教学第一线的教改和工程第一线的辛勤实践,要出版如此规模的系列实用教材是不可能的。同时感谢北京大学出版社为我们广大编著者提供了广阔的平台,为我们进一步提高本专业领域的教学质量和教学水平提供了很好的条件。

我们真诚希望使用本系列教材的教师和学生,不吝指正,随时给我们提出宝贵的意见,以期进一步对本系列教材进行修订、完善。

本系列教材配套的PPT电子教案以及习题答案在出版社相关网站上提供下载。

《21世纪全国应用型本科土木建筑系列实用规划教材》

专家编审委员会

2006年1月

前 言

作为土木建筑类专业重要的基础课程之一,工程力学与结构力学、钢筋混凝土结构等后续课程有着密切的联系。为了更好地适应土木建筑类专业的专业特点及 21 世纪高等教育改革对学生素质和创新能力培养的教学需要,在吸取国内外同类教材经验的基础上,本书在内容的选取和阐述方法上做了一些必要的调整,主要有如下特点:

(1) 优化了刚体静力学的内容体系。按照静力学基本概念、物体受力分析、力系简化理论、力系平衡理论展开内容,在叙述方法上从一般到特殊,先空间问题后平面问题。

(2) 改革了材料力学的内容体系。形成了以杆件的内力分析、应力与强度计算、变形与刚度计算、应力状态与应变状态分析、压杆稳定、动载荷*、交变应力*等为主线的新体系。

(3) 提高起点,精选课程内容。突出主干内容,降低对次要内容的要求,删除某些枝节内容,避免冗长的理论叙述;理论部分尽量采用矢量方法分析和描述,增加与工程实际相结合的例题和习题。全书的编写注重加强对基本概念和基本方法的论述,以及对学生处理工程实际问题、建立力学模型、研究创新能力的培养。

全书共分 14 章,适用于 80 学时左右的教学,其中理论教学约 70 学时,实验教学约 6 学时,机动约 4 学时。目录中标有星号的章节,是方便使用者根据学时的多少,对内容进行取舍和调整。书后附有型钢表、部分习题参考答案及参考文献。

参加编写工作的有:长沙理工大学喻小明(第 1 章、第 2 章、第 3 章、第 4 章)、李学罡(第 5 章、第 6 章、第 8 章正文部分),南昌工程学院王筱玲(第 7 章、第 8 章习题部分),湘潭大学张为民(第 9 章、第 10 章),南昌工程学院徐春艳(第 11 章),山西大学工程学院孟黎清(第 12 章、第 13 章),中南林业科技大学罗迎社(第 14 章、附录)。全书由罗迎社和喻小明统稿,湖南电气职业技术学院曾立星负责全书图形的审核与绘制工作,曾娜、余敏、王智超、殷水平、李倩妹、曹净等参与了书稿的收集和整理工作。

本教材是湖南省教育厅立项(湘教通[2004]344 号,2004—2006 年)的教改课题研究内容之一,湖南省首批省级精品课程《工程力学》的教学用书。全书由湘潭大学张淳源教授审稿并提出许多宝贵意见,在此致以衷心的感谢!在本书的编写过程中,参考了许多文献,这些文献已一并在书后列出,在此向这些文献的作者表示诚挚的感谢与敬意。

因时间仓促,加之编者水平有限,本书难免有疏漏之处,恳请各位同行和广大读者提出宝贵意见,以便进行修改完善。

编 者
2006 年 6 月

目 录

第 1 章 静力学基础.....1	第 3 章 力系的平衡.....36
1.1 静力学基本概念.....1	3.1 力系的平衡条件与平衡方程.....36
1.2 静力学公理.....2	3.1.1 空间力系的平衡条件 与平衡方程.....36
1.3 关于力的基本计算.....5	3.1.2 平面力系的平衡条件 与平衡方程.....37
1.3.1 力的投影 合力投影定理.....5	3.2 力系平衡问题的求解.....39
1.3.2 力的分解.....6	3.2.1 单个物体的平衡问题.....39
1.3.3 力矩.....7	3.2.2 物系平衡 静定问题与 超静定问题.....42
1.3.4 力偶与力偶的性质.....10	3.3 习题.....48
1.4 物体受力分析.....12	第 4 章 刚体静力学专门问题.....52
1.4.1 约束与约束反力.....12	4.1 平面桁架.....52
1.4.2 常见约束类型及其 约束反力.....12	4.1.1 理想桁架及其基本假设.....52
1.4.3 物体受力分析.....15	4.1.2 计算桁架内力的节点法 和截面法.....52
1.5 习题.....18	4.2 摩擦与考虑摩擦时的平衡问题.....55
第 2 章 力系简化理论.....22	4.2.1 摩擦现象.....55
2.1 汇交力系的简化.....22	4.2.2 滑动摩擦.....55
2.1.1 几何法.....22	4.2.3 摩擦角与自锁现象.....56
2.1.2 解析法.....23	4.2.4 滚动摩擦.....57
2.2 力偶系的简化.....23	4.2.5 考虑摩擦时的平衡问题.....58
2.3 任意力系的简化.....24	4.3 习题.....60
2.3.1 力线平移定理.....24	第 5 章 材料力学基本概念.....63
2.3.2 空间任意力系向任意 一点的简化.....24	5.1 材料力学的任务.....63
2.3.3 空间任意力系的简化结果.....26	5.2 材料力学的基本假设.....64
2.3.4 平面任意力系的简化及 简化结果.....27	5.3 外力、内力与截面法.....64
2.4 平行力系的简化重心.....29	5.3.1 外力.....64
2.4.1 平行力系的简化.....29	5.3.2 内力.....65
2.4.2 平行力系的中心.....30	5.3.3 截面法.....65
2.4.3 物体的重心.....31	5.4 应力与应变.....66
2.4.4 确定物体重心的方法.....32	5.4.1 应力.....66
2.5 习题.....34	

5.4.2 应变.....	67	8.5 圆轴扭转切应力 强度条件	119
5.4.3 简单的应力—应变关系.....	68	8.5.1 试验与假设	119
5.5 杆件变形的基本形式	69	8.5.2 横截面上的切应力	119
5.6 习题	70	8.5.3 圆轴扭转时的强度条件	121
第 6 章 杆件的内力分析.....	72	8.6 梁的弯曲正应力 正应力强度 条件.....	122
6.1 杆件的内力方程及内力图	72	8.6.1 弯曲的概念	122
6.1.1 杆件的内力分量.....	72	8.6.2 纯弯曲时梁横截面上的 正应力	122
6.1.2 杆件的内力方程与内力图.....	74	8.6.3 横力弯曲时梁横截面上的 正应力	126
6.2 平面刚架和曲杆的内力分析	79	8.6.4 梁的正应力强度条件	126
6.2.1 平面刚架的内力分析.....	79	8.7 梁的弯曲切应力 切应力强度 条件.....	128
6.2.2 平面曲杆的内力分析.....	80	8.7.1 矩形截面梁	129
6.2.3 用简易法作梁的 剪力图和弯矩图.....	81	8.7.2 工字形截面梁	130
6.3 习题	86	8.7.3 其他形状截面梁	131
第 7 章 截面图形的几何性质	90	8.7.4 切应力强度条件	132
7.1 静矩与形心	90	8.8 梁的合理强度设计	136
7.2 惯性矩 惯性积 极惯性矩	92	8.8.1 减小最大弯矩值	136
7.2.1 惯性矩和惯性积.....	92	8.8.2 合理选取截面形状	137
7.2.2 惯性半径.....	93	8.8.3 变截面梁	137
7.2.3 极惯性矩.....	93	8.9 弯曲中心的概念	138
7.3 平行移轴公式	95	8.9.1 开口薄壁截面梁的 弯曲切应力	138
7.4 转轴公式与主惯性轴	97	8.9.2 弯曲中心的概念	139
7.5 习题	100	8.10 习题	141
第 8 章 杆件的应力与强度计算.....	103	第 9 章 杆件的变形与刚度计算.....	147
8.1 拉压杆的应力	103	9.1 拉(压)杆的变形.....	147
8.1.1 横截面上的正应力.....	103	9.1.1 轴向变形	147
8.1.2 斜截面上的应力.....	104	9.1.2 横向变形	148
8.1.3 应力集中的概念.....	106	9.2 圆轴扭转变形及其刚度条件	151
8.2 材料拉压时的力学性能	107	9.2.1 圆轴扭转变形	151
8.2.1 材料拉伸时的力学性能.....	107	9.2.2 刚度条件	152
8.2.2 材料压缩时的力学性能.....	111	9.3 梁的弯曲变形及其刚度计算	154
8.3 许用应力、安全因数和强度条件	112	9.3.1 梁的挠度与转角	155
8.3.1 许用应力和安全因数.....	112	9.3.2 梁的挠曲线及其近似 微分方程	155
8.3.2 拉压杆的强度条件.....	113	9.3.3 用积分法求梁的位移	156
8.4 连接件的实用计算	115		
8.4.1 剪切的概念与实用计算.....	116		
8.4.2 挤压的概念与实用计算.....	116		

9.3.4 用叠加法求梁的 挠度和转角.....	160	10.6.4 最大拉应变理论	204
9.3.5 梁的刚度条件.....	165	10.6.5 最大切应力理论	205
9.3.6 提高弯曲刚度的措施.....	165	10.6.6 形状改变能密度理论	205
9.4 简单超静定问题	167	10.6.7 *莫尔强度理论	207
9.4.1 简单拉压超静定问题.....	167	10.6.8 相当应力	209
9.4.2 简单超静定梁.....	170	10.6.9 强度理论的应用	209
9.5 习题	174	10.7 习题	210
第 10 章 应力状态分析与强度理论	180	第 11 章 组合变形	214
10.1 应力状态的概念	180	11.1 概述	214
10.1.1 一点处的应力状态.....	180	11.2 斜弯曲	215
10.1.2 单元体的概念.....	180	11.2.1 斜弯曲的内力与应力	215
10.1.3 应力状态的分类.....	181	11.2.2 斜弯曲时的强度条件	216
10.2 二向应力状态下的应力分析	185	11.2.3 斜弯曲时的变形	217
10.2.1 二向应力状态下的应力 分析——解析法与图解法.....	185	11.3 拉伸或压缩与弯曲的组合	218
10.2.2 解析法求主应力、 主平面与切应力的极值.....	189	11.3.1 轴向力与横向力共同 作用的情况	218
10.3 莫尔圆(应力圆)的其他用途.....	192	11.3.2 偏心力引起的弯曲与 拉伸(压缩)的组合	220
10.3.1 求主惯性矩.....	192	11.3.3 截面核心	222
10.3.2 求主应变.....	193	11.4 弯曲与扭转的组合	223
10.4 三向应力状态简介	193	11.4.1 弯曲与扭转组合变形的 内力和应力	223
10.4.1 三向应力圆.....	193	11.4.2 弯曲与扭转组合 变形的强度条件	224
10.4.2 最大、最小正应力和 最大切应力.....	194	11.5 习题	226
10.5 复杂应力状态下的应力—应变 关系.....	195	第 12 章 压杆稳定	229
10.5.1 广义胡克定律.....	195	12.1 压杆稳定性的概念	229
10.5.2 体积应变.....	197	12.1.1 稳定性问题	229
10.5.3 复杂应力状态下的 应变能密度.....	199	12.1.2 稳定性概念	230
10.5.4 体积改变能密度与 形状改变能密度.....	200	12.2 细长杆临界力	231
10.5.5 各向同性材料弹性 常数间的关系.....	201	12.2.1 两端铰支细长压杆的 欧拉公式	231
10.6 常用的强度理论	202	12.2.2 其他支承形式下的临界力	232
10.6.1 构件失效的形式.....	202	12.3 临界应力与临界应力总图	235
10.6.2 强度理论的概念.....	203	12.3.1 临界应力	235
10.6.3 最大拉应力理论.....	203	12.3.2 欧拉公式的适用范围	235
		12.3.3 超过比例极限时的 临界应力经验公式	236

12.3.4 临界应力总图.....	237	14.2.2 交变应力的应力幅和 平均应力	253
12.4 压杆的稳定计算及合理设计	237	14.3 持久极限及其影响因素	254
12.4.1 压杆的稳定条件.....	237	14.4.1 构件外形的影响	255
12.4.2 提高压杆稳定性的措施.....	239	14.4.2 构件尺寸的影响	258
12.5 习题	240	14.4.3 构件表面质量的影响	258
第 13 章 动载荷*	242	14.4 对称循环下构件的疲劳 强度计算.....	260
13.1 载荷和动应力的概念	242	14.5 持久极限曲线	262
13.2 惯性力的问题	242	14.6 非对称循环下构件的 疲劳强度计算.....	263
13.2.1 等加速直线运动时构件 的应力计算.....	242	14.7 弯扭组合交变应力的强度计算	266
13.2.2 等角速度转动时构件 的应力计算.....	244	14.8 变幅交变应力	268
13.3 冲击载荷	246	14.9 提高构件疲劳强度的措施	269
13.4 提高杆件抗冲击载荷 能力的措施.....	248	14.9.1 减缓应力集中	270
13.5 习题	248	14.9.2 降低表面粗糙度值	270
第 14 章 交变应力*	251	14.9.3 增加表面强度	271
14.1 交变应力与疲劳失效的概念	251	14.10 习题	271
14.2 交变应力的循环特征、应力幅 和平均应力.....	253	附录 I 型钢规格表	276
14.2.1 交变应力的循环特征.....	253	附录 II 单位换算	289
		附录 III 习题参考答案	290
		参考文献	299

第1章 静力学基础

教学提示：本章介绍静力学最基本的内容，包括静力学基本概念与公理、静力学基本计算以及物体受力分析。静力学基本概念与公理是静力学的理论基础，静力学基本计算与物体受力分析是力学课程中非常重要的基本训练。

教学要求：本章让学生掌握力、刚体、平衡等概念与静力学公理，熟悉力的分解、力的投影与力矩的计算方法，掌握力偶与力偶的性质，熟悉各种常见约束的性质，掌握物体受力分析方法，能熟练地画出工程结构的受力图。

静力学是研究物体受力及平衡的一般规律的科学。

静力学理论是从生产实践中总结出来的，是对工程结构构件进行受力分析和计算的基础，在工程技术中有着广泛的应用。静力学主要研究以下3个问题：

- (1) 物体的受力分析。
- (2) 力系的等效替换与简化。
- (3) 力系的平衡条件及其应用。

1.1 静力学基本概念

1. 力与力系的概念

力是物体之间相互的机械作用。这种作用使物体的机械运动状态发生变化或使物体的形状发生改变，前者称为力的外效应或运动效应，后者称为力的内效应或变形效应。在静力学中只研究力的外效应。实践表明，力对物体的作用效果取决于力的三个要素：(1) 力的大小；(2) 力的方向；(3) 力的作用点。因此力是矢量，且为定位矢量，如图 1.1 所示，用有向线段 AB 表示一个力矢量，其中线段的长度表示力的大小，线段的方位和指向代表力的方向，线段的起点(或终点)表示力的作用点，线段所在的直线称为力的作用线。

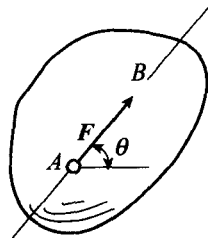


图 1.1

在静力学中，用黑斜体大写字母 F 表示力矢量，用白斜体大写字母 F 表示力的大小。在国际单位制中，力的单位是牛顿(N)或千牛(kN)。

力的作用点是物体相互作用位置的抽象化。实际上，两个物体接触处总占有一定的面积，力总是分布地作用在一定的面积上的，如果这个面积很小，则可将其抽象为一个点，即为力的作用点，这时的作用力称为集中力；反之，若两物体接触面积比较大，力分布地作用在接触面上，这时的作用力称为分布力。除面分布力外，还有作用在物体整体或某一长度上的体分布力或线分布力，分布力的大小用符号 q 表示，计算式如下

$$q = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

式中 ΔS 为分布力作用的范围(长度、面积或体积), ΔF 是作用于该部分范围内的分布力的合力, q 表示分布力作用的强度, 称为荷载集度。如果力的分布是均匀的, 称为均匀分布力, 简称均布力。

力系是指作用在物体上的一群力。若对于同一物体, 有两组不同力系对该物体的作用效果完全相同, 则这两组力系称为等效力系。一个力系用其等效力系来代替, 称为力系的等效替换。用一个最简单的力系等效替换一个复杂力系, 称为力系的简化。若某力系与一个力等效, 则此力称为该力系的合力, 而该力系的各力称为此力的分力。

2. 刚体的概念

所谓刚体, 是指在力的作用下不变形的物体, 即在力的作用下其内部任意两点的距离永远保持不变的物体。这是一种理想化的力学模型, 事实上, 在受力状态下不变形的物体是不存在的, 不过, 当物体的变形很小, 在所研究的问题中把它忽略不计, 并不会对问题的性质带来本质的影响时, 该物体就可近似看作刚体。刚体是在一定条件下研究物体受力和运动规律时的科学抽象, 这种抽象不仅使问题大大简化, 也能得出足够精确的结果, 因此, 静力学又称为刚体静力学。但是, 在需要研究力对物体的内部效应时, 这种理想化的刚体模型就不适用, 而应采用变形体模型, 并且变形体的平衡也是以刚体静力学为基础的, 只是还需补充变形几何条件与物理条件。

3. 平衡的概念

在工程中, 把物体相对于地面静止或作匀速直线运动的状态称为平衡。

根据牛顿第一定律, 物体如不受到力的作用则必然保持平衡。但客观世界中任何物体都不可避免地受到力的作用, 物体上作用的力系只要满足一定的条件, 即可使物体保持平衡, 这种条件称为力系的平衡条件。满足平衡条件的力系称为平衡力系。

1.2 静力学公理

为了讨论物体的受力分析, 研究力系的简化和平衡条件, 必须先掌握一些最基本的力学规律。这些规律是人们在生活和生产活动中长期积累的经验总结, 又经过实践反复检验, 被认为是符合客观实际的最普遍、最一般的规律、称为静力学公理。静力学公理概括了力的基本性质, 是建立静力学理论的基础。

公理 1 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力, 可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点, 合力的大小和方向, 由这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线确定, 如图 1.2(a)所示。或者说, 合力矢等于这两个力矢的几何和, 即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1.1)$$

亦可另作一力三角形来求两汇交力合力矢的大小和方向, 即依次将 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 首尾相接画出, 最后由第一个力的起点至第二个力的终点形成三角形的封闭边, 即为此二力的合力矢 $\mathbf{F}_R$, 如图 1.2(b)、图 1.2(c)所示, 称为力的三角形法则。

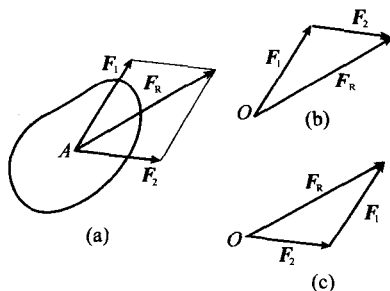


图 1.2

公理 2 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力, 使刚体处于平衡的充要条件是: 这两个力大小相等, 方向相反, 且作用在同一直线上, 如图 1.3 所示。该两力的关系可用如下矢量式表示

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

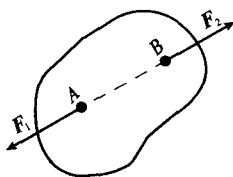


图 1.3

这一公理揭示了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件, 满足上述条件的两个力称为一对平衡力。需要说明的是, 对于刚体, 这个条件既必要又充分, 但对于变形体, 这个条件是不充分的。

只在两个力作用下而平衡的刚体称为二力构件或二力杆, 根据二力平衡条件, 二力杆两端所受两个力大小相等、方向相反, 作用线沿两个力的作用点的连线。如图 1.4 所示。

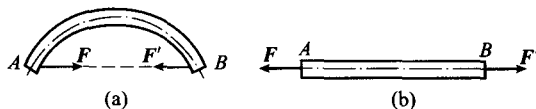


图 1.4

公理 3 加减平衡力系公理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系, 并不改变原力系对刚体的作用。

这一公理是研究力系等效替换与简化的重要依据。

根据上述公理可以导出如下两个重要推论:

推论 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力, 可以沿着它的作用线滑移到刚体内任意一点, 并不改变该力对刚体的作用效果。

证明: 设在刚体上点 A 作用有力 $\mathbf{F}$, 如图 1.5(a) 所示。根据加减平衡力系公理, 在该力的作用线上的任意点 B 加上平衡力 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$, 且使 $\mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}$, 如图 1.5(b) 所示, 由于 $\mathbf{F}$

与 F_1 组成平衡力, 可去除, 故只剩下力 F_2 , 如图 1.5(c) 所示, 即将原来的力 F 沿其作用线移到了点 B 。

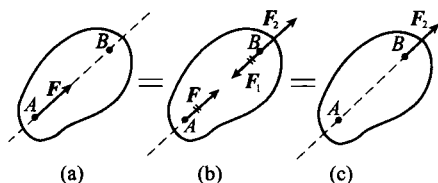


图 1.5

由此可见, 对刚体而言, 力的作用点不是决定力的作用效应的要素, 它已为作用线所代替。因此作用于刚体上的力的三要素是: 力的大小, 方向和作用线。

作用于刚体上的力可以沿着其作用线滑移, 这种矢量称为滑移矢量。

推论 2 三力平衡汇交定理

若刚体受三个力作用而平衡, 且其中两个力的作用线相交于一点, 则此三个力必共面且汇交于同一点。

证明: 刚体受三力 F_1 、 F_2 、 F_3 作用而平衡, 如图 1.6 所示。根据力的可传性, 将力 F_1 和 F_2 移到汇交点 O , 并合成为力 F_{12} , 则 F_3 应与 F_{12} 平衡。根据二力平衡条件, F_3 与 F_{12} 必等值、反向、共线, 所以 F_3 必通过 O 点, 且与 F_1 、 F_2 共面, 定理得证。

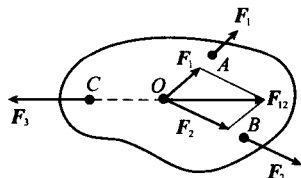


图 1.6

公理 4 作用与反作用定律

两个物体间的作用力与反作用力总是同时存在, 且大小相等, 方向相反, 沿着同一条直线, 分别作用在两个物体上。若用 F 表示作用力, F' 表示反作用力, 则

$$F = -F'$$

该公理表明, 作用力与反作用力总是成对出现, 但它们分别作用在两个物体上, 因此不能视作平衡力。

公理 5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡, 如果将此变形体刚化为刚体, 其平衡状态保持不变。

这一公理提供了把变形体抽象为刚体模型的条件。如柔性绳索在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡, 可将绳索刚化为刚体, 其平衡状态不会改变。而绳索在两个等值、反向、共线的压力作用下则不能平衡, 这时, 绳索不能刚化为刚体。但刚体在上述两种力系的作用下都是平衡的。

由此可见, 刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件, 而非充分条件。刚化原理建立了刚体与变形体平衡条件的联系, 提供了用刚体模型来研究变形体平衡的依据。在刚体静力学的基础上考虑变形体的特性, 可进一步研究变形体的平衡问题。这一公理也是研究物体系平衡问题的基础, 刚化原理在力学研究中具有非常重要的地位。

1.3 关于力的基本计算

1.3.1 力的投影 合力投影定理

1. 力在轴上的投影

如图 1.7(a)所示, 设有力 F 与 x 轴共面, 由力 F 的始端 A 点和末端 B 点分别向 x 轴作垂线, 垂足为 a 和 b , 则线段 ab 的长度冠以适当的正负号就表示力 F 在 x 轴上的投影, 记为 F_x 。如果从 a 到 b 的指向与 x 轴的正向一致, 则 F_x 为正值, 反之为负值。在数学上, 力在轴上的投影定义为力与该投影轴单位矢量的标量积。力在轴上的投影是力使物体沿该轴方向移动效应的度量。

设 x 轴的单位矢量为 e , 力 F 与 x 轴正向间的夹角为 α , 则力 F 在 x 轴上的投影为:

$$F_x = F \cdot e = F \cos \alpha \quad (1.2)$$

力在轴上的投影是代数量。当 $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ 时, F_x 为正值; 当 $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ 时, F_x 为负值, 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, F_x 为零。

如图 1.7(b)所示, 当 $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ 时, 可按下式计算 F_x :

$$F_x = F \cos \alpha = F \cos(180^\circ - \beta) = -F \cos \beta \quad (1.3)$$

2. 力在平面上的投影

如图 1.8 所示, 由力 F 的始端 A 点和末端 B 点分别向 xy 平面作垂线, 垂足为 a 和 b , 则矢量 $\overline{ab}$ 称为力 F 在 xy 平面上的投影, 记为 F_{xy} 。

F_{xy} 是矢量, 其大小为

$$F_{xy} = F \cos \alpha \quad (1.4)$$

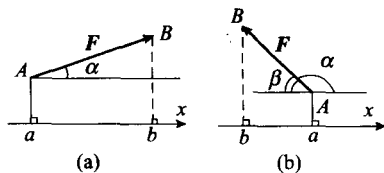


图 1.7

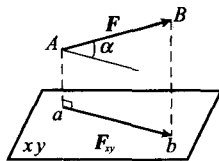


图 1.8

3. 力在直角坐标轴上的投影

将力向直角坐标系 $Oxyz$ 的三坐标轴上投影的方法有直接投影法和二次投影法。设 x 轴、 y 轴、 z 轴的单位矢量分别为 i 、 j 、 k , $\alpha \in [0, 180^\circ]$ 、 $\beta \in [0, 180^\circ]$ 、 $\gamma \in [0, 180^\circ]$ 分别为力 F 与三轴正向的夹角, 如图 1.9(a)所示, 采用直接投影法得到力 F 在各轴上的投影为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cdot i = F \cos \alpha \\ F_y &= F \cdot j = F \cos \beta \\ F_z &= F \cdot k = F \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

二次投影法则首先将力 F 向 z 轴与 xy 平面上投影, 得到 F_z 与投影矢量 F_{xy} , 其次再将 F_{xy} 向 x 轴、 y 轴上投影, 如图 1.9(b)所示, 有

$$\left. \begin{aligned} F_z &= F \cos \gamma \\ F_{xy} &= F \sin \gamma \\ F_x &= F_{xy} \cos \varphi = F \sin \gamma \cos \varphi \\ F_y &= F_{xy} \sin \varphi = F \sin \gamma \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

式中 $\gamma \in [0, 180^\circ]$ 为 F 与 z 轴正向的夹角, $\varphi \in [0, 180^\circ]$ 为 F_{xy} 与 x 轴正向的夹角。

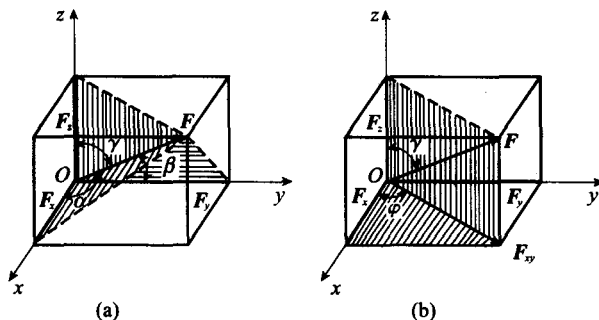


图 1.9

4. 合力投影定理

若作用于一点的 n 个力 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 的合力为 F_R , 则: 合力在某轴上的投影, 等于各分力在同一轴上投影的代数和, 这就是合力投影定理。在直角坐标系中, 有

$$F_{Rx} = \sum F_{ix}, \quad F_{Ry} = \sum F_{iy}, \quad F_{Rz} = \sum F_{iz} \quad (1.7)$$

1.3.2 力的分解

力的分解遵循力的平行四边形法则。如图 1.10(a)所示, 将力 F 向任意两轴方向分解, 即以力 F 为对角线, 以两轴为两相邻边作一平行四边形, 得到力 F_1, F_2 就是力 F 的两个分力。图 1.10(b)所示为将力 F 向直角坐标系的两轴方向的分解。力 F 与两分力 F_1, F_2 的关系表示如下

$$F = F_1 + F_2 \quad (1.8)$$

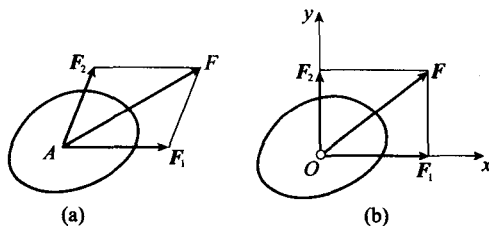


图 1.10

在空间情形下, 常采用直接分解法与二次分解法将力沿直角坐标方向进行分解。直接分解法就是将力 F 直接向 3 个直角坐标轴方向分解得到分力 F_1, F_2, F_3 , 如图 1.11(a)所示, 用矢量式表示如下

$$F = F_1 + F_2 + F_3 \quad (1.9)$$

显然, 各分力的大小为: $F_1 = F \cos \alpha$, $F_2 = F \cos \beta$, $F_3 = F \cos \gamma$ 。

二次分解法首先沿 z 轴与力 F 作一平面, 然后将 F 沿 z 轴方向和该平面与 xy 平面的交