

S H U L I U G U A N G X U E

束流光学

Beam Optics

■ 刘祖平 编著

中国科学技术大学出版社

束流光学

刘祖平 编著

中国科学技术大学出版社

2005·合肥

内 容 简 介

束流光学的主要研究对象是带电粒子束流的形态及其在电磁场中的运动规律,其侧重点不在于粒子能量的变化,而在于约束粒子的轨迹,使束流在传输中偏转、会聚、发散、成像、成形、实现相空间匹配或满足其他要求。本书分为电子光学和束流传输理论两个部分,分别针对电子束器件中的低能电子束和加速器系统中的其他带电粒子束,讲述其运动规律、数学描述手段、主要元器件、组合系统设计计算方法和误差分析方法。

图书在版编目(CIP)数据

束流光学/刘祖平编著. —合肥:中国科学技术大学出版社,
2005. 10

ISBN 7-312-01189-6

I. 束… II. 刘… III. 束流光学 IV. TL501

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 102153 号

中国科学技术大学出版社出版发行

(安徽省合肥市金寨路 96 号,230026)

中国科学技术大学印刷厂印刷

全国新华书店经销

开本: 850×1168/32 印张: 12.625 字数: 340 千

2005 年 10 月第 1 版 2005 年 10 月第 1 次印刷

印数: 1—3000 册

ISBN 7-312-01189-6/O · 234 定价: 20.00 元

目 次

绪 论	(1)
0.1 束流光学的研究对象	(1)
0.2 束流横向运动的一些基本概念	(3)
0.3 电子光学与束流传输理论各自的特点	(8)
0.4 束流光学与几何光学的相似性	(9)
0.5 课程内容简介	(16)

上篇 电 子 光 学

第 1 章 电子在轴对称场中的运动	(21)
1.1 轴对称电场和磁场	(21)
1.2 电子在轴对称电场中的运动·高斯轨迹方程	(28)
1.3 电子在轴对称电磁场中的运动·布许定理	(33)
1.4 横向运动线性方程的解的矩阵形式	(39)
1.5 传输矩阵与相空间、发射度和包络·刘维尔定理	(47)
第 2 章 电子透镜	(61)
2.1 电子透镜概述	(61)
2.2 电子透镜的主要参量和传输矩阵、场分布	(64)
2.3 常用静电透镜简介	(76)
2.4 常用磁透镜简介	(96)
2.5 电子透镜应用举例	(112)
第 3 章 有关像差的基本概念	(118)
3.1 像差概述	(118)
3.2 几何像差	(119)

3.3 色差和其他像差	(137)
第4章 非轴对称电子光学器件	(144)
4.1 偏转系统	(144)
4.2 四极透镜	(154)
4.3 静电柱面透镜	(165)
第5章 宽束和强流电子光学简介	(169)
5.1 宽电子束及其聚焦成像	(169)
5.2 强流中的空间电荷效应	(179)
5.3 强流电子束的成形和维持	(194)
第6章 场与轨迹方程的数值解	(203)
6.1 差分法计算场分布	(204)
6.2 有限元法计算场分布	(217)
6.3 实验、测量法确定场分布	(223)
6.4 电子运动轨迹的计算	(231)

下篇 束流传输理论

第7章 束流传输理论的主要问题	(241)
7.1 概述	(241)
7.2 曲轴正交坐标系及磁场、轨迹方程表达式	(244)
7.3 多维相空间和传输矩阵	(256)
第8章 束流传输元器件和对应的传输矩阵	(269)
8.1 概述及标准运动方程的解	(269)
8.2 四极透镜和其他有恒定横向磁场的直线型元件 ...	(275)
8.3 弯转磁铁及其边缘场	(295)
8.4 色散函数和包络函数	(312)
第9章 组合系统设计	(330)
9.1 概述	(330)
9.2 消色散系统及其他与纵向运动有关的组合系统 ...	(342)

9.3 发射度匹配和组合系统设计计算	(361)
第 10 章 误差与非理想场	(374)
10.1 概述.....	(374)
10.2 线性误差和非理想场.....	(381)
10.3 非线性效应.....	(391)

绪 论

0.1 束流光学的研究对象

束流光学(Beam Optics)是研究带电粒子流在电磁场中的运动的理论.

“束流”在本书中指带电粒子流,它是物质的一种特殊形态.一般地说,粒子组成束流,意味着大量粒子在进行基本上整体有序的运动,其与做热运动的粒子群的区别,恰似整齐行进中的军队与市场上的人群的区别.

束流在现代科学技术中应用广泛,遍及基础科学研究的各个分支、工农业生产、医学、国防和人们的日常生活.例如:

(1) 粒子加速器,原发粒子流和次级粒子流的收集、传输、加速;

(2) 电子束器件,如显像管、摄像管、示波管等;

(3) 科学仪器,如电子显微镜、质谱仪、能谱仪、电子探针、离子探针等;

(4) 微波电真空器件,如行波管、速调管、磁控管等;

(5) 其他电子束与光的转换,如 X 光管、光电管、夜视管、“条纹相机”、切伦柯夫效应、隧道效应等;

(6) 重大新技术,如受控热核反应、自由电子激光、等离子体波、各种新加速原理等;

(7) 束流加工(处理)技术,如电子束打孔、焊接,离子注入、刻蚀,集成电路生产,塑料变性处理,金属表面处理,种子、食品、材料的辐照等;

- (8) 无损探伤手段,用于工业探伤、危禁品检查等;
- (9) 癌症治疗和其他医学诊断、治疗;
- (10) 放射性核素生产,核燃料生产;
- (11) 粒子束武器,等等.

以上各种束流应用的机理有同有异,在此不容详述.

束流作为物质运动形态的特殊性,还在于它一般是“人造”的,是“不等待大自然恩赐,而向大自然索取”的好范例,所谓巧夺天工.它是人类在物质结构的深层(或曰微观世界)认识自然、改造自然的重要武器,近代科学的进步、人民福祉的提高皆与束流密不可分.束流的重要性由以下几例可见端倪:从19世纪末伦琴射线石破天惊般地打开了原子内层结构的帷幕开始,粒子流的“轰击”一次次地向我们展示了大自然最深处的奥秘;人们至今津津乐道于第二次世界大战中雷达技术扮演的重要角色,说明粒子流加速器及有关技术已不仅是国家综合国力的象征,也是国防能力的有效成分;电视、集成电路、计算机显示器和各种不断问世的与束流有关的技术产品,正日益成为当代人生活不可一日或缺的伴侣.

束流物理学是近代物理学的一个分支,它研究束流的形态和运动规律,束流与电磁波(包括光)的相互作用和能量转换,束流与物质的相互作用,束流内部粒子之间及与/通过环境(所产生的电磁场)的相互作用,束流转换成其他束流或中性粒子流的过程,等等.束流物理学作为独立学科形成仅四五十年,得名的时间更短,其中关于束流运动的部分称“束流动力学”或“粒子动力学”.

束流光学是束流动力学(也是束流物理学)最基本的组成部分,其任务主要是研究如何利用能产生某种电场和/或磁场的器件控制束流的运动,使之按使用者的要求传输.一般而言,其侧重点不在于粒子能量的变化(称为纵向运动),而在于约束粒子的轨迹(称为横向运动),使束流偏转、会聚、发散、成形、成像或满足其他要求.

束流光学称为“光学”是历史形成的,其原因主要是人们对束

流运动的要求与设计光学系统时对光束的要求相似。“电磁透镜”、“色散”等名词的来源也在于此。后面将专门谈及束流运动规律与光的传播规律的相似性。

束流光学的基础是经典理论力学、电动力学和狭义相对论,常用的数学工具包括微积分、微分方程求解、线性代数方法(在线性近似下描述粒子运动和状态的分布)、复变函数论和数学物理方程(描述场)。

“束流光学”课程对粒子加速器专业的学生非常重要,对其他用到束流物理学基本知识的学生也十分有益。其目的是使学生能够从事与束流有关的学科的教学、科研、设计、生产、运行等工作,为学生在这些领域中运用和发展束流动力学理论打下良好的基础。

本课程讲课的重点是基本概念,而非知识罗列;是物理图像,而非数学推导;是一般规律,而非具体的元器件。重在理解和运用,欢迎问题和讨论。

本书分为“电子光学”和“束流传输理论”两部分,两者之间的关系将在后面介绍。主要参考书是东南大学赵国骏主编的《电子光学》和中国科学院高能物理研究所魏开煜著的《带电束流传输理论》,撰写过程中还参考了中国科学技术大学王馥华编写的《束流光学》讲义;相当一部分论点来自作者本人多年从事加速器物理工作的心得。

0.2 束流横向运动的一些基本概念

束流运动是一群状态大体相同(或曰十分相似)的粒子的运动。

单个粒子的状态用3维实空间的3个位置坐标和动量的3个分量表示,共6个自由度,其“状态”与6维“相空间”中的一个点对应。其运动方程是状态随时间 t 的变化关系,基本方程就是洛伦兹

公式和位置、动量关系(1个向量方程相当于3个方程;本书中,用黑体字母代表向量,否则为代表其大小的标量):

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = q\mathbf{e}(\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{P} = m\mathbf{v} = m \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

本书采用国际(实用工程)单位制. 上述方程中, $\mathbf{P}$ 为动量, $\mathbf{v}$ 为粒子速度, $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 分别是电场强度、磁场强度, e 为单位电荷, m 是粒子质量, q 是粒子的电荷数. 以上方程应能求解, 故粒子在电磁场中的运动可解, 其在任一时刻的状态由电磁场分布和初始状态唯一确定. (由此可见, 束流动力学的基础是经典理论力学, 而非量子力学.)

称具有“理想”初始状态的粒子为理想粒子, 它处于理想的位置, 有理想的动量, 故从此走在理想的轨道上……理想粒子的运动规律是简单易知的. 如果“不太理想”(也“不太不理想”)呢? 注意, 作为束流家庭中一员的“任意”粒子, 其不理想程度应是有限的或足够小的.

束流物理学的第一基本问题是: 与理想粒子稍有差异的粒子如何运动? 其运动是否受到足够的约束, 或是否稳定?

坐标系是观察、描述粒子运动的表演的“舞台框架”, 坐标变量及其变化率的大小是不理想程度的定量表述.

本书中, z 轴总是(尽可能地)指向理想粒子或标准粒子的前进方向, 此方向又称为纵向. 组成束流的所有粒子的动量应基本在纵向上, 即 $P_z \approx P$, $v_z \approx v$ 或 $\frac{dz}{dt} \approx \beta c$, 否则粒子将分道扬镳, 不成其为束流. 粒子的纵向不理想程度是前进方向位置差(或时间差, 有场随时间变化时则常用相位差)与动量差(或能量差、速度差), 其变化谓之纵向运动.

总动量的相对偏差 $\delta = \frac{\Delta P}{P_0} = \frac{P - P_0}{P_0}$ (其中, P_0 是理想粒子的

动量),常用以标志纵向动量差.粒子与理想粒子的纵向位置差本书中标为 z_d ,它一般不重要.

与 z 轴正交的方向称为横向.当场呈轴对称时,多用 $z-r-\phi$ 柱坐标系;否则,多用 $z-x-y$ 直角坐标系或“曲线正交坐标系”,本书中用 u 代表 x 或 y .理想粒子的横向坐标值一般可视为0.故粒子的横向坐标及其变化率标志了它的横向不理想程度或不标准程度,其变化谓之横向运动.两种横向坐标多相互正交,两个横向的运动常相互独立.

运动方程中消去 t ,以 z 为自变量,横向坐标为变量,方程就变成横向运动方程或轨迹方程,其解即为轨迹.此方程中,常用“ $'$ ”代替 $\frac{d}{dz}$;有关参量都应是 z 的函数,包括场和粒子的总能量,或者总动量的大小 P .如不计束流电荷相互作用等耗散场, E 是保守场, B 不做功,则 P 只决定于初始能量和空间位置(电位).

横向运动方程是束流光学研究的重点.其中变量可以是(描述单个粒子):

在柱坐标系中, r 是径向位置, $r' = \frac{P_r}{P_z}$ 是 r 随 z 的变化率,也可称为径向轨迹斜率或运动方向(偏向外或偏向内),它等于轨迹与 z 轴的夹角(的正切); ϕ 是角向位置, $\phi' = \frac{P_\phi}{rP_z}$ 是旋转角度随 z 的变化率.

在直角坐标系中,一般 x 指水平偏移, y 指垂直偏移; $u' = \frac{P_u}{P_z}$ 是位移沿前进方向的变化率,其数值也是粒子轨迹与 z 轴的夹角(的正切),标志轨迹的斜率或粒子的运动方向(向左或向右、向上或向下).

所有横向坐标对 z 的二阶导数则是运动方向或旋转速率随 z 的变化趋势.

运动方程(洛伦兹公式与动量、速度关系联立)是坐标变量的

二阶微分方程,揭示这些二阶导数与外加场的关系.方程必有无穷多个解,初始状态与之结合便得定解.

6 维相空间中的一点对应于一个状态.通过一段距离或若干元件对应于状态的一个单值变换,6 维相空间可以分解成(或称为“投影”到)较低维数的“子相空间”,例如只有横向变量的横向相空间.子相空间可是 4 维、3 维或 2 维的,也可是 2 维 $x-y$ 实空间.如忽略场与“理想场”的不同和电荷相互作用等因素,理想粒子总是与原点对应,故原点总还是变换为原点.相空间的概念和物理图像是本课程的重点之一.

本书中的相空间有两种定义.其一作者称之为“物理相空间”,坐标是位移和动量,如 x, P_x, y, P_y , 其中, P_u 常用 m_0c 为单位(m_0 是粒子的静止质量, c 是光速).其二称为“几何相空间”,坐标是轨迹的几何参量,即位移和轨迹斜率,如 x, x', y, y' , 其中, u 和 u' 的单位一般分别用 mm 和 mrad.

两个横向之间或横向与纵向之间的关联称为耦合.一定条件下运动可以是无耦合的,表现为方程可完全分离变量,此时不同方向的变量彼此无关.

横向与纵向间有耦合发生时,可能使纵向动量 P_z 因横向位置不同而不同;也可能因能量(可看作相对动量 δ)不同而使横向轨迹有异,或曰散开,即所谓“色散”,得名于光子能量与颜色的关系和异色光通过媒质时有色散现象.束流传输一般有色散.

束流是一群粒子,在相空间中对应于许多点的集合.研究其中心(质心),可得中心轨迹或平均轨迹.更重要的是此集合的集体性质,如相空间中的分布范围、边界、密度和体积.有关物理量有:横向尺寸(u 的分布,最大尺寸又名包络)、包络的变化趋势、发散角(u' 的分布)、发射度(指相空间中的体积或面积,综合了 u 和 u' 的分布)、边界曲面、密度分布等.这些量描述了粒子群作为一个集体的横向不理想程度.

纵向的相应量则有:中心动量、动量分散(能散)、束团长度、纵

向密度分布等。

本课程要用到若干束流物理的常用假设,列举如下:

(1) 小量假设. 认为不理想程度的标志如 u, u' 和 δ 是小量, 其高次幂可忽略。

(2) 单粒子假设. 认为粒子相互间、束流与环境间的作用远小于外加场的作用, 予以忽略. 粒子的行为如同它是单个粒子、束流中其他粒子不存在一般。

(3) 理想场假设. 忽略外加场的“缺陷”, 将电磁场作利于数学处理的简化. 例如, 轴对称假设和区间常数假设. 后者设场的参量在元件的有效区间内为常数, 而在其边界上跃变。

有时某常被忽略的因素不可忽略, 则借助下述假设处理之:

(4) 微扰假设. 将该因素视为小量, 求原得之解在其“微扰”下的不太大的、与该因素大致成比例(线性)的变化。

(5) 冲量假设. 将该因素视为短时间或短距离内起作用的“冲量”, 能改变粒子的动量使之跃变而不改变其位置, 故轨迹有折转, 但保持连续。

这些假设如皆成立, 运动方程一般只包含变量(及其一阶、二阶导数)的一次项, 故为线性方程; 不同变量的方程常可以分离, 即为无耦合的单变量方程; 方程的常数项为 0 (对于理想场、单粒子, 各变量恒为 0 是对应于理想粒子的解), 即为齐次方程. 这种单变量的齐次线性二阶微分方程可称为粒子运动的基本方程。

深入的分析常引入与此相异的情形: 高阶项的影响产生非线性效应, 又叫“像差”或“畸变”; 场不尽理想时常数项不为 0, 对应于中心轨迹畸变; 存在耦合时不同变量相关; 束流较强时, 其他粒子的存在不可忽略, 其作用称为“空间电荷效应”……皆为学人深入研究的课题, 也是束流光学的“前沿”所在, 本课程仅做简介. 重点是粒子轨迹的基本方程。

本节概括了本课程的主要基本概念, 下文还要详述。

0.3 电子光学与束流传输理论各自的特点

本课程分为电子光学与束流传输理论两个部分,其特点分列于下:

电子光学——

- (1) 历史上首先形成学科.
- (2) 基本上只针对电子(修改后其原则亦可用于其他粒子).
- (3) 主要处理低能束流.
- (4) 侧重束流的聚焦、成像、成形.
- (5) 电子一般也被加速,其动量不是常数.
- (6) 多用纵向聚焦元件(电磁场主方向在 z 向),如电子透镜,场呈轴对称.
- (7) 不同元件的场常互相渗透,故“不可分离”.
- (8) 主要用柱坐标系.
- (9) 相对论效应多不明显,常用非相对论性公式,必要时再修正.
- (10) 是低能电子束器件原理的基础.

束流传输理论——

- (1) 逐渐从加速器物理中分离出来,与束流物理其他分支关系更密切.
- (2) 面向所有带电粒子.
- (3) 处理各种能量的束流,本课程以中高能为主.
- (4) 满足束流传输中的各种要求:控制束截面大小、消除或产生色散、相空间匹配等.
- (5) 粒子能量一般不变,其动量是常数.
- (6) 多用横向聚焦元件(电磁场与 z 轴垂直),如四极透镜,非轴对称场为主.
- (7) 元件常可分段处理.

(8) 基本用直角坐标系或曲线正交坐标系.

(9) 相对论性程度相差很大,往往不可忽略.用相对论性公式,不必要时自然简化.

(10) 是各种加速器、束流加工设备,尤其复杂系统设计和运行的重要依据之一.

两者的共性首先在于所关注的主要是粒子的横向运动,它们的轨迹和束流的横截面(包络).显然二者不能断然分开,与束流动力学的其他分支亦易互相重叠.

本课程的原则是:基本不谈加速过程及加速原理;少谈纵向运动,不谈纵向振荡(以区别于“加速器原理”课程).认为粒子运动是“一去不复返”的,而非“周而复始”的,粒子“记得过去”、“看不到未来”;重视初始条件;不重视横向振荡,不谈“闭合解”与稳定性(以区别于“储存环物理”课程).

0.4 束流光学与几何光学的相似性

今天的人们熟知粒子束和光波皆具有波粒二象性,此标题已非惊人之语.

之所以只提几何光学,是因为带电粒子的德布罗意波长一般很短,不易发生衍射、干涉等波动光学现象.顺便在此说明:

粒子的德布罗意波长

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{\beta \gamma m_0 c}$$

其中,电子的康普顿波长 $\frac{h}{m_0 c} \approx 0.0024 \text{ nm}$,低能时 $\beta \approx 0.002 \sqrt{V}$

(单位用 V), $\gamma \approx 1$,故低能电子束的波长 $\lambda \approx \frac{1.225}{\sqrt{V}} \text{ nm}$,一般小于

0.1 nm.

束流光学与几何光学的相似性的经典表述方式(哈密顿,1834

年)如下:

几何光学的基石是费马原理(17世纪):光线在两点间传播,必取传播时间为极值之路径.用变分法表述(δ 为变分符号),则为

$$\delta \int dt = 0$$

或

$$\delta \int n ds = 0$$

上式中,积分是从起点沿任选路径到终点,对不同路径变分; n 是媒质的光学折射率, s 沿路径方向.后一式来自 $\frac{ds}{dt} = v = \frac{c}{n}$,在变分号下,常数因子或加一常数项皆无影响.

几何光学的基本规律,如同一媒质中无阻碍时光的直线传播、反射定律、折射定律等,皆可视为其推论.读者不难一试.

粒子运动遵循质点动力学,其基石可选用“最小作用量原理”(欧拉等,18世纪):质点在两点间运动,必取作用量最小之路径.作用量是拉格朗日变量 L 的积分,即

$$\delta \int L dt = 0$$

或

$$\delta \int \frac{L}{v} ds = 0$$

两式在形式上完全相似.而参量 $\frac{L}{v}$ 就可名为粒子运动的等效折射率.

一番推导后,可得在静电场、磁场作用下,无论考虑相对论性与否,都有

$$L = mv^2 + qe(\mathbf{A} \cdot \mathbf{v})$$

式中, $\mathbf{A}$ 是磁场的向量势.而等效折射率

$$\frac{L}{v} = P + qeA_s$$

其中, $A_s = \mathbf{A} \cdot \frac{d\mathbf{s}}{ds}$ 是 $\mathbf{A}$ 在路径前进方向 s 上的投影.

推导要点 设法将满足式 $\delta \int L dt = 0$ 的拉氏变量 L 写成由位置变量 x 等以及速度变量 $\dot{x}$ 等 ($\dot{x} = v_x = \frac{dx}{dt}$) 表达的函数, 则该变

分方程可等效于欧拉方程 $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = \frac{\partial L}{\partial x}$ 等, 共 3 个方程. 此处, 偏微分时将 x 等和 $\dot{x}$ 等看作彼此无关的独立变量.

用两个算子分别对位置变量(对 $\dot{x}$ 等无作用)和速度变量(无视 x 等)起作用:

$$\nabla = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\dot{\nabla} = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial \dot{x}} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial \dot{y}} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial \dot{z}}$$

式中, $\mathbf{e}_x$ 等是实空间坐标系的单位向量. 则欧拉方程可写作 $\frac{d(\dot{\nabla} L)}{dt} = \nabla L$, 仍是 3 个方程.

把前面的 L 表示式代入(该式当然是反过来推导的), 就回到了洛伦兹公式.

推导的关键之一是量 L 中有关能量的项应能分开写成“与动能 E_k 有关的量—势能 E_p (+常数 const.)”的形式, 从而使动能与势能分别成为两个算子互不相干的作用对象.

势能 $E_p = qeV$, 其中 V 是空间电位, 仅依赖于位置.

动能 $E_k = m_0 c^2 (\gamma - 1)$, 非相对论时近似为 $\frac{1}{2} m_0 v^2$.

洛伦兹公式描述的体系只有保守场, 总能量即动能与势能之和是常数.

以较复杂的相对论性情况为例(读者不妨试以非相对论性证之):