

# 信号与系统

曹才开 宋树祥 梅志红 卢艳红 编著



清华大学出版社

高等学校应用型通信技术系列教材

# 信号与系统

曹才开 宋树祥 梅志红 卢艳红 编著

清华大学出版社

北京

## 内 容 简 介

全书共分 7 章, 内容包括: 信号与系统的基本概念、连续系统的时域分析、连续系统的频域分析、连续系统的复频域分析、离散系统的时域分析、离散系统的 Z 域分析和系统模拟与硬件实现。在前 6 章中, 每章的重点内容均用 MATLAB 软件实现, 共有 20 个例子, 每个例子均有 MATLAB 源程序和输出结果(波形、数据等)。这些例子均可以作为本课程的实训项目。

本书突出基本内容和概念, 突出工程应用, “软”、“硬”结合实现对信号的处理和系统分析。

本书可作为应用性本科、高职高专电气类、电子类、电工类、通信类、计算机类各专业的教材, 也可供电大、函大、成人自考等有关专业选用, 还可供广大工程技术人员参考。

版权所有, 翻印必究。举报电话: 010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签, 无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术, 用户可通过在图案表面涂抹清水, 图案消失, 水干后图案复现; 或将表面膜揭下, 放在白纸上用彩笔涂抹, 图案在白纸上再现的方法识别真伪。

### 图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/曹才开等编著. —北京: 清华大学出版社, 2006. 8

(高等学校应用型通信技术系列教材)

ISBN 7-302-13201-1

I. 信… II. 曹… III. 信号系统—高等学校—教材 IV. TN911. 6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 062706 号

出版者: 清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机: 010-62770175

地 址: 北京清华大学学研大厦

邮 编: 100084

客户服务: 010-62776969

责任编辑: 刘 青

印 装 者: 王河市春园印刷有限公司

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×260 印 张: 22 字 数: 506 千字

版 次: 2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-13201-1/TN·332

印 数: 1~4000

定 价: 26.00 元

# Publication Elucidation

# 出版说

明

随着我国国民经济的持续增长,信息化的全面推进,通信产业实现了跨越式发展。在未来几年内,通信技术的创新将为通信产业的良性、可持续发展注入新的活力。市场、业务、技术等的持续拉动,法制建设的不断深化,这些也都为通信产业创造了良好的发展环境。

通信产业的持续快速发展,有力地推动了我国信息化水平的不断提高和信息技术的广泛应用,同时刺激了市场需求和人才需求。通信业务量的持续增长和新业务的开通,通信网络融合及下一代网络的应用,新型通信终端设备的市场开发与应用等,对生产制造、技术支持和营销服务等岗位的应用型高技能人才在新技术适应能力上也提出了新的要求。为了培养适应现代通信技术发展的应用型、技术型高级专业人才,高等学校通信技术专业的教学改革和教材建设就显得尤为重要。为此,清华大学出版社组织了国内近 20 所优秀的高职高专院校,在认真分析、讨论国内通信技术的发展现状,从业人员应具备的行业知识体系与实践能力,以及对通信技术人才教育教学的要求等前提下,成立了系列教材编审委员会,研究和规划通信技术系列教材的出版。编审委员会根据教育部最新文件政策,以充分体现应用型人才培养目标为原则,对教材体系进行规划,同时对系列教材选题进行评审,并推荐各院校办学特色鲜明、内容质量优秀的教材选题。本系列教材涵盖了专业基础课、专业课,同时加强实训、实验环节,对部分重点课程将加强教学资源建设,以更贴近教学实际,更好地服务于院校教学。

教材的建设是一项艰巨、复杂的任务,出版高质量的教材一直是我们的宗旨。随着通信技术的不断进步和更新,教学改革的不断深入,新的课程和新的模式也将不断涌现,我们将密切关注技术和教学的发展,及时对教材体系进行完善和补充,吸纳优秀和特色教材,以满足教学需要。欢迎专家、教师对我们的教材出版提出宝贵意见,并积极参加教材的建设。

清华大学出版社

2006 年 6 月

# PREFACE

前言

随着电子信息技术的发展，“信号与系统”在技术基础中所处的位置越来越重要，它不仅是电子信息类专业的一门主干课程，而且是其他工程类专业的必修课程。可以说，“信号与系统”是 21 世纪进入电子信息时代的奠基石，是打开电子信息科学的一把钥匙。因此，在高职高专教育中开设“信号与系统”课程是非常必要的。

本书是根据 1999 年教育部制定的《高职高专教育基础课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》，并结合参编本教材学校的教师多年实际教学经验、教研教改成果编写而成的。

全书共有 7 章，第 1 章介绍了信号与系统的基本概念，重点讨论了常用信号及信号基本运算。第 2~4 章分别讨论了连续系统的时域分析法、频域分析法和复频域分析法。在连续系统的时域分析法中，重点讨论了冲激响应、卷积积分和用算子法求系统的响应。在连续系统的频域分析法中，重点讨论了信号与系统的频率特性及工程应用。在连续系统的复频域分析法中，重点讨论了系统分析及系统稳定性判定。第 5~6 章分别讨论了离散系统的时域分析法和 Z 域分析法。在离散系统的时域分析法中，重点讨论了离散信号和差分方程的求解方法。在离散系统的 Z 域分析法中，重点讨论了离散系统的 Z 域分析和离散系统的频率特性。在前 6 章中，每章的重点内容均用 MATLAB 软件实现，共有 20 个例子，每个例子均有 MATLAB 源程序和输出结果（波形、数据等）。这些例子均可以作为本课程的实训项目。这有助于学生加强理论知识的理解，提高实际动手能力和创新意识，也给任课教师提供了方便。第 7 章讨论了系统模拟与硬件实现，重点讨论了连续系统的模拟和有源 RC 电路实现、离散系统的模拟和数字信号处理硬件系统。

本书突出基本内容和概念，避免繁杂的数学计算，通俗易懂，突出工程应用，“软”、“硬”结合实现对信号的处理和系统分析，较好地实现了高职高专教育的“基础理论以必需、够用为度，突出应用性”的基本指导思想。书中每章前面有内容提要，节后有思考题，章后有小结和习题。书末提供了部分习题答案，便于教学与自学，还附录了 MATLAB 简介。为便于读者了解实训项目的程序和上机操作，提供了 20 个实训项目对应的程序清单，可登录清华大学出版社网站 [www.tup.com.cn](http://www.tup.com.cn) 下载。

本书还编入了少量加深、拓宽的内容,对这些内容均标有“\*”号,以便根据实际情况和对不同专业的需要而选用。除标有“\*”号的内容外,教学时数为 60 学时左右。

本书由曹才开担任主编,强世锦担任主审。参加本书编写工作的有:曹才开(第 1、3、4、6 章),宋树祥(第 2 章,前 6 章中的实训项目程序设计,附录),梅志红(第 5 章),卢艳红(第 7 章)。俞斌、戴日光、李祖林、李旭华、胡红艳参加本书资料的收集、实训项目的实做和文字校正工作。

在本书的编写过程中,得到了湖南省高校电子技术教学研究会和参编学校的大力支持,谨致以衷心感谢。

由于编者水平有限,疏漏之处在所难免,敬请各位读者批评指正。作者 E-mail:cck834@163.com。

#### 编 者

# CONTENTS

## 目录

<b>第 1 章 信号与系统的基本概念</b> .....	1
1.1 引言 .....	1
1.2 信号的基本概念 .....	2
1.2.1 信号的定义及分类 .....	2
1.2.2 常用信号 .....	6
1.2.3 信号的运算 .....	8
思考题 .....	13
1.3 系统的基本概念 .....	13
1.3.1 系统的分类与描述 .....	13
1.3.2 系统的基本结构 .....	18
1.3.3 线性系统的性质 .....	19
思考题 .....	21
1.4 信号与系统分析概要 .....	21
1.4.1 信号分析 .....	21
1.4.2 系统分析 .....	22
* 1.5 基本信号及信号运算的 MATLAB 实现 .....	23
本章小结 .....	27
习题 .....	28
<b>第 2 章 连续系统的时域分析</b> .....	31
2.1 引言 .....	31
2.2 系统的微分方程描述及其算子表示 .....	31
2.2.1 系统的微分方程描述 .....	31
2.2.2 系统微分方程的算子表示 .....	34
思考题 .....	38
2.3 系统的零输入响应与零状态响应 .....	38
2.3.1 系统的零输入响应 .....	38
2.3.2 系统的零状态响应与完全响应 .....	42
思考题 .....	42
2.4 冲激函数与阶跃函数 .....	43

思考题 .....	50
2.5 冲激响应与阶跃响应 .....	50
思考题 .....	54
2.6 卷积及其应用 .....	55
2.6.1 卷积的概念及其性质 .....	55
2.6.2 卷积的计算 .....	61
思考题 .....	65
2.7 连续系统的时域分析举例 .....	66
2.8 连续系统时域分析的 MATLAB 实现 .....	69
思考题 .....	74
本章小结 .....	74
习题 .....	75
<b>第3章 连续系统的频域分析 .....</b>	<b>79</b>
3.1 引言 .....	79
3.2 正交函数的概念 .....	80
3.2.1 函数的正交定义 .....	80
3.2.2 函数正交集 .....	80
3.3 周期信号的分解——傅里叶级数 .....	82
3.3.1 周期信号的三角函数形式的傅里叶级数 .....	82
3.3.2 周期信号的指数函数形式的傅里叶级数 .....	85
3.3.3 傅里叶级数的性质 .....	88
3.3.4 周期信号的频谱 .....	92
思考题 .....	97
3.4 非周期信号的分解——傅里叶变换 .....	97
3.4.1 傅里叶变换 .....	97
3.4.2 常用非周期信号的傅里叶变换 .....	98
思考题 .....	103
3.5 傅里叶变换的性质与应用 .....	103
3.5.1 线性特性 .....	103
3.5.2 尺度变换与频谱展缩 .....	104
3.5.3 信号的时移与频谱的相位移 .....	106
3.5.4 调制与频谱搬移 .....	107
3.5.5 卷积定理及其应用 .....	109
3.5.6 时域微积分特性 .....	112
3.5.7 频域微积分特性 .....	113
思考题 .....	115
3.6 采样信号与采样定理 .....	115

3.6.1 采样信号 .....	115
3.6.2 采样定理 .....	116
思考题 .....	118
3.7 系统的频域分析应用举例 .....	118
3.7.1 系统函数 .....	118
3.7.2 无失真传输系统 .....	120
3.7.3 滤波器 .....	121
3.7.4 调制与解调 .....	126
思考题 .....	127
* 3.8 连续系统频域分析的 MATLAB 实现 .....	128
本章小结 .....	136
习题 .....	137
<b>第 4 章 连续系统的复频域分析 .....</b>	<b>142</b>
4.1 引言 .....	142
4.2 拉普拉斯变换 .....	143
4.2.1 拉普拉斯变换的定义 .....	143
4.2.2 常用信号的拉普拉斯变换 .....	145
思考题 .....	147
4.3 拉氏变换的性质 .....	147
4.3.1 延时特性 .....	148
4.3.2 复频移特性 .....	150
4.3.3 微分定理 .....	150
4.3.4 积分定理 .....	151
4.3.5 卷积定理 .....	152
4.3.6 始值定理与终值定理 .....	153
思考题 .....	155
4.4 拉氏反变换——部分分式展开法 .....	155
思考题 .....	159
4.5 系统的复频域分析 .....	159
4.5.1 系统函数 $H(s)$ .....	159
4.5.2 用单边拉普拉斯变换分析系统 .....	162
4.5.3 电路的复频域分析 .....	163
思考题 .....	173
4.6 系统函数 $H(s)$ 的零、极点分析 .....	173
4.6.1 系统函数 $H(s)$ 的零、极点 .....	173
4.6.2 $H(s)$ 的零、极点分布与时域特性的关系 .....	175
4.6.3 $H(s)$ 的零、极点分布与频域特性的关系 .....	177

思考题 .....	180
4.7 系统稳定性分析 .....	180
4.7.1 系统稳定性准则 .....	180
4.7.2 系统稳定性判定方法 .....	181
4.7.3 应用举例 .....	183
思考题 .....	186
* 4.8 连续系统复频域分析的 MATLAB 实现 .....	186
本章小结 .....	190
习题 .....	192
 第 5 章 离散系统的时域分析 .....	197
5.1 引言 .....	197
5.2 离散时间信号 .....	197
5.2.1 离散时间信号的描述 .....	197
5.2.2 常用的离散时间信号 .....	199
5.2.3 离散信号的一些基本运算 .....	201
思考题 .....	204
5.3 离散系统的差分方程描述及其算子表示 .....	204
5.3.1 离散系统的差分方程描述 .....	205
* 5.3.2 离散系统的算子传输函数 $H(E)$ .....	206
5.4 离散系统的时域分析 .....	207
5.4.1 离散系统的零输入响应 .....	207
5.4.2 离散系统的零状态响应 .....	210
思考题 .....	218
* 5.5 离散系统时域分析的 MATLAB 实现 .....	218
本章小结 .....	223
习题 .....	224
 第 6 章 离散系统的 Z 域分析 .....	226
6.1 引言 .....	226
6.2 Z 变换 .....	226
6.2.1 Z 变换的定义 .....	226
6.2.2 常用序列的 Z 变换 .....	228
思考题 .....	230
6.3 Z 变换的性质 .....	231
6.3.1 Z 变换的线性性质 .....	231
6.3.2 Z 变换的位移性质 .....	231
6.3.3 Z 变换的尺度性质 .....	232

6.3.4 卷和定理 .....	233
6.3.5 $Z$ 域微分性质 .....	234
6.3.6 始值定理 .....	234
6.3.7 终值定理 .....	235
思考题 .....	236
6.4 $Z$ 变换的计算 .....	236
6.4.1 $Z$ 正变换的计算 .....	236
6.4.2 $Z$ 反变换的计算 .....	237
思考题 .....	242
6.5 离散系统的 $Z$ 域分析 .....	243
6.5.1 离散系统的传输函数 $H(z)$ .....	243
6.5.2 用 $Z$ 变换求解差分方程 .....	244
思考题 .....	247
6.6 离散系统的稳定性 .....	247
6.6.1 $Z$ 变换与拉普拉斯变换的关系 .....	247
6.6.2 离散系统的稳定性判定 .....	250
思考题 .....	252
6.7 离散系统的频率特性 .....	252
6.7.1 离散信号的傅里叶变换 .....	252
6.7.2 离散系统的频谱特性 .....	253
思考题 .....	255
* 6.8 离散系统 $Z$ 域分析的 MATLAB 实现 .....	256
本章小结 .....	264
习题 .....	265
<b>第 7 章 系统模拟与硬件实现 .....</b>	<b>269</b>
7.1 引言 .....	269
7.2 连续系统的模拟 .....	270
7.2.1 连续系统的方框图表示法 .....	270
* 7.2.2 系统的信号流图表示法 .....	273
7.2.3 连续系统模拟的基本方法 .....	277
7.2.4 连续系统模拟结构的形式 .....	279
* 7.2.5 连续系统的有源 RC 电路实现 .....	285
思考题 .....	291
7.3 离散系统的模拟与硬件实现 .....	292
7.3.1 离散系统的模拟 .....	292
7.3.2 数字信号处理的概念 .....	294
7.3.3 数字信号处理的硬件系统 .....	297

* 7.4 数字滤波器的硬件实现 .....	298
7.4.1 基于查表法实现的基本硬件单元 .....	298
7.4.2 基于通用芯片的数字滤波器的硬件实现 .....	300
思考题 .....	306
* 7.5 DSP 数字信号处理器概述 .....	306
7.5.1 数字信号处理器的发展 .....	307
7.5.2 数字信号处理器的特点 .....	308
7.5.3 数字信号处理器的应用 .....	310
本章小结 .....	311
习题 .....	312
<b>附录 A MATLAB 简介 .....</b>	<b>316</b>
<b>附录 B 部分习题参考答案 .....</b>	<b>331</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>340</b>

# CHAPTER 1

## 第1章

### 信号与系统的基本概念

#### 本章提要

本章讨论了信号的定义、分类、常用信号及信号运算等基本概念，并介绍了系统的分类与描述、线性系统的性质等基本概念，概要阐述了信号与系统的分析方法，最后用 MATLAB 实现了基本信号及信号运算。这些内容是本书的基础知识。

#### 1.1 引言

计算机是如何处理大量的数据的？程控电话是怎样实现通话的？电视广播系统是怎样工作的？高保真音响设备中的放大器应具有什么样的性能？从若干煤矿往若干发电厂调运煤炭时，哪个运输方案最为经济？如何按照合理的人口总数与年龄结构来确定计划生育政策？……

这样的问题还可以举出很多。地球同步轨道上的人造地球卫星如何在运动中保持与地球的定点通信？如何按照投入产出来考查企业的工作？……它们分属于许多完全不同的领域，看起来相互之间也没有什么必然的联系。但是，仔细分析表明，它们之间都是有关信号与系统的问题。正是基于要分析和解决这些问题，迫切要求有统一的、简捷的、行之有效的分析方法以资应用，从而形成了一个新的学科分支——信号与系统。

1948 创立的系统论、信息论和控制论三大科学理论，对于信号与系统学科的发展起到了非常重要的奠基和推动作用。系统论是美国生物学家贝格朗菲创立的，他为确立适用于系统的一般原则作出了重要贡献。信息论是美国数学家仙农建立的，它是现代通信理论的基础，在计算技术、自动控制等方面得到了广泛应用。控制论是美国数学家维纳提出的，它促进了通信、计算机和人工智能等的广泛应用。随着大规模集成工艺和计算机技术的飞速发展，近几十年来，信号与系统学科得到惊人的发展。信号与系统的基本概念与分析方法还在不断地发展，其应用范围也在不断地扩大，它在通信、航空与航天、电工及电子电路、机械、声学、地震学及探矿、生物工程、能源、化学等许多领域里起着重要的作用。因此，“信号与系统”不仅是电工及无线电技术类专业的重要课程，也是所有的工程专业的重要课程。

## 1.2 信号的基本概念

### 1.2.1 信号的定义及分类

#### 1. 信号的定义

按照《现代汉语词典》的定义,信号是“用来传递信息或命令的光、电波、声音、动作等”。也就是说,信号是运载与传递信息的载体与工具。物质的一切运动或形态的变化,广义地说都是一种信号,即信号是物质运动的表现形式。例如,在我国古代用烽火台上的烽火与狼烟传递敌军入侵的消息;而现代化的防空雷达荧光屏上出现一个运动的光点时,就提示有一架飞机或导弹进入了某一特定的空域;机械运动产生力信号、位移信号及噪声信号;雷电过程产生声、光信号;大脑、心脏运动分别产生脑电和心电信号;电气系统随参数变化产生电磁信号等。这些都是人们熟知的信号的例子。

在通信过程中,信号就是传送各种消息(message)的工具。所谓消息,就是通过某种方式传送的声音、文字、图像、符号等。例如,电话中传送的声音是消息;电报中传送的电文是消息;电视系统中传送的图像是消息;雷达测出目标的距离、方位、速度等数据是消息。通过各种消息的传递,使受信者获取各种不同的信息(information)。一般地说,信息是指具有新内容、新知识的消息,是排除消息中那些不确定性的部分,它既不是物质,也不是能量,但它必须依附于物质,依附于能量。

通常,传送消息的信号形式都是随时间变化的。如温度信号、压力信号、光信号、电信号等,它们反映事物在不同时刻的变化状态。由于电信号处理起来比较方便,所以工程上常把非电信号转变为电信号进行传输。基于电信号的重要性,本书仅研究电信号,并把它简称为信号。

由于飞机的航向、速度、高度等随时间都在发生变化,雷达所接收到的有关飞机的信号也就随时间而变化。作为物理过程的信号,我们可以借助示波器或其他测试仪表来进行观察与记录。但这种实验的方法有其固有的局限性,即所得到的结果往往只是局部的、个别的,缺乏普遍适用性。因此,为了对信号进行分析与研究,就必须使用语言来对信号进行描述,或者说,建立信号的数学模型。

数学上,信号表示为一个或多个自变量的函数。一般连续信号表示为时间  $t$  的函数  $f(t)$ ,离散信号表示为序号  $k$  的函数  $f(k)$ 。函数的图形则称为信号的波形。在叙述上,常常将“信号”与“函数”不加区分地互相混用。

在电系统中,信号的两种主要形式是电压信号和电流信号,可分别用时间函数  $u(t)$  和  $i(t)$  表示。若  $u(t)$  和  $i(t)$  表示输入信号,一般记为  $f(t)$ ;若  $u(t)$  和  $i(t)$  表示输出信号,一般记为  $y(t)$ 。

#### 2. 信号的分类

按照信号的不同性质与数学特征,可以有多种不同的分类方法。例如,按照信号的物理特性,可以分为光信号、电信号等;按照信号的用途,可以分为雷达信号、电视信号、

通信信号等;按照信号的数学对称性,可以分为奇信号、偶信号、非对称信号等;从能量的角度出发,可以分为功率信号与能量信号;从信号的特征出发,可以分为连续信号与离散信号、确定信号与随机信号、周期信号与非周期信号……。从信号特征的分类方法,则是在信号分析中最常用到的。

### (1) 确定信号与随机信号

对于任意的确定时刻,都有确定的函数值相对应,这样的函数称为确定函数。凡是可以用确定函数加以描述的信号,都称为确定信号。

例如,对于一个正弦信号来说,只要给出一个确定的时间点  $t_0$ ,就可以得到一个确定的函数值  $\sin\omega t_0$ 。可见,正弦信号是一个确定信号。

但是,实际传输的信号往往具有未可预知的不确定性,这种信号称为不确定信号,或随机信号。如果通信系统中传输的信号都是确定信号,接收者就不可能由它得到任何新的信号,从而也就失去可通信的意义。所以对接收者而言,他所接收到的有用信号都是不确定信号。

信息是信息论中的一个专用词,它是消息(如命令、光、电波、声音、动作等)的一种量度,即消息中有意义的内容。在本书中消息、信息未加区分。

此外,在信号的传输过程中,不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响,这些干扰和噪声都具有随机特性。可见,严格意义上的确定信号实际上是不存在的,因此,随机信号的研究具有极为重要的实际意义。

对于随机信号,不能用确定的实际函数来加以描述,只可能知道它在某一时刻取某一函数值的概率。

本书只讨论确定信号,但应该指出的是,随机信号及其通过系统的研究,是以本书所讨论的确定信号通过系统的理论为基础的。

图 1.1 给出了几种信号波形,其中图 1.1(a)~(e) 所示信号为确定信号,图 1.1(f) 为随机信号。

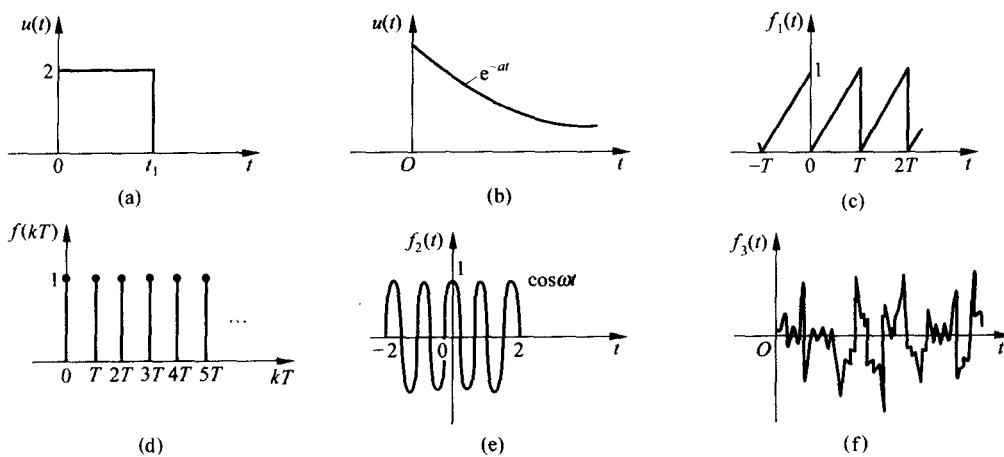


图 1.1 几种信号的波形

### (2) 连续信号与离散信号

一个信号,若在某个时间区间内除有限个间断点外的所有瞬时都有确定的值,就称这个信号为在该区间内的连续时间信号,又简称为连续信号。

我们所熟悉的正弦信号,其表达式为

$$f(t) = \sin \omega t$$

显然,在时间区间  $-\infty < t < \infty$  内,它没有任何间断点,且在任意的确定时刻  $t_0$ ,都有确定的函数值  $\sin \omega t_0$ 。可见,正弦信号满足上述定义,因而是一个连续信号。

一个信号,如果只是在离散的时间瞬间才有确定的值,就称为离散时间信号,又简称为离散信号。

将上述正弦信号通过一个开关,这个开关每隔时间  $T$  就合上,瞬间后又断开,就得到一个离散信号

$$f(k) = f(kT) = \sin \omega kT, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

如图 1.2 所示。

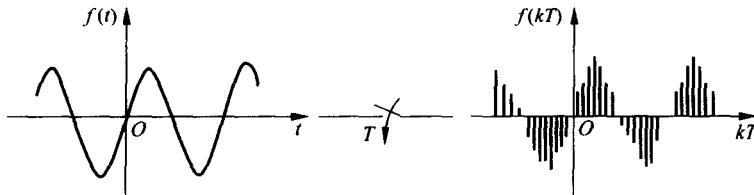


图 1.2 连续信号与离散信号

随着电子计算机的飞速发展与普及应用,以及对连续时间信号进行采样的各种技术与器件的发展,离散信号与系统的分析具有越来越重要的地位。

应该指出的是,尽管连续信号的自变量是连续变化的,而离散信号的自变量是离散取值的,但它们的函数值都是连续变化的。我们称自变量与函数值都连续变化的信号为模拟信号。

一个信号,如果不仅自变量的取值是离散的,其函数值也是“量化”了的,则这种信号就称为数字信号。

所谓“量化”,就是分级取整的意思。例如,用“四舍五入”的方法,使某个离散时间点上的函数值归为某一最接近的整数,从而将连续变化的函数值用有限的若干整数值来表示。

数字信号与一般的离散信号在数学模型与分析方法上并无原则区别。今后,在讨论中对它们不再区分,统称离散信号。

### (3) 周期信号与非周期信号

无始无终地重复着某一变化规律的信号,称为周期信号。

用数学语言来描述,周期信号  $f(t)$  必定满足

$$f(t) = f(t + kT), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1)$$

使上式得以成立的最小的  $T$  值称为  $f(t)$  的周期。也就是说，经过一个周期  $T$ ， $f(t)$  的取值就重复一次。

图 1.3 是两个周期信号的例子，它们都满足式(1.1)。其中

$$f_1(t) = \sin\omega t$$

容易看出，它的周期是  $T=2\pi/\omega$ 。不满足式(1.1)的信号是非周期信号。

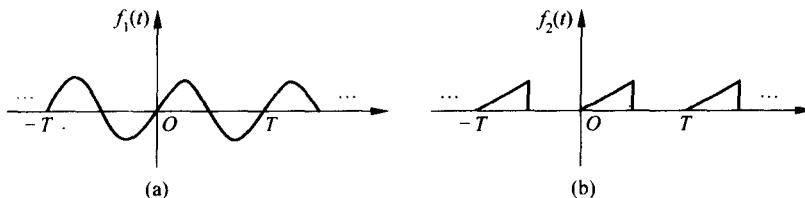


图 1.3 周期信号

图 1.4 是三个非周期信号的例子，它们都不满足式(1.1)。其中， $f_1(t)$  是有始无终的； $f_2(t)$  无论过多长的时间都不再会重复区间内信号的规律；而  $f_3(t)$  则完全无规律可言。

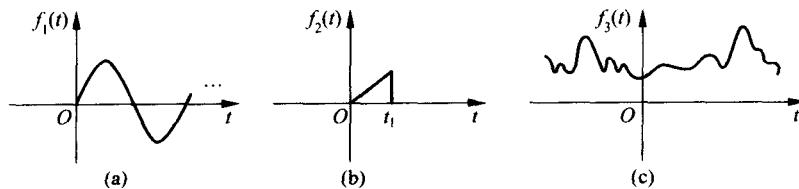


图 1.4 非周期信号

如果两个周期信号的周期具有公倍数，则它们的和

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)$$

仍然是一周期信号，且  $f(t)$  的周期是  $f_1(t)$  和  $f_2(t)$  的周期的最小公倍数。

**例 1.1** 试判断下列信号是否为周期信号？若是，周期是多少？

$$(1) f(t) = \sin 3t + \cos 2t;$$

$$(2) f(t) = \sin 2t + \cos \pi t.$$

**解** (1) 信号  $f(t) = \sin 3t + \cos 2t$  中的  $\sin 3t$  是一个周期信号，其角频率  $\omega_1 = 3$ ，周期  $T_1 = 2\pi/\omega_1 = 2\pi/3$ ； $\cos 2t$  也是一个周期信号，其角频率  $\omega_2 = 2$ ，周期  $T_2 = 2\pi/\omega_2 = \pi$ 。 $T_1$  与  $T_2$  的最小公倍数为  $2\pi$ 。可见， $f(t)$  也是一个周期信号，且周期为  $T = 2\pi$ 。

(2) 虽然在信号  $f(t) = \sin 2t + \cos \pi t$  中， $\sin 2t$  与  $\cos \pi t$  都是周期信号，其周期分别为  $T_1 = \pi$ ， $T_2 = 2$ 。但由于一个无理数与一个有理数不存在公倍数，故  $f(t)$  不再是一个周期信号，或者说，其周期为无穷大。

周期信号的概念及应用在信号与系统分析中具有十分重要的意义，我们将在以后各章中陆续加以介绍。