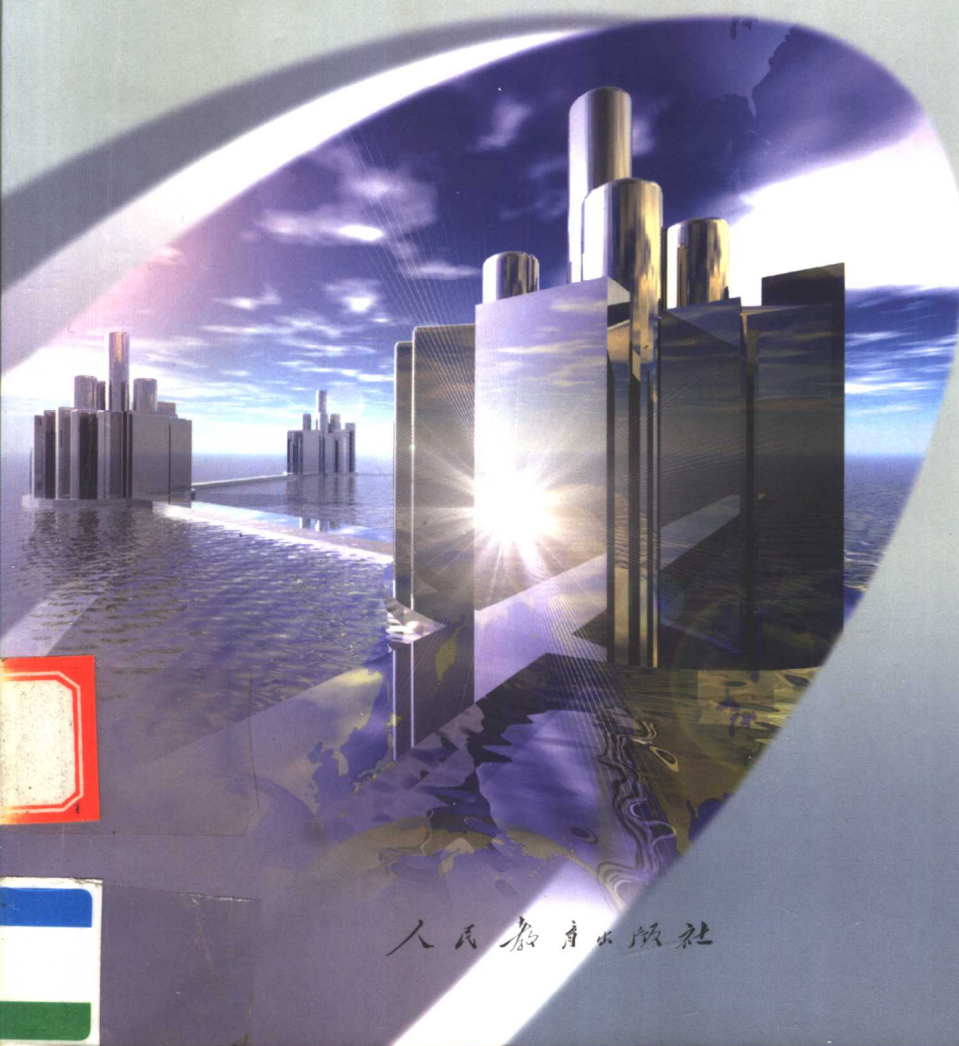


高等师范院校小学教育专业数学教材

# 数学实践

课程教材研究所 编  
数学课程教材研究开发中心



人民教育出版社

高等师范院校小学教育专业数学教材

# 数学实践

课程教材研究所  
教学课程教材研究开发中心

编

人民教育出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

数学实践/人民教育出版社中学数学室编. —北京:  
人民教育出版社, 2003  
高等师范院校小学教育专业数学教材  
ISBN 7-107-17051-1

I. 数…

II. 人…

III. 小学-数学教学-高等教育: 师范教育-教材

IV. G623.502

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第078134号

人民教育出版社出版发行

(北京沙滩后街55号 邮编: 100009)

网址: <http://www.pep.com.cn>

人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销

2003年9月第1版 2003年9月第1次印刷

开本: 890毫米×1240毫米 1/32 印张: 9.25

字数: 230千字 印数: 0 001~3 000

定价: 13.40元

## 总 序

我国小学教师的职前培养,现在面临两个重大转变。第一,面临师范教育结构的调整,小学教师的合格学历将由中等师范学校毕业提高到大专以上水平。根据《高等教育法》有关规定,招收高中阶段毕业生,实行三年专科教育和四年本科教育,是我国培养专科以上学历小学教师的主要形式。第二,基础教育,包括小学教育,正处于重大改革的初期。2001年教育部颁发了《基础教育课程改革纲要(试行)》,大力推进基础教育课程改革,调整和改革基础教育的课程体系、结构、内容,构建符合素质教育要求的新基础教育课程体系,课程改革引发了教育观念、教学方法的变革,教育改革的新形势向小学教师的职前培养提出了全新的要求。

在这样的背景之下,2003年1月,教育部师范教育司制定的《三年制小学教育专业课程方案(试行)》正式颁布,针对教师专业化的国际趋向和小学教师的培养特点,提出了一整套培养高中起点三年制大专学历小学教师的课程设计方案,并着手组织编写小学教育专业教材。

长期以来,一直承担着师范教育课程教材和编写任务的人民教育出版社、课程教材研究所,根据我国高师小学教育专业课程教的需要,组织了“高师小学教育专业数学课程设置与教材建设”课题组,邀请了中国科学院、北京大学、北京师范大学、首都师范大学、北京教科院、北京教育学院、华中师范大学等单位的专家学者和全国各地的资深师范教育专家和教师参加。本课题组对我国高等师范教育的新兴门类——小学教育专业的数学课程设置和教学教材建设进行了大量的调查研究,对新世纪国际小学教师培养中数学课程体系的发展趋势进行了探讨,并总结了我国十多年来各地高师小教大专数学课程、教材和教学改革试验的成功经验,从而构建了能反映我国小学教师培养体制改革的时代要求、建立小学教师合理数学知

识结构和教育素养的数学课程教材体系,其中有些科目如现代数学概论、数学实践、常用数学软件、数学建模和数学文化等还填补了我国高师小学教育专业、数学教材的空白。在此基础上编写的这套高等师范小学教育专业数学教科书。

这套教科书充分吸收了以往培养小学教师各级各类专业数学教材的优点,努力突出数学课程教材时代性和前瞻性,贴近国际教育改革和我国基础教育课程改革的前沿,体现新的教育理念;力求体现高师小学教师教育的基础性、专业性和师范性,促进小学教师专业化水平的提高;既注重数学素养的提高,又注意体现人文精神,还具有可读性和可操作性;同时延续了中等师范教育教材注重教学技能和创新能力培养的良好传统。

这套小学教育专业数学教科书包括:必修课的《大学数学》、《高等数学基础(上、下册)》、《现代数学概论》、《数学实践》、《小学数学教学研究》、选修课的《数学文化》、《初等数论》、《常用数学软件》、《数学建模》、《小学数学竞赛指导》、《离散数学》和《数学思想方法》等十二科十三册教材(后两科2004年出版),供高师小学教育专业学生和小学教师继续教育学习使用。

本套书在研究、编写的过程中得到了全国高等师范院校数学教育研究会小教培养工作委员会的指导和帮助,还得到了大量一线教师的帮助和支持。

王元  
2003年7月14日

## 前 言

《数学实践》是高等师范院校小学教育专业新开设的同名课程的教材，同时也可作为广大一线教师进行数学实践活动的参考资料。

数学实践是近年来数学课程改革中的一个热点。在某些发达国家，“做数学”是数学教育的一个重要观点，它强调数学学习是一个体验、理解和反思的过程，认为学生的实践、探索与思考是理解数学的有效途径。在有的国家，开展了数学的“课题学习”，让学生通过数学知识内部的综合以及数学与其他学科知识的综合来解决问题，它强调知识之间的联系，重视学生的体验、实践和解决问题的学习活动。在我国2001年教育部颁布的《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》中，把实践活动和综合应用列入到与“数与代数”“空间与图形”“概率与统计”并列的四部分内容之一，可见数学实践是实施素质教育，培养创新精神与实践能力的-一个重要组成部分。

但是，目前在国内外，把数学实践作为一个专题进行系统的理论与实际应用的研究，还比较少见。本书试图建构数学实践的理论基础，并提供实施数学实践活动的方法论指导。对数学实践的基本概念进行界定；追溯数学实践的历史渊源；并研究了数学实践在数学教育中的理论定位；论述了数学实践对儿童心理发展的促进作用；结合小学数学实践活动的目标，用大量的实例对实践活动的形式进行了分析和归类。在实施部分，从数学实践活动的指导思想、活动目标到活动内容的确定以及对学生的分析，从活动方法、活动程序、活动组织到一系列具体策略的选择、制定以及评价提出了整体设计的思想；并提供了几十个小学数学实践活动的课题案例，其中有一部分包括了详细的实施过程，具有较强的可操作性和启发性。

本书回答了有关数学实践活动迫切要解决的问题,比如什么是数学实践活动,数学实践活动有哪些类型,如何实施数学实践活动,等。在理论的阐述上,尽量以数学实践活动的案例作为基础展开,提供的案例不但生动、有趣、新颖、独特还具有示范性。我们希望读者能通过本书了解开展数学实践活动的理论基础,掌握开展数学实践活动的设计和操作的的基本方法,提高因地制宜自行开发小学数学实践活动的能力,为读者能有效地参与新的数学课程改革做一些实实在在的工作。

本书是由人民教育出版社组织编写的,在多次的小组会上,作者们讨论了编写框架,互相提建议、评议初稿,使本书逐步地完善。本书的编写分工为:绪论和第一章 福建泉州师范学院初教系刘思清;第二章 江苏无锡师范学校傅耀良;第三章 北京师范大学教育学院刘京莉;第四章 河北沧州师专泊头分校李同贤;第五章 第一、二、三节 武汉第二师范学校 魏纶;第五章 第四节 刘京莉;第六章 由集体收集案例并改编;阅读教材 刘思清;全书由刘京莉统稿。

北京师范大学教育学院的周玉仁教授审阅了全部书稿,提出了中肯的修改意见和建议。

在人民教育出版社主办的教材审稿会上,王长沛(北京市数学会副理事长)、梅全雄副教授(华中师范大学数学系)、乐军老师(湖北省武汉市教师进修学校)、林炳生老师(武汉二师)、金成耀老师(江苏高邮师范)、陈耘老师(广西柳州师范)、周辉老师(湖南一师)、董丽波老师(黑龙江哈尔滨师范)、李靖华老师(山西平定师范)等都 对书稿的修改提出了宝贵意见。在此一并致谢。

由于本书属于开创性工作,可直接参考的资料较少,作者水平有限,又时间仓促,书中的错误及不妥之处在所难免,敬请读者不吝指正。


2003年6月

# 目 录

绪 论 .....	(1)
<b>第一章 数学实践的发展 .....</b>	<b>(4)</b>
第一节 数学实践的发生和发展 .....	(4)
一、人类社会生产发展的需要是数学实践发生的最根本的推动力 .....	(4)
二、数学实践的领域在纵横两个方面不断得到拓展 .....	(6)
第二节 数学实践的理论化进程 .....	(8)
一、公理化的理论构建是一个逐步完善的过程 .....	(8)
二、产生了纯数学,出现了纯数学家队伍 .....	(9)
三、抽象的数学理论在现实世界中获得了很好的解释和充分的应用 .....	(10)
第三节 数学实践的应用性发展与理论化进程的关系 .....	(11)
一、应用数学和纯数学发展的历史关系 .....	(11)
二、今天的数学科学:纯数学与应用数学的差异开始缩小 .....	(12)
第四节 实践中的数学既是科学,又是技术 .....	(13)
一、实践中的数学从一开始就兼具科学和技术的品质 .....	(13)
二、在当代,实践中的数学既是科学,又是技术 .....	(14)
三、建模是数学实践的基本方式 .....	(15)
四、数学建模举例 .....	(16)
<b>第二章 数学实践活动与数学教育 .....</b>	<b>(21)</b>
第一节 数学教育中的数学实践活动 .....	(21)
一、数学实践活动的涵义 .....	(21)
二、数学实践活动举例 .....	(23)
第二节 数学实践活动的地位和作用 .....	(26)
一、在数学教育中为什么要加强实践环节 .....	(26)
二、数学实践活动的地位 .....	(33)



三、数学实践活动的作用 .....	(36)
第三节 数学实践活动的目标、内容和形式 .....	(45)
一、数学实践活动的目标 .....	(45)
二、数学实践活动的内容 .....	(46)
三、数学实践活动的形式 .....	(50)
第四节 数学实践活动中的教育技术 .....	(58)
一、数学实践活动中的教育手段 .....	(58)
二、信息技术在数学实践活动中的作用 .....	(60)
<b>第三章 小学数学实践活动与儿童发展 .....</b>	<b>(72)</b>
第一节 数学实践活动与儿童的心理发展 .....	(72)
一、数学实践活动与儿童认知发展 .....	(73)
二、数学实践活动与儿童情感等方面的发展 .....	(76)
三、数学实践活动与儿童个性发展 .....	(80)
四、数学实践活动与儿童社会性发展 .....	(82)
第二节 数学实践活动与儿童数学素养的培养 .....	(83)
一、数学实践活动促进数感、空间观念、统计意识的发展 .....	(84)
二、数学实践活动帮助学生建构数学模式 .....	(88)
三、在数学实践活动中应用数学 .....	(89)
四、在数学实践活动中培养解决问题的能力 .....	(90)
五、在数学实践活动中体会数学思想方法 .....	(91)
第三节 数学实践活动与儿童创新能力的培养 .....	(92)
一、数学实践活动提供了创新的空间 .....	(92)
二、在数学实践活动中形成创新思维的策略 .....	(94)
三、在数学实践活动中培养创新品质 .....	(96)
<b>第四章 小学数学实践活动的目标和主要类型 .....</b>	<b>(99)</b>
第一节 小学数学实践活动的目标 .....	(99)
一、培养对数学良好的情感与态度 .....	(100)
二、增强数学的应用意识 .....	(102)
三、加深对数学知识的理解 .....	(103)
四、提高解决问题的能力 .....	(106)
第二节 小学数学实践活动的主要类型 .....	(109)
一、小学数学实验 .....	(109)
二、小学数学测量 .....	(115)

三、小学数学游戏 .....	(119)
四、数学故事 .....	(125)
五、小学数学制作 .....	(130)
六、小学数学应用 .....	(136)
七、数学调查 .....	(139)
八、综合性数学实践活动 .....	(143)
<b>第五章 小学数学实践活动的设计与实施 .....</b>	<b>(151)</b>
第一节 设计小学数学实践活动的指导思想与应处理好几个关系 ..	(151)
一、设计小学数学实践活动的指导思想 .....	(152)
二、设计小学数学实践活动应处理好几个关系 .....	(155)
第二节 设计小学数学实践活动的一般过程 .....	(162)
一、科学选题 .....	(163)
二、确定目标和内容 .....	(166)
三、编排活动程序 .....	(169)
四、制定活动方案 .....	(171)
五、活动教具、学具和材料的准备 .....	(174)
第三节 小学数学实践活动的组织与实施 .....	(175)
一、组织实施数学实践活动的方式、方法和要求 .....	(175)
二、实践活动课的实施步骤 .....	(180)
三、教师在数学实践活动中的角色与作用 .....	(180)
第四节 小学数学实践活动的评价 .....	(186)
一、对学生在数学实践活动中表现的评价建议 .....	(186)
二、对教师在数学实践活动中引导的评价建议 .....	(191)
<b>第六章 数学实践活动典型课题 .....</b>	<b>(194)</b>
课题一、角的拼拼、剪剪和数数 .....	(194)
课题二、树叶的面积 .....	(197)
课题三、十个数字 .....	(199)
课题四、猴子吃桃 .....	(202)
课题五、估一估 量一量 算一算 .....	(205)
课题六、认识图形 .....	(208)
课题七、巧数图形 .....	(212)
课题八、怎样分才能相等 .....	(214)
课题九、把躲起来的  找出来 .....	(217)

课题十、巧妙包装 .....	(219)
课题十一、节约能源 .....	(223)
课题十二、生活中的体积问题 .....	(226)
课题十三、电话卡的选择 .....	(228)
课题十四、圆的面积 .....	(233)
课题十五、快乐的旅游 .....	(235)
课题十六、泡沫快餐盒的污染 .....	(237)
课题十七、裁制贺卡 .....	(238)
课题十八、13 亿粒大米有多少 .....	(240)
课题十九、早餐与健康 .....	(241)
课题二十、购物 .....	(243)
课题二十一、春游设计方案 .....	(244)
阅读教材 数学实践发展简史 .....	(247)

## 绪 论

实践是“人类有目的地改造自然和社会的全部活动”<sup>[1]</sup>,而数学实践,是应用数学方法有目的地改造自然和社会的全部活动。这些活动可以分为两个部分:一部分是人类对客观世界进行定性描述和定量刻画、逐渐抽象概括、形成理论和方法的活动,它可以称作从实践中产生数学的活动;另一部分是数学应用于改造自然和社会的活动,它可以称作数学在实践中应用的活动。这就是说,数学实践包括从实践中产生的数学和数学在实践中应用两大部分。在数学发展的一定阶段,从实践中产生出来的理论和方法,经过不断地完善和进一步的抽象概括,走上了独立的发展进程,且随着其抽象概括程度的不断提高,已远远离开它的源头,似乎看不到它同实际的联系,而被称为“纯数学”。这一发展过程我们可以称之为数学实践的理论化进程。在这一进程中所产生的许多新的数学理论和方法,已被实践证明,在改造自然和社会的活动中有十分重要乃至是卓越不凡的应用。

当今社会,数学实践的发展已使数学的理论和方法渗透到人类生活的各个层面,广泛应用于自然科学、高科技、人文社会科学各个领域。数学地思考问题已成为人们的必需,具备良好的数学素养,已成为现代社会公民需要拥有的素质。

作为数学教育工作者,满足现代公民对于数学素养的这一需求是我们应尽的工作职责。因此,我们不仅应该学习和深入了解人类改造自然和社会的数学实践(我们把它叫做以社会活动形态出现的数学实践),也应该学习和把握以教育活动形态出现的数学实践。

在我国,满足现代公民对于数学素养的需求也是义务教育阶段数学课程的基本目标之一。在教育部颁布的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》中,培养学生具备基本数学素养的目标是放

---

[1] 夏征农主编《辞海》缩印本,上海辞书出版社1989年版第1144页。

在“促进学生全面、持续、和谐的发展”这一基本出发点之上来进行构建的。《课程标准》指出,我们的数学课程“不仅要考虑数学自身的特点,更应遵循学生学习数学的心理规律,强调从学生已有的生活经验出发,让学生亲身经历将实际问题抽象成数学模型并进行解释与应用的过程,进而使学生获得对数学理解的同时,在思维能力、情感态度与价值观等多方面得到进步和发展”。为此,《课程标准》不仅强调“数学教学是数学活动的教学”,强调“有效的数学学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆,动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式”,而且在内容标准上专门设置“实践与综合应用”的学习领域,提出具体的学习内容与要求。而在《普通高中数学课程标准(实验稿)》中,同样强调要大大加强数学应用和数学实践,如已单独设立“数学建模”、“数学与社会”等。

作为从事义务教育阶段数学教育工作的教师,学好“数学实践”课程是十分重要的。它一方面可以使我们从社会的视角了解以社会活动形态出现的数学实践,了解数学实践发展的简要历史,了解数学实践发展的一般规律,从而提高我们对数学实践的认识。另一方面又使我们从教育的视角了解以教育活动形态出现的数学实践,了解数学实践在数学教育中的地位和作用,了解并把握数学教育中数学实践活动的目标、内容与形式,以及相关的教育技术等问题。这将为我们自觉地在教育活动中目标明确地开展数学实践活动奠定坚实的基础。

然而,要有效地开展数学实践活动,还必须从儿童心理发展的客观规律出发,学习和研究小学数学实践活动同儿童心理发展的关系,研究小学数学实践活动对于培养儿童数学素养以及创新意识的作用。

同样重要的是,数学教育要“从学生已有的生活经验出发,让学生亲身经历将实际问题抽象成数学模型并进行解释与应用的过程”,小学数学教师必须具备较强的组织和实施小学数学实践活动的能力。为此,“数学实践”课程明确了小学数学实践活动的目标,着重总结并通过案例详细介绍了小学数学实践活动的八种主要类型

的基本含义、基本过程、主要特征及其教育意义,阐述组织小学数学实践活动的指导思想和应处理好的几个关系,阐述设计小学数学实践活动的一般过程,介绍实施小学数学实践活动的方式方法以及一般的步骤等,并提供了内容较为丰富的不同学段、不同类型的小学数学实践活动课题,这些课题的阐述会有较好的借鉴或示范作用。

我们期望,通过“数学实践”课程的学习,小学数学教师对数学实践有较深入的了解和认识,有较好的组织数学实践活动的理论基础,能掌握开展小学数学实践活动所必需的设计和操作的 basic 方法,以及具备一定的因地制宜、自行开发小学数学实践活动课的能力。

# 第一章 数学实践的发展

## 内 容 导 读

本章所论述的对数学实践发展规律的认识是建立在对数学实践发展史的了解之上的(关于数学实践发展简史,详见本书的阅读教材)。在这一基础上,本章阐述了对数学实践的发生和发展、数学实践的理论化进程、应用数学与纯数学关系的演变、数学的技术化所呈现出来的规律或趋势的一些认识,并举例说明了数学实践的基本方式——建模。

## 第一节 数学实践的发生和发展

数学实践是在人类有目的地对客观世界进行定性描述、定量刻画的过程中发生的,经过逐渐抽象概括、形成理论和方法,又在应用于改造自然和社会的活动中不断得到发展。它的发生和发展呈现出这样一些规律或趋势:

### 一、人类社会生产发展的需要是数学实践发生的最根本的推动力

人类社会生产发展的需要推动数学实践发生的史实是举不胜举的,比如:

1. 史前时期,人类的生存完全依赖于大自然的恩赐:采集或打捞现成的果实或河中的鱼,艰难地狩猎野兽……随后出现的打制石器,标志着人类开始进行有目的的社会生产活动,人们对客观世界进行定性把握、定量刻画的数学实践也随之发生。考古发现说明(见阅读教材“数学实践发展简史”中的数学萌发时期部分),图形的观

念在制作和使用石器的实践中逐渐形成并得到有效的应用,数的概念在计量和分配的实践中也逐步产生并得到适合需要的应用。人类最早的数学实践就是在人类生存所必需的社会生产的发展过程中产生的。

2. 尼罗河的年年泛滥使古埃及每年都要重新测量、重新分配土地,长度、面积等计量单位的规定和许多有关几何图形的知识都在这一实践中产生并得到广泛的应用。在古代中国,农业生产的发展、手工业的发达,商业的繁荣、水利和大规模建筑的兴建等促进了中国古文明的发展,产生了“九数”那样的集社会生产、生活的各个方面以及军事、政治领域中的数学实践理论和方法的历史巨著。

3. 农业生产的发展需要把握天气变化的规律,它推动了早期的历法制定和天文观测。历法制定使记数法得到发展和应用;而天文观测首先诞生了三角学,它也是包括微积分等许多数学理论和方法产生的重要源泉。这一重要性一直延续到今天,包括现代的数值天气预报,它们是数学实践发展的最为深入的领域之一。

4. 自然界存在着大量的非线性现象,对它认识与否制约着人类社会生产的发展。早在 1834 年,罗素发现水流中的孤波,认为它应是流体力学方程的一个解,却因社会生产发展的阶段性影响,限制了人们的眼界,使其长期未被重视。一百多年后电子计算机的出现和应用,通过物理学中“能量均分定理”的研究使孤波被重新认识。还有天气预报中对大气热对流的研究所提出的“蝴蝶效应”,以及昆虫的种群迭代变化,火箭尾流、人体血液流动中的湍流等,引发了对确定性系统中大量存在着的对初值极为敏感的复杂运动形式——混沌运动的研究,终于使有着广阔应用和发展前景的混沌数学产生。

从近代的解析几何、微积分、高等代数、概率统计,现代的离散数学、模糊数学、计算机数学、分形几何等学科中,也都可以看到社会生产发展的需要推动它们发生和发展的重要史实(见阅读教材“数学实践发展简史”高等数学的创立和发展、现代数学的发展部分)。



## 二、数学实践的领域在纵横两个方面不断得到拓展

1. 在人类社会的发展进程中,人类的生活变得越来越丰富多彩,人们有了越来越多的需求,人类的生产领域也变得越来越广阔和深入,它们推动着数学不断地开拓新的实践领域,不但在传统的量的关系和空间关系领域有更深入的发展,在质的关系领域、时间关系领域都有新的探索和实践。

在量的关系领域,实践中的数学对量的关系的拓展已使量的内涵变得十分丰富,它不再局限于一维的数量、二维的向量,函数曲线、多项式、矩阵、方程的解以及运动体等作为广义的量,都成为广泛的代数系统研究的对象,形成了群、环、域、体乃至线性空间、模等代数结构的概念,产生了抽象代数学以及许多边缘性学科和应用学科。而对量的变化关系的研究和刻画所得到的微分与积分的概念,被进一步拓展到所有涉及函数理论的领域,创造出不少新的微分与积分的概念,得到更深入的发展和运用。例如傅氏分析,它不仅是探索函数空间性质和微分方程解的理论的有力工具,而且在现代科技如滤波、天线、光学和数值分析、信息处理、随机过程、量子力学等领域得到广泛使用。

数学对事物之间质的关系即概念之间的逻辑关系的研究,首先形成的学科叫做布尔代数,这是早期的数理逻辑,在开关电路、自动机、逻辑机中有广泛的应用。由于布尔代数的逻辑运算只有两个值1或0(永真或永假),这一运算对客观世界事物之间质的关系的定性把握和定量刻画具有很大的局限性(因为辩证法“除了“非此即彼!”,又在恰当的地方承认“亦此亦彼!”<sup>[1]</sup>,为了更好地刻画事物之间的这一质的规定性方面的关系,理查德提出了“模糊集合”的理论,给出了模糊概念的定量表示法。模糊数学给出的多值逻辑和模糊逻辑更真切地反映了客观事物之间质的关系,也更加贴近人类思维的特征,它所提供的模糊方法和模糊技术,已经在聚类分析、图像识别、自动控制、人工智能、机器人、信息检索等领域获得广泛的应用。

关于现实世界的空间形式,爱因斯坦通过它的相对论原理证明

[1] 恩格斯《反杜林论》人民出版社1980年版第84页。