



优才教育

执行主编：朱立峰
总策划：广东优才网教育研究院 张宏金



广东名教师、特级教师精心打造 2007

高考总复习·数学(文)

本册主编：刘会金

根据课程标准和教育部批准的考试方案编写

新课标
新高考
新思路
新方法

广东科技出版社 (全国新华书店)



优才教育

u-cn (<http://www.gdjiaoyu.com.cn> www.u-cn.net)

状 元 坊

——高考总复习·数学(文)

总 策 划: 广东优网教育研究院 张宏金

执行主编: 朱立峰

本册主编: 刘会金

编 写 者: 彭先吉 刘会金 陈远刚

张金锁 江玉军 高建彪

广东科技出版社

· 广 州 ·

图书在版编目(CIP)数据

状元坊:高考总复习·语文,数学(理),数学(文)/朱立峰执行主编.
广州:广东科技出版社,2006.6

ISBN 7-5359-4120-6

I. 状… II. 朱… III. 语文课-数学课-高中-升学
参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 044327 号

出 版:广东科技出版社

(广州市环市东路水荫路 11 号 邮编:510075)

印 刷:广州华南印刷厂

(广州市天河区沙河濠泉路 42 号 邮编:510500)

规 格:787mm×1092mm 1/16 印张 56.25 字数 1860 千

版 次:2006 年 6 月第 1 版

2006 年 6 月第 1 次印刷

定 价:119.00 元(语数全三册)

因发现印装质量问题影响阅读,请与承印厂联系调换。

前言

两年的高中课改,两年的辛勤耕耘,如今收获的季节已经来临。为了帮助高三学子总结所学知识,从容应对高考,我们组织了一批名校的名师,精心策划编写了《状元坊——高考总复习》,该书是国内第一套按新课程标准的教学内容编写的高考复习指导系列书。

《状元坊——高考总复习》的编写思路及全书架构如下:

研习课标重难点			探究解题新思路		展望命题新动向	
章	● 课标解读	分 节	◎ 考查热点	列表式	章	● 热点透视
			◎ 知识梳理			
			◎ 例题评析	分题式		● 模拟测试
			◎ 能力训练			
依据课标、考试方案、教学大纲梳理知识点。把握重点,即思即导逐个考点强化,深入渗透“把书读薄、把书读厚”的复习理念。			剖析难点,点拨技巧,引导思路。知识的积累整合与思考领悟并重,具体的考点训练和即例即练逐问突破,尽收立竿见影的复习效果。		把握课改精神,研究命题思想,探究命题源流,预测命题方向。	

本丛书的特点可以“三性”来概括:“创新性”、“前瞻性”和“实用性”。

创新性 各模块内容按教育部颁布的高中新课程标准编写,具备理念新、立意新、选例新、角度新等特色。理念新和立意新是指本书的编写充分体现了新课程的新理念,编写内容反映了新教材的“知识、能力、素质”三元合一的教学思想;选例新和角度新是指对练习资料的选编突出了“方法、实践、创新”三维一体的创新设计思路,尤其强化了培养学生自学能力与应试能力的方法指导,尽量做到少用陈题,不选偏题,精选活题,首创新题,强调启迪思维和创新方法。

前瞻性 本书依据教育部最新批准的新高考考试方案编写。既体现了课程改革的要求,又注重学生备考应试能力的培养,突显改革创新与实际应用的统一。编者力求准确把握和着力探讨命题的方向与变化趋势,对2007年新高考的考查方式、考查要点做了客观透析和预测。通过编写内容的巧妙安排,让学生对各考点知识和解题技巧在复习中逐点落实,在综合训练中逐步渗透和内化,切实让学生“认

识新高考”、“感悟新高考”、“熟悉新高考”，做到胸有成竹。

实用性 本书科学、合理地整合了新课程各版本教材的知识内容，学生使用它不受任何教材版本的限制，达到了“一书在手，复习内容全有”。同时，本书恰如其分地处理了继承与创新的辩证关系，既体现了新课改的精神，有所创新，又重基础，保留和借鉴原高考复习备考的成功经验。全书的整体架构、栏目设计和训练题遴选设计，都以切实提高学生的复习效率为出发点，层层深入，把复杂问题条理化，全新思维基础化，不搞花架子，以方便师生使用为基本前提。

本丛书是参加高中课程改革的第一线名优教师对新课程、新高考研究的成果，同时也是他们历年来组织指导高考复习经验的结晶。丛书参编人员 70 多人，分布各地 40 多所重点中学以及十几个地级市教研室，组成了编写和审核两套班子，历经 10 个月，4 次编写会，稿件反复修改，定位和质量应该是可靠的。

丛书由朱立峰老师主编。其中承担《数学》(理/文)分册主编工作的是刘会金，参加编写的老师为：彭先吉、陈远刚、张金锁、江玉军、高建彪。郭志勇和曾利平老师对本书进行了审核，并提出了宝贵的意见，在此表示感谢。

《数学》分册从数学科复习的实际出发，按照 90 课时(理科)/70 课时(文科)将知识点分解到位，以五大块学科内容为框架，每一课时配备了具有重点、全面、导向特征的 4~5 道例题；以知识框图表达每个章节的知识结构，帮助学生削枝强干，帮助教师引导学生读薄数学，以期达到复习时选准唯一一本资料就足够的效果。

课程改革和新高考改革工作是一项全新的改革实践，为新课程、新高考编写配套的复习指导丛书所遇到的问题也都是新问题。为保障始终与政策和形势吻合，本课题研究团队又着手了“新高考新题型”的系统研发，作为本丛书的配套资料，将以《状元坊—新高考新题型十套(月套题)》(每科十套、每月一套)服务读者。

本丛书“正文”和“答案全解全析”分别印刷装订，其中“答案全解全析”为赠阅。

初尝螃蟹，香苦各半！不足或疏谬在所难免，敬请批评点正，以求精益求精。

编 者

2006 年 4 月 10 日

《状元坊》丛书编委名单

林 广 广东省考试中心《广东招生考试》主编

李镇滔 佛山市教育局教研室主任

陈工凡 茂名市教育局教研室主任

曾楚清 韶关市教育局教研室主任

张 勉 湛江市教育局教研室副主任

张明华 梅州市教育局教研室副主任

刘功正 湛江市教育局教研室副主任

陈金球 云浮市教育局教研室副主任

郭志勇 肇庆市教育局教研室副主任

刘 川 惠州市教育局教研室副主任

黄锐辉 揭阳市教育局教研室副主任

吕日新 特级教师 广州六中副校长

梁宏扬 阳江一中副校长

利月清 清远市教育局教研室教研员

李辉钦 汕头市教育局教研室教研员

陈政深 汕头市潮阳区教育局教研室教研员

陈茂锐 特级教师

云冠全 特级教师

曾利平 特级教师

涂木年 特级教师

李开祥 特级教师

黄建伟 广东实验中学高级教师

张宏金 广东优网教育研究院总经理、硕士

《高考总复习》参编特级教师：雪 松 涂木年 李开祥 全疆发 彭先吉

陈茂锐 云冠全 吕日新 曾利平 张金锁

目 录

第一章 集合与函数

第1课	集合的概念	2
第2课	集合的运算	4
第3课	常用逻辑用语	7
第4课	简易逻辑的应用	9
第5课	函数的概念及表示方法	12
第6课	函数的定义域	14
第7课	二次函数、二次方程与二次不等式	16
第8课	函数的奇偶性与周期性	19
第9课	函数的单调性	21
第10课	幂函数	23
第11课	指数函数与对数函数	25
第12课	函数的图象	27
第13课	函数的应用	30

第二章 三角函数

第14课	周期现象与周期函数	38
第15课	任意角与弧度制	41
第16课	正弦函数	44
第17课	余弦函数	48
第18课	正切函数	52
第19课	函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	56
第20课	同角三角函数的基本关系	61
第21课	两角和与差的三角函数	65

第22课	二倍角与半角的三角函数	68
第23课	三角函数的简单应用	71
第24课	正余弦定理	75

第三章 数 列

第25课	数列的概念	80
第26课	等差数列	82
第27课	等比数列	85
第28课	数列求和	88
第29课	数列在日常经济生活中的应用	91

第四章 不 等 式

第30课	不等关系	98
第31课	不等式的解法	101
第32课	一元二次不等式的应用	104
第33课	基本不等式	107
第34课	基本不等式与最大(小)值	110
第35课	不等式的证明	113
第36课	简单的线性规划(一)	116
第37课	简单的线性规划(二)	119

第五章 向 量

第38课	平面向量及其加、减、数乘运算	126
第39课	平面向量的坐标	129

第40课	平面向量的数量积	132
------	----------	-----

第六章 立体几何

第41课	空间几何体的结构	139
第42课	空间几何体的三视图与直观图	142
第43课	空间几何体的表面积与体积	145
第44课	空间点、直线与平面之间的位置关系	148
第45课	直线、平面平行的判定及其性质	152
第46课	直线、平面垂直的判定及其性质	155
第47课	空间的角度与距离	158
第48课	立体几何的常用方法	163

第七章 解析几何

第49课	直线的倾斜角与斜率	169
第50课	直线的方程	171
第51课	直线交点坐标与距离公式	174
第52课	圆的方程	176
第53课	直线与圆的位置关系	179
第54课	椭圆	182
第55课	双曲线	185
第56课	抛物线	188

第八章 概率与统计

第57课	随机事件与概率的基本性质	195
第58课	古典概型与几何概型	198
第59课	随机抽样	201
第60课	用样本估计总体	205
第61课	变量间的相关关系、* 回归分析、* 独立性检验的基本思想及其初步应用	209

第九章 导数

第62课	导数的概念及其运算	218
第63课	导数的应用	220

第十章 算法

第64课	算法的概念与程序框图	226
第65课	算法的基本语句(一)	231
第66课	算法的基本语句(二)	236
第67课	程序框图、算法基本语句的应用	241
第68课	算法案例	245

第十一章 数系的扩充与复数的引入

第69课	数系的扩充	252
第70课	复数代数形式的四则运算	255

第一章

集合与函数

课标解读

集合是一个不加定义的概念,可结合自己的生活经验和已有数学知识,通过列举丰富的实例,理解集合的含义.学习集合语言最好的方法是使用,在实际使用中逐渐熟悉自然语言、集合语言、图形语言各自的特点,进行相互转换并掌握集合语言.在关于集合之间的关系和运算的问题中,使用 Venn 图是重要的,有助于掌握、运用集合语言和其他数学语言.

正确地使用逻辑用语是现代社会公民应该具备的基本素质.无论是进行思考、交流,还是从事各项工作,都需要正确地运用逻辑用语表达自己的思想.

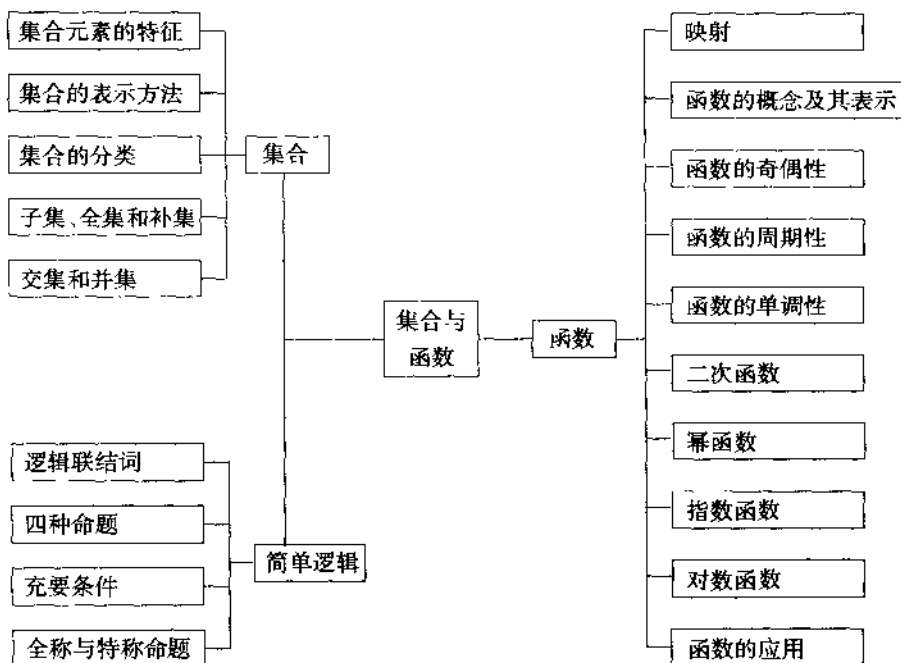
函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型,是数集之间的一种特殊的对应关系,表示了变量之间的依赖关系.函数思想的实质就是用联系、变化的观点提出数学对象,建立函数关系,求得问题解决.运用集合与对应的语言刻画函数,运用函数的思想方法解

决数学问题贯穿了高中数学课程的始终.

要会运用指数函数、对数函数等基本初等函数,建立数学模型,初步运用函数思想理解和处理现实生活和社会中的简单问题.还要学会利用函数的性质求方程的近似解,体会函数与方程的有机联系.

本章内容在高考解答题中,文科大多以对数函数为背景,结合对数运算,以考查对数函数的性质及图象等题型为主.

此外,也要认真准备应用题型、探索题型和综合题型,要加大训练力度,要重视关于一次函数、二次函数、对数函数的综合题型,重视关于函数的数学建模问题,重视代数与解析几何的综合题型,重视函数在经济活动和生活中的应用问题,学会用数学思想和方法寻求规律找出解题策略.



第1课

集合的概念

复习目标:

1. 了解集合的含义,体会元素与集合的“属于”关系,掌握常用数集的记法.
2. 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.
3. 能用集合的列举法或描述法表示具体的数学问题,感受集合语言的意义和作用.
4. 了解全集与空集的含义.



1. 集合中的元素具有三个特性:确定性、互异性、无序性.

2. 元素与集合之间用符号 $\in$ 或 $\notin$ 表示,集合与集合之间的关系用 $\subseteq$ 、 $\subset$ 、 $=$ 等符号表示.

3. 如果集合 A 中的任意元素都在集合 B 中,则

称 A 是 B 的子集. 如果 A 是 B 的子集,且 B 中至少有一个元素不属于 A ,则称 A 是 B 的真子集. 如果集合 A 是 B 的子集,同时 B 也是 A 的子集,则称 A, B 相等.

例 题 评 析

【例1】完成下面一组典型的基础练习:

(1) 已知集合 $M = \{x | x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x = 2k+1, k \in \mathbb{Z}\}$, 若 $m \in M, n \in N$, 设 $d = m + n$, 则

A. $d \in M$ B. $d \in N$ C. $d \subseteq M$ D. $d \subseteq N$

(2) 已知集合 $S = \{a, b, c\}$ 中的三个元素为 $\triangle ABC$ 的三边长, 那么 $\triangle ABC$ 一定不是

A. 锐角三角形 B. 直角三角形
C. 钝角三角形 D. 等腰三角形

(3) 设集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 5x - 6 = 0\}$, 则 A 可用列举法表示为_____.

(4) 已知集合 $M = \{0, 1\}$, 集合 $P = \{x | x \in M\}$, 则集合 M 与集合 P 之间的关系是_____.

(5) (2003 上海春) 设集合 $A = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是_____.

解: (1) m 是偶数, n 是奇数, $d = m + n$ 为奇数, 所以 $d \in N$.

(2) 由集合中的元素的互异性, 可知 a, b, c 彼此不相等, 所以 $\triangle ABC$ 一定不是等腰三角形.

(3) 方程 $x^2 + 5x - 6 = 0$ 的解为 $x = 1$ 或 -6 .

(4) P 是由 M 中的所有元素组成的集合, 所以 $M = P$.

(5) $A = [-2, 2]$, $B = [a, +\infty)$, $A \subseteq B$, 所以 $a \leq -2$.

【例2】设集合 M 可表示为 $\left\{m, \frac{n}{m}, 1\right\}$, 也可以表示为 $\{m^2, m+n, 0\}$, 求 m, n 的值.

分析: 此题考察集合相等的定义及集合的性质——元素的互异性, 可从 $0 \in \left\{m, \frac{n}{m}, 1\right\}$ 入手进行求解.

解: $\because \left\{m, \frac{n}{m}, 1\right\} = \{m^2, m+n, 0\}$,

$\therefore 0 \in \left\{m, \frac{n}{m}, 1\right\}$, 而 $m \neq 0$, 所以 $\frac{n}{m} = 0$,

即 $n = 0$,

$\therefore \{m, 0, 1\} = \{m^2, m, 0\}$

$\therefore m^2 = 1$, 且 $m \neq 1$

$\therefore m = -1$.

点评: 本题易得到错误答案 $m = 1$, 这是由于忽视了集合元素的互异性这一隐含条件.

【例3】若 $A = \{y | y = x^2 + 2x + 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{s | s = m^2 + 6m + 12, m \in \mathbb{R}\}$, 试求集合 A, B 之间的关系.

分析: 集合 A, B 都是二次函数的值域, 故分别求出这两个二次函数的值域, 就可以判断集合 A, B 的关系.

解: $\because y = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \geq 0$,

$s = m^2 + 6m + 12 = (m+3)^2 + 3 \geq 3$

$\therefore A = [0, +\infty)$, $B = [3, +\infty)$

$\therefore A \supseteq B$.

点评: 本题易被集合 A 与 B 的形式所迷惑, 或误解为求函数的定义域. 在解这类题时一定要看清楚集合的元素. 如 $A = \{x | y = \sqrt{x+1}\}$, 则集合 A 表示的是函数 $y = \sqrt{x+1}$ 的定义域, $A = [-1, +\infty)$; $B = \{y | y = \sqrt{x+1}\}$, 则集合 B 表示的是函数 $y = \sqrt{x+1}$ 的值域, $B = [0, +\infty)$.

【例4】已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}\}$. 若 A 中至多有一个元素, 求 a 的取值范围.

分析: 讨论方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 的实数根的情况, 分方程恰有一个实数根, 没有实数根这两类讨论, 确定 a 的取值范围.

解: 因为 A 中至多有一个元素, 所以方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 恰有一个实数根, 或没有实数根.

当 $a = 0$ 时, $x = -\frac{1}{2}$, 方程只有一个实数根; 当 $a \neq 0$ 时, $\Delta = 4 - 4a \leq 0$, 解得 $a \geq 1$, 此时方程有一个实数根或没有实数根.

综上所述, a 的取值范围为 $\{0\} \cup [1, +\infty)$.

点评: $a = 0$ 这种情况容易被忽视, 应加强分类讨论的意识.

规律总结

1. 集合中元素的互异性, 在解题中经常用到.



是易忽视的隐含条件,应引起注意.

2. 应当特别关注 $\emptyset$, 尤其是考察两个集合的关系时, 不要忽视 $\emptyset$. $\emptyset$ 是任何非空集合的子集.

3. 解题中还应当注意分类讨论、数形结合等数学思想方法的运用, 培养主动运用数学思想方法的习惯.

能力训练

基础达标

1. 下列各种表示中正确的一个是

- A. $\{0\} \in \mathbf{R}$ B. $\emptyset \in \{0\}$
C. $\emptyset = \{0\}$ D. $\emptyset \subseteq \{0\}$

2. 集合 $\{x | -2 \leq x \leq 1, x \in \mathbf{N}\}$ 用列举法可表示为

- A. $\{-2, -1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 0\}$
C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

3. (2003 安徽春) 已知集合 $S = \{a, b, c, d, e\}$, 则包含 $\{a, b\}$ 的 S 的子集有 个.

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 8

4. (2000 广东) 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 那么 A 的真子集的个数是 .

5. (2004 湖北) 设 $A = \{a | a \text{ 使方程 } ax^2 + 2x + 1 = 0 \text{ 有惟一实数解}\}$, 则 $A =$.

6. 已知集合 $A = \{1, 3, -x^2\}$, $B = \{1, x+2\}$, 若 $B \subseteq A$, 求 x .

培养能力

7. (2004 上海) 函数 $f(x) = \sqrt{2 - \frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A , $g(x) = \lg[(x-a-1)(2a-x)]$ ($a < 1$) 的定义域为 B . (1) 求 A ; (2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

探究创新

8. 已知集合 $A = \{x | \text{不等式 } \left| a + \frac{3}{4} \right| - \left| a - \frac{1}{8} \right| > x \text{ 对任意的实数 } a \text{ 恒成立}\}$, 判断 $\emptyset$ 是否属于集合 A .

第2课

集合的运算

复习目标:

1. 理解并掌握集合的交、并、补运算, 能够利用这些集合语言、思想解决有关的问题.
2. 会利用数形结合的思想, 将集合用韦恩图或数轴表示出来, 帮助理解或解决问题.

知识梳理

1. 由属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合, 称为集合 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$.

2. 由属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合, 称为集合 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$.

3. 对于一个集合 A , 由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集, 记作 $\complement_U A$.

例 题 评 析

【例1】完成下面一组典型的基础练习:

(1)(2005 北京)设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $M=\{x|x>1\}$, $P=\{x|x^2>1\}$, 则下列关系中正确的是

- A. $M=P$ B. $P\subsetneq M$
C. $M\subsetneq P$ D. $\complement_U M \cap P = \emptyset$

(2)(2002 江苏)设集合 $A=\{1,2\}$, $B=\{1,2,3\}$, $C=\{2,3,4\}$, 则 $(A \cap B) \cup C$ 等于

- A. $\{1,2,3\}$ B. $\{1,2,4\}$
C. $\{2,3,4\}$ D. $\{1,2,3,4\}$

(3)(2004 全国 I)设集合 $M=\{(x,y)|x^2+y^2=1, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, $N=\{(x,y)|x^2-y=0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 则集合 $M \cap N$ 中元素的个数为_____.

(4)若集合 $M=\{y|y=2^x\}$, $N=\{y|y=\log_5 \sqrt{x^2+1}\}$, 则 $M \cup N =$ _____.

(5)集合 $P=\{x,1\}$, $Q=\{y,1,2\}$, 其中 $x, y \in \{1,2,3,\dots,9\}$, 且 $P \subseteq Q$. 把满足上述条件的一对有序整数对 (x,y) 作为一个点的坐标, 则这样的点的个数有_____个.

解: (1) $x^2>1 \Leftrightarrow x>1$ 或 $x<-1$; 所以 $P=\{x|x>1$ 或 $x<-1\}$.

(2) $A \cap B = \{1,2\}$, $(A \cap B) \cup C = \{1,2\} \cup \{2,3,4\} = \{1,2,3,4\}$.

(3) M 是坐标系中单位圆上所有点组成的集合, N 是以 y 轴为对称轴的一条抛物线上所有点组成的集合, 由图象可知, 这两个集合有两个公共点, 即 $M \cap N$ 中有 2 个元素.

(4) $M=\{y|y>0\}$, $N=\{y|y \leq 0\}$, $M \cup N = \mathbf{R}$.

(5) 因为 $P \subseteq Q$. 所以 $x \in Q$. 因为 $y \neq 1, y \neq 2$, 则 y 可以取 3, 4, $\dots, 9$. 若 $x=2$, 则符合要求的点的坐标 (x,y) 有 7 个. 若 $x=y$, 符合要求的点也有 7 个. 所以一共有 14 个.

【例2】已知 $A=\{y|y=x^2-4x+3, x \in \mathbf{R}\}$, $B=\{y|y=-x^2-2x+2, x \in \mathbf{R}\}$, 求 $A \cap B$.

解: 由 $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1 \geq -1$,

得 $A=[-1, \infty)$.

由 $y=-x^2-2x+2=-(x+1)^2+3 \leq 3$,

得 $B=(-\infty, 3]$.

所以 $A \cap B = [-1, 3]$.

点评: 本题要认真审题, 弄清楚集合 A, B 中元素的特征. 题意是要求两个函数的值域的交集, 而不是求两个方程所组成的方程组的解.

【例3】(2000 上海春) 已知 $\mathbf{R}$ 为全集, $A=\{x|\log_{\frac{1}{2}}(3-x) \geq -2\}$, $B=\{x|\frac{5}{x+2} \geq 1\}$, 求 $\complement_{\mathbf{R}} A \cap B$.

分析: 分别解对数不等式和分式不等式, 将集合 A, B 化简再求解.

解: 由 $\log_{\frac{1}{2}}(3-x) \geq -2 = \log_{\frac{1}{2}} 4$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 为减函数, 可得 $\begin{cases} 3-x \leq 4 \\ 3-x > 0 \end{cases}$

解得 $-1 \leq x < 3$. 所以 $A=\{x|-1 \leq x < 3\}$.

又由 $\frac{5}{x+2} \geq 1$ 得 $\frac{5-(x+2)}{x+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{3-x}{x+2} \geq 2$

$\begin{cases} (x-3)(x+2) \leq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}$ 解得 $-2 < x \leq 3$,

所以 $B=\{x|-2 < x \leq 3\}$.

于是 $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x|x < -1$ 或 $x \geq 3\}$,

$\complement_{\mathbf{R}} A \cap B = \{x|-2 < x < -1$ 或 $x=3\}$.

点评: 本题主要考查集合、对数性质、不等式等知识, 以及综合运用知识能力和运算能力.

【例4】当实数 a 为何值时, 不等式 $|ax+2| < 6$ 的解集为 $(-1, 2)$.

分析: 可根据 a 的不同取值情况, 求解不等式, 然后与其解集 $(-1, 2)$ 进行比较.

解: $\because |ax+2| < 6, \therefore -6 < ax+2 < 6, -8 < ax < 4$

当 $a > 0$ 时, 有 $-\frac{8}{a} < x < \frac{4}{a}$, 而已知原不等式的

解集为 $(-1, 2)$,

所以有 $\begin{cases} \frac{4}{a} = 2 \\ -\frac{8}{a} = -1 \end{cases}$, 此方程无解.



当 $a < 0$ 时, 有 $-\frac{8}{a} < x < \frac{4}{a}$, 所以有 $\begin{cases} -\frac{8}{a} = 2 \\ \frac{4}{a} = -1 \end{cases}$

解得 $a = -4$.

当 $a = 0$ 时, 原不等式的解集为 $\mathbf{R}$, 与题设不符.

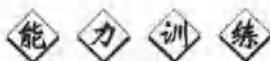
综上所述, $a = -4$.

点评: 本题主要考查含绝对值不等式的解法, 方程的根与不等式解集的关系, 考查了分类讨论的数学

思想方法及逻辑思维能力.

规律总结

有关集合的高考试题考查的重点是集合与集合之间的关系, 考查抽象思维能力, 综合近年来的试题情况, 应加强集合的计算化简的能力, 要能灵活运用数形结合的思想, 运用 Venn 图, 利用特殊化的思想来解题.



基础达标

1. (2000 全国) 设集合 $A = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } -10 \leq x \leq -1\}$, $B = \{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } |x| \leq 5\}$, 则 $A \cup B$ 中的元素个数是

A. 11 B. 10 C. 16 D. 15

2. (1999 全国 I) 如图 2-1, I 是全集, M, P, S 是 I 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是

A. $(M \cap P) \cap S$ B. $(M \cap P) \cup S$
C. $(M \cap P) \cap \complement_I S$ D. $(M \cap P) \cup \complement_I S$

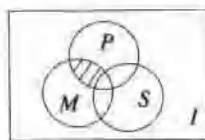


图 2-1

3. (2005 湖北) 设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P + Q = \{a + b | a \in P, b \in Q\}$. 若 $P = \{0, 2, 5\}$, $Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P + Q$ 中元素的个数是

A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

4. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, a^2 - 1, 4\}$, $\complement_U A = \{2, a + 3\}$, 则实数 a 的值为_____.

5. (1996 上海) 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 则 $M \cap N =$ _____.

6. 设集合 $A = \{x | |x - a| < 3\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$, 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 求实数 a 的取值范围.

培养能力

7. 已知 $P = \{(x, y) | (x + 2)^2 + (y - 3)^2 \leq 4\}$, $Q = \{(x, y) | (x + 1)^2 + (y - m)^2 \leq \frac{1}{4}\}$, 且 $P \cap Q = Q$, 求 m 的取值范围.

8. 已知集合 $E = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $F = \{x | x^2 - ax + (a - 1) = 0\}$, $G = \{x | x^2 - bx + 2 = 0\}$, 问: 是否存在实数 a, b , 使 $F \subseteq E$ 和 $G \subseteq E$ 同时成立? 若存在, 求出 a, b 的值; 若不存在, 说明理由.

探究创新

9. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 A, B 都是 U 的子集, 若 $A \cap B = \{1, 3, 5\}$, 则称 A, B 为“理想配集”, 记作 (A, B) . 这样的“理想配集” (A, B) 共有多少个?

第3课

常用逻辑用语

复习目标:

1. 学习命题, 关键是理解命题的构成和逻辑联结词的含义, 掌握四种命题的关系.
2. 判断充要条件的方法有定义法、集合关系法、四种命题关系法等.
3. 全称命题的否定是特称命题, 特称命题的否定是全称命题. 通过举反例的方法可以否定一个全称命题.



1. 原命题: 若 p , 则 q ; 逆命题: 若 q , 则 p ; 否命题: 若 $\neg p$, 则 $\neg q$; 逆否命题: 若 $\neg q$, 则 $\neg p$.

2. 四种命题之间的真假关系: ①原命题为真时, 其逆命题和否命题不一定为真, 只有其逆否命题为真; ②原命题的逆命题和否命题互为逆否, 它们同真同假.

3. 充分条件、必要条件、充要条件的概念.

4. 从集合观点看, 若集合 $P \subseteq Q$, 则 P 是 Q 的充分条件; 若集合 $Q \subseteq P$ 则 P 是 Q 的必要条件; 若集合 $P \subsetneq Q$, 则 P 是 Q 的充分不必要条件; $Q \subsetneq P$, 则 P 是 Q 的必要不充分条件; 若 $P = Q$, 则 P 是 Q 的充分必要条件; 若 $P \not\subseteq Q, Q \not\subseteq P$, 则 P 是 Q 的非充分非必要条件.

5. 逻辑联结词: “或”、“且”、“非”等这些词叫做逻辑联结词. “或”具有选择性, “且”具有同时性, “非”具有否定性. 非 $p(\neg p)$ 形式复合, p 且 $q(p \wedge q)$ 形式复合, p 或 $q(p \vee q)$ 形式复合, 命题的真假性判断.

6. 短语“对所有的”“对任意一个”在逻辑中通常叫做全称量词, 用符号“ $\forall$ ”表示, 含有全称量词的命题称为全称命题; 短语“存在一个”“至少有一个”叫做存在量词, 用符号“ $\exists$ ”表示, 含有存在量词的命题, 称为特称命题.

7. 全称命题的否定: 全称命题 $P: \forall x \in M, p(x)$; 它的否定 $\neg P: \exists x \in M, \neg p(x)$. 特称命题的否定: 特称命题 $P: \exists x \in M, p(x)$; 它的否定 $\neg P: \forall x \in M, \neg p(x)$.



【例1】完成下面一组典型的基础练习:

(1) 与命题“若 $m \in M$, 则 $n \in M$ ”等价的命题是

- A. 若 $m \notin M$, 则 $n \notin M$ B. 若 $n \notin M$, 则 $m \in M$
C. 若 $m \in M$, 则 $n \in M$ D. 若 $n \in M$, 则 $m \in M$

(2) 命题“若 $A \cup B = A$, 则 $A \cap B = B$ ”的否命题是

- A. 若 $A \cup B \neq A$, 则 $A \cap B \neq B$
B. 若 $A \cup B = B$, 则 $A \cap B = A$
C. 若 $A \cup B \neq B$, 则 $A \cap B \neq A$
D. 若 $A \cup B \neq A$, 则 $A \cap B = B$

(3) 命题“若 $a > 1$, 则 $a > 0$ ”的逆命题是 _____, 逆否命题是 _____.

(4) 写出命题“ $\exists x \in M, x^2 < x^3$ ”的否定 _____.

(5) 命题“ $m = 1$ ”是命题“函数 $y = x^{m^2 - 4m + 5}$ 是二次函数”的 _____ 条件.

解: (1) 原命题与逆否命题是一等价命题.

(2) 否命题既对原命题的条件否定也对结论否定.

(3) 逆命题由原命题的条件与结论互换得出.

(4) 特称命题的否定是全称命题.

(5) 当 $m = 1$ 时, 函数 $y = x^{m^2 - 4m + 5} = x^2$ 是二次函数, 当函数 $y = x^{m^2 - 4m + 5}$ 是二次函数时, 则 $m^2 - 4m + 5$



$\neq 2$, 则 $m=1$ 或 $m=3$.

答案: (1) D; (2) A; (3) 逆命题: 若 $a > 0$, 则 $a > 1$; 逆否命题: 若 $a \leq 0$, 则 $a \leq 1$; (4) $\forall x \in M, x^2 \geq x^3$; (5) 充分不必要.

【例2】若 $m \leq 1$ 或 $n \leq 1$, 则 $m+n \leq 2$, 写出其逆命题、否命题、逆否命题, 同时指出它们的真假.

分析: 弄清楚条件的形式, 学会否定命题的题设和结论是本题的关键.

解: 逆命题: 若 $m+n \leq 2$, 则 $m \leq 1$ 或 $n \leq 1$, 逆命题为真. 否命题: 若 $m > 1$ 且 $n > 1$, 则 $m+n > 2$, 否命题为真. 逆否命题: 若 $m+n > 2$, 则 $m > 1$ 且 $n > 1$, 否命题为假.

点评: 逆命题与否命题是等价的, 原命题与逆否命题是等价的; 命题的否定形式与命题的否命题不同, 前者是只否定原命题的结论, 而后者是同时否定条件和结论.

【例3】 $\begin{cases} x > 2 \\ y > 2 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} x+y > 4 \\ xy > 4 \end{cases}$ 的什么条件? 并说明理由. 你能找出 $\begin{cases} x > 2 \\ y > 2 \end{cases}$ 成立的一个充要条件吗?

分析: 学会找反例, 是解决这类题目的关键.

解: 当 $x > 2, y > 2$, 有 $x+y > 4, xy > 4$.

$$\text{即 } \begin{cases} x > 2 \\ y > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y > 4 \\ xy > 4 \end{cases}$$

反之不一定成立, 例如当 $x=1 < 2, y=6$ 时, 有 $x+y=7 > 4, xy=6 > 4$,

$$\text{即 } \begin{cases} x+y > 4 \\ xy > 4 \end{cases} \text{ 推不出 } \begin{cases} x > 2 \\ y > 2 \end{cases}$$

所以 $\begin{cases} x > 2 \\ y > 2 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} x+y > 4 \\ xy > 4 \end{cases}$ 充分不必要条件.

显然,

$$\begin{cases} x > 2 \\ y > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ y-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2) + (y-2) > 0 \\ (x-2)(y-2) > 0 \end{cases}$$

所以 $\begin{cases} (x-2) + (y-2) > 0 \\ (x-2)(y-2) > 0 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} x > 2 \\ y > 2 \end{cases}$ 成立的一个

充要条件.

点评: 判断充分、必要、充要条件, 应该分别根据“若 p , 则 q ”与“若 q , 则 p ”的真假性进行, 定义是判断这类问题的基本依据.

【例4】已知 $p: |1 - \frac{x-1}{3}| \leq 2, q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$, 且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件, 求实数 m 的范围.

分析: $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件, 即 $\neg p \not\Rightarrow \neg q$, 但 $\neg q \Rightarrow \neg p$, 然后转化为集合间的关系.

解: 由 $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0$ 得 $1-m \leq x \leq 1+m$, 所以 $\neg q: A = \{x | x > 1+m \text{ 或 } x < 1-m, m > 0\}$; 由 $|1 - \frac{x-1}{3}| \leq 2$ 得 $-2 \leq x \leq 10$, 所以 $\neg p: B = \{x | x > 10 \text{ 或 } x < -2\}$. 因为 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件, 所以

$$A \subsetneq B \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1-m \leq -2 \text{ (注意 } 1-m = -2 \text{ 与 } 1+m = 10 \\ 1+m \geq 10 \end{cases}$$

不可能同时成立) 解得 $m \geq 9$.

点评: 在涉及到求字母参数的取值范围的充要条件问题中, 往往要利用集合的包含、相等关系来考虑问题.

规律总结

1. 判断一个命题为假命题时, 只需要列举一个反例即可.

2. 怎样判断 P 是 Q 的什么条件? 一种重要的方法是集合法: 若集合 $P \subseteq Q$, 则 P 是 Q 的充分条件; 若集合 $Q \subseteq P$, 则 P 是 Q 的必要条件; 若集合 $P \subsetneq Q$, 则 P 是 Q 的充分不必要条件; $Q \subsetneq P$, 则 P 是 Q 的必要不充分条件; 若 $P=Q$, 则 P 是 Q 的充分必要条件. 其次举反例是“ $P \not\Rightarrow Q$ ”的最好方法, 只要找到一个反例便得出“ $P \not\Rightarrow Q$ ”的结论.

3. 命题的否定与否命题是完全不同的概念. 命题的否定是原命题的矛盾命题, 两者的真假性必然是一真一假或一假一真; 而否命题与原命题可能是同真同假, 也可能一真一假.

4. 求充要条件的思路是: 先求必要条件, 再证明这个必要条件是充分条件.



基础达标

1. “ $x^2 - 3x + 2 > 0$ ”是“ $x < 1$ 或 $x > 4$ ”的
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
2. (2005 北京) “ $m = \frac{1}{2}$ ”是“直线 $(m+2)x + 3my + 1 = 0$ 与直线 $(m-2)x + (m+2)y - 3 = 0$ 相互垂直”的
 - A. 充分必要条件
 - B. 充分而不必要条件
 - C. 必要而不充分条件
 - D. 既不充分也不必要条件
3. (2005 重庆) 已知 α, β 为锐角, 若 $p: \sin \alpha < \sin(\alpha + \beta)$, $q: \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$, 则 p 是 q 的
 - A. 充分而不必要条件
 - B. 必要而不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件

4. (2005 福建) 已知 $p: |2x-3| < 1, q: x(x-3) < 0$, 则 p 是 q 的_____条件.
5. 有下列四个命题:
 - ①命题“若 $xy = 1$, 则 x, y 互为倒数”的逆命题.
 - ②命题“面积相等的三角形全等”的否命题.
 - ③命题“若 $m \leq 1$, 则 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实根”的逆否命题.
 - ④命题“若 $A \cap B = B$, 则 $A \subseteq B$ ”的逆否命题.
 其中是真命题的是_____(填上你认为正确命题的序号).
6. 已知命题 $p: |x^2 - x| \geq 6, q: x \in \mathbb{Z}$, 若“ $p \wedge q$ ”与“ $\neg q$ ”同时为假命题, 求 x 的值.

培养能力

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + \lg c$, 求数列 $\{a_n\}$ 是等差数列的充要条件.
8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = p^n + q$ ($p \neq 0, p \neq 1$), 求数列 $\{a_n\}$ 是等比数列的充要条件.

探究创新

9. 写出命题“ $\forall \varepsilon > 0, \exists N > 0, \forall n > N, \text{有 } |a_n - A| < \varepsilon$ ”的否定.

第4课

简易逻辑的应用



1. 原命题与逆否命题的等价性.
2. 用反证法证明命题的一般步骤是: ①假设问题的结论不成立, 即假设结论的反面成立. ②从这个假设出发(当作一个已知条件), 经过合理的数学推理, 得出矛盾. ③由矛盾判定假设不正确, 从而肯定命题

的结论正确.

3. 反证法中引出矛盾的几种常见形式: 与定义、公理、定理矛盾; 与已知条件矛盾; 与假设矛盾; 自相矛盾.
4. 充分条件、必要条件、充要条件的判定及其在

复习目标:

1. 会利用原命题与逆否命题的等价性解题.
2. 会利用反证法证明一些简单问题.
3. 掌握充分条件、必要条件及充要条件的意义, 并能解决一些简单问题.
4. 了解全称量词、全称命题、存在量词、特称命题的概念以及它们之间的关系, 理解含有一个量词的否定, 并能解决一些简单问题.