



学习的奥秘

Kuowidexunmi

青少年数学竞赛

掌握数学的

SHU XUE

奥秘

刘丽◎编著



培养良好学习兴趣
掌握优秀学习方法

中国社会科学出版社
中国文联出版社



学习的奥秘

Kuexidream

青少年提高学习成绩必备

学好数学的

SHU XUE

奥秘

刘丽◎编著

中国社会科学出版社
中国文联出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

学好数学的奥秘 / 刘丽编著. —北京: 中国文联出版社 /
中国社会科学出版社, 2005.1

ISBN 7-5059-4007-4

I.学… II.刘… III.数学课—中学—课外读物 IV.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 000559 号

书 名	学好数学的奥秘
编 著	刘 丽
出 版	中国文联出版社 中国社会科学出版社
发 行	中国文联出版社 发行部 (010-65389152) 中国社会科学出版社 发行部 (010-84029453)
地 址	北京农展馆南里 10 号(100026) 北京鼓楼西大街甲 158 号(100720)
经 销	全国新华书店
责任编辑	鄢晓霞 陈 彪
特约编辑	丁玉灵
责任校对	曹 静
责任印制	王炳图 李寒江
印 刷	北京隆昌伟业印刷有限公司
开 本	850 × 1168 1/32
字 数	213 千字
印 张	8.5
插 页	2 页
版 次	2005 年 1 月第 1 版第 1 次印刷
书 号	ISBN 7-5059-4007-4/I · 3114
定 价	16.80 元

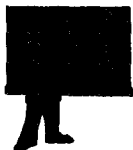
您若想详细了解出版社的出版物

请登陆我们出版社的网站 <http://www.cflacp.com>

<http://www.csspw.cn>

图书如有质量问题请与中国社会科学出版社发行部联系

版权所有，侵权必究



目 录

代数故事

有理数

无所不在的“5”	2
回数之谜	5
不能做除数的“0”	7
“0”表示什么	8
循环小数	9
无限的素数	12
素数的有趣特性	14
特殊的“76”	16
什么是“哥德巴赫猜想”	17
什么是“ $3x+1$ 问题”	19

运 算

猫捉老鼠的问题	21
“韩信点兵”	23
沈括数酒坛	25
牛顿的牛吃草问题	27
后面几个“0”?	29
天资聪颖的维纳	31
“4”加“6”可以等于“4”	33
取球游戏	37
游戏2	39
考爱因斯坦的题	41



方 程

仙鹤图之谜	43
时钟里的奥秘	47
挑战出来的方程解法	49
龙卷风里的奥秘	51
关于公式求解	53
2000年1月1日是星期几?	55
“鸡兔同笼问题”的解决方法	57
“百鸡问题”的解决方法	59
带“惊叹号”的方程	61

不 等 式

百合与玫瑰	63
取水绳索的长度	65
排印错误	69
怎样做最省材料	71
填单位游戏	74

数 的 开 方

神奇的母鸡	75
阿贝尔的故事	79
希伯斯与毕达哥拉斯的故事	81
二项式定理史略	83
真正的发明人	87
“贾宪三角”的作用	89
怎样判断	91
平方与立方	92
有意思的平方和	94



几何故事

线、角

兔子的投递路线	98
公平分地	101
怎样求最短的路程	103
卡瓦列利原理	105
另一个几何世界	108
自行车里的几何学	109
七色彩虹中的几何学	113
趣味题	115

三角形

中国的三角测量史略	117
希腊的三角学	119
印度的三角学	123
阿拉伯在三角学的贡献	124
三角学的最初几步	126
平面三角学的发展史	129
黄金分割与分角线	131
六十四等于六十五的奥妙	133
特殊边长的三角形	137

四边形

最受欢迎的矩形	139
巧拼正方形	140
农场主分地	142
任意四边形对边中点距离之积等于它的面积吗	144
小说中的数学故事	146



倾斜的长方体水槽表面可以有哪几种图形 148

解析几何

几何问题代数解法 150

笛卡儿与解析几何 152

业余数学家创造出新曲线 156

圆

纪塔娜怎样圈地 158

“祖率”是怎样算出的 160

巧记圆周率 162

不一般的待客方式 164

拿破仑做几何题 166

开普勒与葡萄酒桶 168

化圆为方的难题 170

中国的几何之父——刘徽 172

不相容的圆形 174

概率故事

机会游戏 178

有趣的频率试验 181

吉利亚小时候的故事 183

同日生的同班同学 186

由苹果和抽屉得到的原理 188

先抽签好还是后抽签好 190

统计故事

统计学的开端 194



统计学大发展	196
人口数量的统计	198
怎样排座位?	200
兴趣调查	202

逻辑故事

乒乓球比赛的胜负	206
巧算考试成绩	207
父母帽子的颜色	209
数理逻辑发展的故事	210
生活里的逻辑	212
问路	214
趣味题 1	216
一个永恒的谜	218
趣味题 2	223

名人数学故事

伟大的数学家高斯	226
阿基米德之死	229
病床上做出的学问	231
铁窗下的黄金岁月	233
希尔伯特的分辩	235
爱因斯坦补习数学的故事	236
陈景润的趣事	238
一篇没有完成的论文	240
难证的“四色问题”	242



华罗庚的故事	245
画法几何的秘密	247
宋代数学教育家	249
数学界的“金字塔”	251
孤独的科学巨星	253
《几何原本》的故事	255
中国现代第一位数学博士	258
牛顿与微积分的故事	260
莱布尼茨与微积分	263

目

录

代数故事



有理数

无所不在的“5”

代数故事



“5”这个数，在日常生活中到处可见，正常情况下，人的每只手有5个手指，每只脚有5个脚趾；钞票面值有5元、5角、5分；秤杆上，表示5的地方刻有一颗星；在算盘上，一粒上珠代表5；不少的花如梅花、桃花都有5个花瓣；海洋中的一种色彩斑斓的无脊椎动物海星，它的肢体有5个分叉，呈五角星状。

总之，“5”这个数无所不在。当然数学本身不能没有它。

在数学上，只有5种正多面体——正四面体、正六面体（立方体）、正八面体、正十二面体与正三十面体。5阶以下的有限群一定是可交换群；一般的二次、三次和四次代数方程都可以用根式求解，但一般的五次方程就无法用根式来求解。5还是一个素



数，5 和它前面的一个素数 3 相差 2，这种差 2 的素数在数论中有个专门名词叫孪生素数。人们猜测孪生素数可能有无穷多，而 3 和 5 则是最小的一对孪生素数。

前些年，美国数学家马丁·加德纳曾描述过一个有趣的人物——矩阵博士。

这位博士是个美国人，他的妻子是日本人，但早已亡故，只留下一个混血种的女儿伊娃。他们父女二人相依为命，博士常带着女儿漂洋过海，闯荡江湖，在世界各地都有他们的足迹。

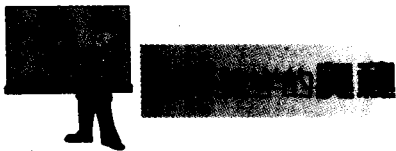
博士对数论、抽象代数有许多精辟之见。虽然他说的话乍一听似乎荒诞不经，可拿事实去验证他所说的离奇现象与规律时，却又发现博士的“预言”都是正确的。

有一次，博士来到印度的加尔各答。他说古道今，大谈“无所不在的 5”。

博士指出，在印度的寺庙里，供奉着许多降魔金刚，信仰这些金刚的教派之中心教义一共有 5 条，其中一条是所谓宇宙的永劫轮回说，即认为宇宙经过 5 百亿年的不断膨胀后，又要经过 5 百亿年的不断收缩，直到变成一个黑洞，然后又开始新一轮的膨胀与收缩。如此周而复始，循环不已。降魔金刚手中，还拿着宇宙膨胀初期的“原始火球”呢！在这里，博士曾几次提到 5 这个数字。

向克斯曾把 π 的小数值算到 707 位，以前这被认为是一项了不起的工作。自从近代电子计算机发明以后，他的工作简直不算一回事了。现在 π 值的记录一再被打破，最新的记录是 100 万位，这是由法国人计算出来的。有意思的是，矩阵博士在这项计算以前，就作了大胆的预言！这究竟是用什么办法知道的呢？博士却秘而不宣。

循环往复的周期现象，在科技史上曾起过重大作用，门捷列夫发现元素周期表，就是突出的一例。下面请读者来看一下与 5



有关的有趣现象。

请任选两个非 0 的实数，如 π 与 76，并准备一个袖珍电子计算器。假定计算器数字长八位，那么， π 的八位数值是 3. 1415926。现在请把第二数 76 加上 1 作为被除数，把第一个数 π 作为除数做一下除法，即：

$$(76 + 1) \div 3. 1415926 = 24. 509861$$

我们把显示在计算器上的 24. 509861 称为第三数，然后再重复上述过程，把第三数加上 1，把第二数作为除数，这就得到了第四位数；0. 335656，以此类推，可得到第五数、第六数……

也许我们会认为，这些数字都没有规律可循，照这样下去，真是“味同嚼蜡”。然而，当算到第六数时，你将会大吃一惊，原来第六数是 3. 1415931，略去这一数字后面二位因计算时四舍五入造成差异的小数，它竟和第一数的 π 相等， π 又回来了！如果你还不太相信，不妨再挑选一些整数，结果保证令人满意。我们可以得出结论，5 是一个循环周期，第六数与第一数完全一样，第七数与第二数完全一样……要知道，这个秘密最初也是矩阵博士想到的呢！

我们且不去计较矩阵博士是否真有其人，可是这神奇的、无所不在的 5，却不能不引起人们的极大兴趣，引诱人们去探索和研究。



回数之谜

一提到李白，人们都知道这是我国唐代的大诗人，如果把“李白”两个字颠倒一下，变成，“白李”，这也可以是一个人的名字，此人姓白名李。像这样正着念、反着念都有意义的语言叫做回文，比如“狗咬狼”、“天和地”、“玲玲爱毛毛”，一般说来，回文是以字为单位的，也可以以词为单位写回文，回文与数学里的对称非常相似。

如果一个数，从左右两个方向来读都一样，就叫它为回文数，比如 101，32123，9999 等都是回文数。

数学里有个有名的“回数猜想”，至今没有解决，取一个任意的十进制数，把它倒过来，并将这两个数相加，然后把这个和数再倒过来，与原来的和数相加，重复这个过程直到获得一个回文数为止。

例如 68，要按上面介绍的方法，三步就可以得回文数 1111。

$$\begin{array}{r} 68 \\ + 86 \\ \hline 154 \\ + 451 \\ \hline 605 \\ + 506 \\ \hline 1111 \end{array}$$

“回数猜想”是说：不论开始时采用什么数，在经过有限步骤之后，一定可以得到一个回文数。

现在还没有人能确定这个猜想是对的还是错的，196 这个三位数可能成为说明“回数猜想”不成立的反例，因为用电子计算

机对这个数进行了几十万步计算，仍没有获得回文数，但是也没有人能证明这个数永远产生不了回文数。

数学家对同时是质数的回文数进行了研究，数学家相信回文质数有无穷多个，但是还没有人能证明这种想法是对的。

数学家猜想有无穷个回文质数，比如像 30103 和 30203 等，它们的特点是，中间的数字是连续的，而其他数字都是相等的。除 11 外必须有奇数个数字，因为每个有偶数个数字的回文数，必然是 11 的倍数，所以它不是质数，比如 125521 是一个有 6 位数字的回文数，按着判断能被 11 整除的方法：它的所有偶数位数字之和与所有奇数位数字之和的差是 11 的倍数，那么这个数就能被 11 整除，125521 的偶数位数字是 1, 5, 2；而奇数位数字是 2, 5, 1，它们和的差是

$$(1+5+2) - (2+5+1) = 0,$$

是 11 的倍数，所以 125521 可以被 11 整除，且

$$125521 \div 11 = 11411.$$

因而 125521 不是质数。

在回文数中平方数是非常多的，比如，

$$112 = 11^2$$

$$12321 = 111^2$$

$$1234321 = 1111^2$$

...

$$12345678987654321 = 111111111^2,$$

你随意找一些回文数，平方数所占的比例都比较大。

立方数也有类似情况，比如， $1331 = 11^3$ ， $1367631 = 111^3$

这么有趣的回文数，至今还存在着许多不解之谜。



不能做除数的“0”

我国的古代没有“0”这个符号，最初都有“不写”或“空位”来表示空的意思。《旧唐书》和《宋史》在讲论到历法时，都用“空”字来表示天文数据的空位。南宋时《律吕新书》把118098记作：“十一万八千□九十八”，可见当时是用□表示“0”，后来为了贪图书写时方便，将□顺笔改成为“0”形。

而从公元前约2000年至1500年左右，最古老的印度文献中，已有“0”这个符号的应用，“0”在印度表示空的位置。后来这个数字从印度传入阿拉伯，意思仍然表示空位。

下面我们来从两种情况，谈一谈0不能做除数的道理。

一种情况，如果被除数不是零，除数是零时，例如 $9 \div 0 = ?$ ，根据乘、除法的关系，就是说要找个数，使它与0相乘等于被除数9，但是任何数与0相乘都等于0，而绝不会等于9。

另一种情况是被除数和除数都是零，例如 $0 \div 0 = ?$ ，就是说要找个数，使它与0相乘等于0。因为零与任何数相乘都得零，所以要找的数不止一个，可以是任何数，那 $0 \div 0$ 的商不能得到一个确定的数，这是违反了四则运算结果的惟一性。因此零除以零是没有意义的。根据上述两种情况都可以看出零是不能做除数的。

当然，还可以从等分除法的意义上看，除数是0是不能存在。如有12本书，分给0个学生，平均每个学生分得几本，既然没有学生分这些书，就不可能求出每个学生分得几本，既然没有学生分这些书，就不可能求出每个学生分得几本书，所以0是不能做除数的。



“0”表示什么

数学老师问学生一个问题：“某电脑商店一周前有某型号电脑 20 台，一周内售出 20 台而没有进货，现在该店还有几台这种型号的电脑？”学生们一般都会很快地回答：20 台 - 20 台 = 0 台。这里，我们对 0 有了认识，给 0 下了个定义，就是：“0 表示没有。”

通常 0 是表示没有，但是，它的意义是不是仅表示没有呢？它除了表示没有以外，还表示什么呢？

在日常生活中，天气冷热经常变化，一般冬天气温大约在 0 摄氏度左右。0 摄氏度是不是表示没有温度呢？当然不是。如果 0 摄氏度表示没有温度，那么，0 华氏度也表示没有温度吗？0 华氏度就是 0 下 $17\frac{7}{9}$ 摄氏度。我们知道，0 摄氏度的温度比 0 下 $17\frac{7}{9}$ 摄氏度的温度高，0 摄氏度的气温比 0 下 $17\frac{7}{9}$ 摄氏度的气温暖，不能说它没有温度，这样矛盾的事情怎样解决呢？

0 本身充满着矛盾。拿 0 的作用来讲，因为任何多个 0 相加，它们的和还是 0，岂不是很渺小吗？但是我们也可以说 0 的影响很大，如果有许多个因数相乘，其中只要有一个因数是 0，它们的积就是 0，你看这个 0 的影响不是很大吗？这样矛盾的事情在数学上的例子是不少的，不是不变的。对小学生来说，0 是表示没有。但对中学生来说，0 可以表示起始。在数学运算中，0 还扮演着一个很重要的角色呢。在电子计算机里，0 的作用就更大了，因为电子计算机采用 0 与 1 这两个基本数码的二进制制，任何数码都由这两个基本数码组成。