普通高中课程标准实验教科书

数学 选修 3－1

数学史选讲

教师教学用书

人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学教材实验研究组 编著

人民教育出版社

B版

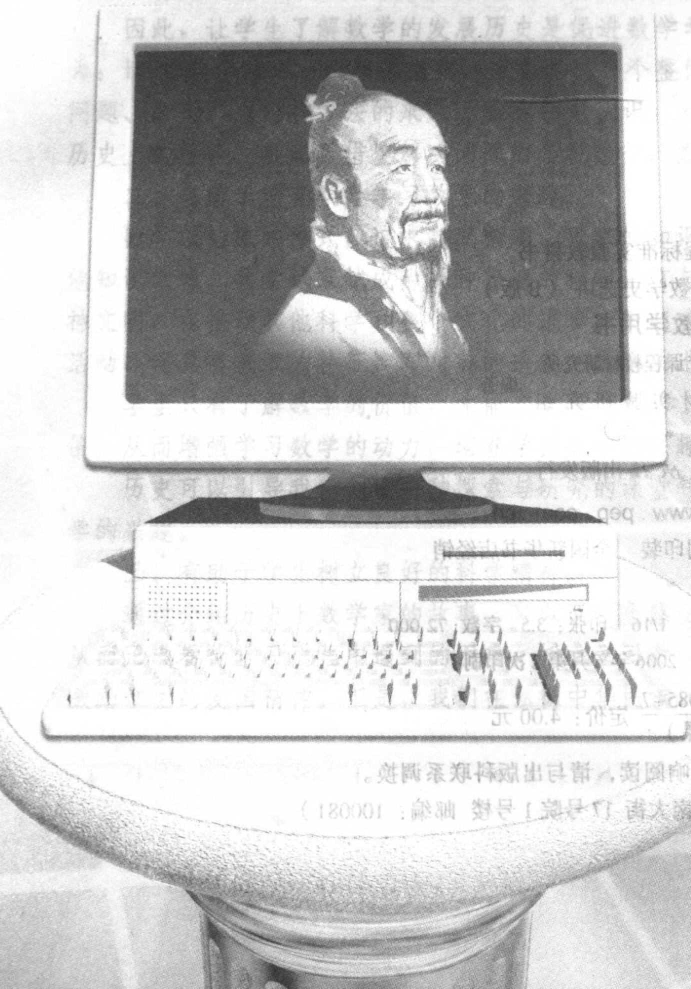
普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 3-1 数学史选讲

教师教学用书

人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学教材实验研究组 编著



人民教育出版社

B版

主　　编　　高存明

编　　者　　杨　静
责任编辑　　刘长明
版式设计　　王　喆
封面设计　　李宏庆

普通高中课程标准实验教科书
数学　选修 3-1　数学史选讲（B 版）
教师教学用书
人民教育出版社　课程教材研究所
中 学 数 学 教 材 实 验 研 究 组　编著
*
人民教育出版社出版发行
网址：http://www.pep.com.cn
北京瑞诚印刷有限公司印装　全国新华书店经销
*
开本：890 毫米 × 1 240 毫米　1/16　印张：3.5　字数：72 000
2005 年 6 月第 1 版　2006 年 6 月第 2 次印刷
ISBN 7-107-19085-7 / G·12175（课）　定价：4.00 元

前　言

数学史研究数学概念、数学方法和数学思想的起源与发展，以及它们与政治、经济和文化的联系。

数学是历史最悠久的人类知识领域之一。从远古屈指计数到现代高速电子计算机的发明；从量地测天到抽象严密的公理化体系，在五千余年的数学历史长河中，重大数学思想的诞生与发展，构成了科学史上最富理性魅力的题材。了解和探索数学发展的历史，无论对于深刻认识作为科学的数学本身，还是对于全面了解整个人类文明的发展，都具有重要意义。具体到数学教育，学习数学史主要有如下几方面的意义。

一、有助于加深学生对数学知识的理解。

与其他知识门类相比，数学是一门历史性或者说累积性很强的科学。重大的数学理论总是在继承和发展原有理论的基础上建立起来的，它们不仅不会推翻原有理论，而且总是对其进行包容。

专业知识与历史知识总是互补的。这就是说，不仅研究、学习历史需要具备一定的专业知识，而且学习专业知识也同样需要用历史知识帮助分析和思考。著名数学家外尔（H. Weyl，1885—1955）认为："如果不知道远溯古希腊各代前辈所建立和发展的概念、方法和结果，我们就不可能理解近50年来数学的目标。"

教材是根据现代数学的分科来编写，并主要是按照公理化的思想方法而不是知识的发生过程编排体系，这就会使学生在学习数学知识时，常常知其然而不知其所以然，尤其会对数学概念的发展过程，定理证明的发现过程以及数学各分支之间的联系知之甚少。

因此，让学生了解数学的发展历史是促进数学学习的必要途径。具体地，数学史的作用可以概括为：1. 对数学给出一个整体框架，对数学有一个整体图景，认识到各分支之间的相互关系；2. 对数学问题、概念、理论和方法的来龙去脉有一定认识，对引入它们的动机与产生的后果有所了解；3. 总结历史上的经验、教训，借鉴解决问题的各种途径、方向。

二、有助于培养学生学习数学的兴趣。

数学以抽象的形式，追求高度精确、可靠的知识，成为人类思维方法的一种典范，并日益渗透到其他知识领域。数学越来越成为一种普遍的科学语言与工具，它推动了人类生产的进程，影响了人类的精神文明，在推动其他科学和整个文化的进步方面起着不可替代的巨大作用。另外，数学作为一种创造性活动，还具有艺术的特征，即对美的追求。数学创造过程中想象与直觉的运用也提供了数学美的源泉。

学生只有了解数学的价值，才能自觉学习数学。数学史能让学生了解到数学的应用价值和文化价值，从而增强学习数学的动力，培养学习数学的兴趣。

历史可以引导我们创造一种探索与研究的课堂气氛，而不是单纯地传授知识，它可以激发学生对数学的兴趣。

三、有助于学生树立良好的科学精神。

通过介绍历史上数学家的故事，可以让学生感受到数学家严谨的科学态度和锲而不舍的探索精神，从而正确看待学习过程中遇到的困难，树立学习数学的信心。同时，对中国古代数学成就的介绍，可以激励学生的爱国精神。但是，我们在弘扬中华民族的科学成就的同时，也要反对固步自封和夜郎自大。

数学文化是不同文化贡献的汇合，实事求是地了解各种文化的历史贡献，古为今用、洋为中用，对学生树立良好的科学精神是有帮助的。

可以说，学习数学史是以“素质教育”为目标的数学教育的内在要求，它对于培养学生的人文主义精神以及数学观念、数学能力、数学整体意识有着特殊的意义。

目录

第九章　中国现代数学两巨星

第一章

灿烂的古希腊数学

一、课程目标

古希腊数学是论证数学的发端. 古希腊数学家完成了历史上第一个具有初步逻辑结构的论证数学体系——初等几何公理体系. 这个逻辑体系经过二千多年的补充和完善，成为现代初高中数学课程中的一项重要内容. 在初中学习过初等平面几何之后，高中生已经对几何公理、命题、证明有了初步的认识，将这样一个最直观的数学公理体系的历史在高中数学课程中适当介绍是比较恰当的. 在初中和高中进行数学公理体系训练的基础上，给学生认识此公理体系历史发展的机会，可以使学生体会到枯燥的公理、命题、证明背后的数学思想体系.

二、教材内容与教学建议

由于公理化思想对近代科学具有深远的影响，而且毕达哥拉斯多边形数、勾股定理、不可公度问题和阿基米德求积法都是高中学生可以理解的，是集历史性、趣味性、数学性和思想性为一体的史料，另外，它们在数学课程的必修内容中无法体现，因此本章对此进行了重点介绍，而没有讲述古希腊数学的整个发展状况.

这一部分内容的数学知识都是高中学生可以理解的，因此涉及到数学知识的地方要交代清楚，不可含混不清，例如对于多边形数，“正方形—三角形—长方形—五边形—六边形”，这是一个连续的、完整的内容，相对应的数列和也是清晰的. 本章内容相对比较多，数学性和思想性比较突出，适合教师讲授，可以设计一些作业和思考题供课后巩固之用.

三、拓展资源——古希腊数学史

（一）雅典时期

古希腊数学一般指公元前 600 年至公元后 600 年间，活动于希腊半岛、爱琴海区域、马其顿与色雷斯地区、意大利半岛、小亚细亚以及非洲北部的数学家们所创造的数学．希腊数学发展的第一阶段是雅典时期，即从泰勒斯（Thales of Miletus，约前 625—前 547）到柏拉图（Plato，约前 427—前 347）学派为止，约公元前 7 世纪中叶到公元前 3 世纪．

泰勒斯

泰勒斯和毕达哥拉斯（Pythagoras of Samos，约前 580—前 500）是古希腊论证数学的两位祖师．其中，泰勒斯是迄今所知最早的希腊数学家，他出生于小亚细亚（今土耳其）西部爱奥尼亚地方的米利都城．尽管没有任何第一手资料介绍这位学者本人或证实他所取得的成就，但他的生活与工作却留下了不少传说．据称他领导的爱奥尼亚学派首开希腊命题证明之先河，他自己证明了不少定理，其中包括那条至今仍被称作“泰勒斯定理”的命题：半圆上的圆周角是直角．而且还有一些间接的记载说：“……（泰勒斯）首先来到埃及，然后将几何研究引进希腊．他本人说了许多命题，并指导学生研究那些可以推出其他命题的基本原理”．这些传说和记载使泰勒斯获得了第一位数学家和论证几何学鼻祖的美名．

关于泰勒斯，还有一些其他的零星传说．根据这些传说，泰勒斯早年经商，因为进行橄榄榨油机生意而发了大财；在埃及，泰勒斯测量过金字塔的高；在巴比伦，泰勒斯接触了那里的天文表和测量仪并预报了公元前 585 年的一次日蚀，等等．

毕达哥拉斯

在论证数学的方向上，泰勒斯迈出了第一步，引进了命题证明的思想．但希腊数学著作的评注者们还是倾向于将论证数学的成长归功于毕达哥拉斯及其所创建的学派．

与泰勒斯一样，毕达哥拉斯也是扑朔迷离的传说人物．两人都没有著作留世．通过一些间接的资料，人们才对毕拉哥拉斯生平与工作有了一些了解．毕达哥拉斯生于靠近小亚细亚西部海岸的萨摩斯岛，年青时曾游历埃及和巴比伦，可能还到过印度，回希腊后定居于当时的大希腊（Magna Graecia），即今意大利东南沿海的克洛托内（Crotone），并在那里建立今天所称的毕达哥拉斯学派．

毕达哥拉斯本人没有留下什么著作，而学派内部的发明创造是秘而不宣的，所以鲜为人知，不过也有少数信息通过各种途径流传开来．以后组织逐渐分散，保密的教条被摈弃，才出现公开讲述学派教义的著作．此后，许多学者开始了对毕达哥拉斯的研究工作，他的思想和学说逐渐变得广为人知．

教材已经介绍过毕达哥拉斯的一些成就，例如，勾股定理也叫毕达哥拉斯定理．西方文献中一直以毕达哥拉斯的名字命名勾股定理，因为他们相信是毕达哥拉斯发现这一定理，并给出了证明．可是，迄今并没有毕达哥拉斯发现和证明了勾股定理的直接证据．因此，后人对毕达哥拉斯证明勾股定理的方法给出了种种推测．

毕达哥拉斯学派的一个基本信条是“万物皆数”．学派的一位晚期成员费洛罗斯（Philolaus，约卒

于公元前 390 年）曾明确地宣称："人们所知道的一切事物都包含数；因此，没有数就既不可能表达，也不可能理解任何事物."毕达哥拉斯学派所说的数仅指正整数，分数是被看成两个整数之比的关系. 他们认为数 1 生成所有的数，并命之为"原因数"（Number of Reason）. 每个数都被赋予了特定的属性，而在一切数中最神圣的是 10，也就是说毕达哥拉斯学派信奉和崇拜数 10，将 10 看成是完美、和谐的标志. 毕达哥拉斯学派对数进行了各种分类，除了偶数和奇数之外，他们还定义了完全数①、亲和数②等概念.

毕达哥拉斯学派非常注意数与图形的关系，认为数的多寡及形状决定着一切自然物体. 他们研究的"形数"包括三角形数、正方形数、五边形数等等. 毕达哥拉斯学派关于"形数"的研究，充分体现出数与形的结合，强烈地反映出他们将数作为几何思维元素的精神，并且由于数形结合的观点而推动了几何学的抽象化倾向.

毕达哥拉斯学派认为任何量都可以表示成两个整数之比. 这在几何上相当于说：对于两条任意给定的线段，总能找到第三条线段作为公共度量单位，将给定的两条线段划分为整数段. 也就是所谓的这两条线段的长度是可公度量. 然而不可公度量的发现动摇了毕达哥拉斯学派"万物皆数"的信条. 而且继 $\sqrt{2}$ 之后，越来越多的"无理"量深深困扰了古希腊的数学家们. 这就是数学史上所谓的"第一次数学危机". 大约一个世纪以后，这一"危机"才由毕达哥拉斯学派成员阿契塔斯（Archytas）的学生欧多克斯（Eudoxus）提出的新比例理论而暂时消除.

雅典学派

希腊波斯战争（前 492—前 449）以后，在作为希腊民主政治与经济文化中心的雅典及其周边地区，先后涌现出了众多的学术派别，主要有：伊利亚学派；诡辩学派，也叫作智人学派；柏拉图学派；亚里士多德（Aristotle，前 384—前 322）学派. 这些学派虽然主要从事哲学讨论，但是他们的研究活动，同时也极大地加快了希腊数学的理论化进程.

1. 芝诺悖论

希腊人早在理性数学发展之初，就已经接触到了无限性、连续性等深刻的概念. 而伊利亚学派代表人物芝诺（Zeno，约前 490—前 430）的悖论，更是将无限性概念所遭遇的困难揭示无遗.

（1）二分说：运动不存在. 因为位移事物在达到目的地之前必先抵达一半之处；在抵达一半处之前又必先抵达四分之一处……依次类推可至无穷.

（2）阿基里斯追龟说：不管荷马史诗中的阿基里斯（Achilles）如何善跑，他永远追不上一只乌龟. 因为乌龟的起跑点领先一段距离，阿基里斯必须首先跑到乌龟的出发点，而在这段时间里乌龟又向前爬过一段距离，如此直至无穷.

（3）飞箭静止说：飞着的箭是静止的. 因为任何事物当它处于一个和自己大小相同的空间时，它是静止的，而飞箭在飞行过程中的每一"瞬间"正是如此.

（4）运动场悖论：空间和时间不能由不可分割的单元组成. 假设在运动场上有三排队列，两侧的队列分左右散开，其离开速度相对于中列而言都是每瞬间移动一个点. 如此则左右两列彼此的相对离开速

---

① 一个正整数 n，如果其全部因数的和等于 $2n$，则称 n 为完全数. 例如，6 的因数和为 $1+2+3+6=12$，所以 6 是完全数.

② 用 $\sigma(n)$ 表示自然数 n 的所有正因数（包括 1 和 n）之和，使得 $\sigma(n)-n=m$ 和 $\sigma(m)-m=n$ 两式同时成立的两个数 m 和 n，被称为亲和数. 例如，$\sigma(220)-220=284$，而 $\sigma(284)-284=220$，所以 220 和 284 是一对亲和数.

度就是每瞬间移动两个点，所以必存在更小的时间单元.

芝诺悖论的前两个，针对着事物无限可分的观点，而后两个则矛头直指不可分无限小量的思想. 要澄清这些悖论需要极限、连续以及无穷集合等抽象概念，当时的希腊数学家尚不可能给予清晰的回答. 但芝诺悖论与不可分度的困难一起，成为希腊数学追求逻辑精确性的强大动力.

2. 演绎结构的倡导

雅典时期，数学中的演绎化倾向有了实质性的进展，这主要归功于柏拉图、亚里士多德和他们的学派.

柏拉图出身贵族名门，以万贯家财开设雅典学院. 学院虽以哲学研究为主，但柏拉图认为数学是一切学问的基础，据说学院的大门上就写着“不懂几何者莫入”. 柏拉图本人在数学上虽未取得什么具体成就，但是他对数学研究的方法却颇多贡献. 分析法与归谬法即被认为是他的思想. 他给出了许多几何定义，并坚持对数学知识作演绎整理.

柏拉图的思想在他的学生与同事亚里士多德那里得到了极大的发展和完善. 亚里士多德对定义作了精密的讨论，并指出需要有未加定义的名词. 他也深入研究了作为数学推理出发点的基本原理，并将它们区分为公理和公设.

亚里士多德最重大的贡献是将前人使用的数学推理规律规范化和系统化，从而创立了独立的逻辑学，其中的基本逻辑原理：矛盾律和排中律，成为数学间接证明的核心. 亚里士多德的形式逻辑被后人奉为演绎推理的圣经，在当时，则为欧几里得演绎几何体系的形成奠定了方法论的基础.

（二）亚历山大时期——希腊数学的黄金时代

从公元前 338 年至公元前 30 年是希腊数学的“黄金时代”. 这一时期，希腊数学的中心从雅典转移到亚历山大城. 公元前 300 年左右，亚历山大城开始兴建规模宏大的亚历山大大学及其图书馆，提倡科学，罗织人才，使亚历山大成为希腊文化的首府. 那里学者云集，先后出现了欧几里得、阿基米德和阿波罗尼奥斯三大数学家. 他们的成就标志着希腊数学的巅峰.

欧几里得和《原本》

欧几里得是希腊论证几何学的集大成者，他通过继承和发展前人的研究成果，编写了千古佳作《原本》(Elements). 全书 13 卷，除了平面几何和立体几何外，还包括了数论、比例论等内容，几乎搜集了当时希腊人所知道的全部数学知识. 这本著作以 23 个定义开始，同时列出了 5 条公设和 5 条公理，然后按逻辑次序系统而有组织地排列命题，并以严格的演绎方法展开命题的证明.

我们已在教材中给出了 5 条公设的内容，这里给出 5 条公理：

Ⅰ 等于同量的量彼此相等.

Ⅱ 等量加等量，和相等.

Ⅲ 等量减等量，差相等.

Ⅳ 互相重合的图形是全等的.

Ⅴ 全体大于部分.

《原本》的主要内容是：第Ⅰ卷包含了直线和直线图形的性质，其中包括全等三角形的一些定理，平行线性质，勾股定理，初等作图等；第Ⅱ卷涉及到用几何形式处理代数问题，这是早先由毕达哥拉斯学派开创的代数问题几何化的具体体现；第Ⅲ卷讲圆的性质，包括弦、切线、割线、圆心角及圆周角

等；第Ⅳ卷：圆的内接和外切图形的性质和作图；第Ⅴ卷是比例论，有人认为这一卷代表了《原本》的最大成就，因为它在当时的认识水平上消除了由不可公度量引起的数学危机；第Ⅵ卷讨论了相似形，这可以看作是比例论在平面图形上的应用；第Ⅶ，Ⅷ，Ⅸ卷是关于数论的内容，其中陈述了求两数最大公因子的辗转相除法，即著名的欧几里得算法；第Ⅹ卷讨论了不可公度量（无理数），并试图对其进行分类；第Ⅺ，Ⅻ，ⅩⅢ卷主要是立体几何的内容.

欧几里得的《原本》中也给出了勾股定理的证明，如图 1-1 所示. 首先证明$\triangle ACE \cong \triangle KCB$，$S_{矩形CL}=2S_{\triangle ACE}$，$S_{正方形HC}=2S_{\triangle KCB}$，由此可得 $S_{矩形CL}=S_{正方形HC}$. 同理可得 $S_{矩形BL}=S_{正方形GB}$.

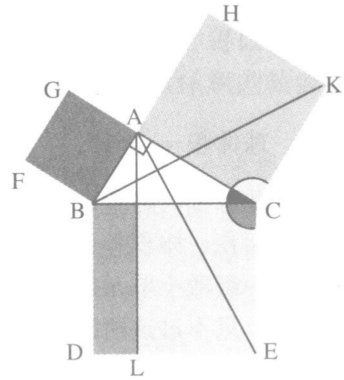


图 1-1

《原本》问世以后，引起了数学家们的兴趣，从公元 5 世纪起，不少希腊学者对《原本》进行注释和评论. 公元 9 世纪，《原本》传入阿拉伯，那里的学者也很重视它. 正是通过阿拉伯人的翻译，才使《原本》的内容得以保存. 11 世纪，《原本》开始传入欧洲，受到了广泛的重视. 起初是手抄本，印刷术发明以后，《原本》就被一版再版，前后达一千版次以上. 几乎世界上所有主要的文字都有它的版本，发行量仅次于《圣经》. 需要指出的是，欧几里得《原本》原作已经失传，现在的各种版本都是根据后人的修订、注释重新整理出来的.

15 世纪后期，随着西方资本主义的兴起，一些国家为了打开中国的门户，先后派传教士来到中国，同时也带来当时西方的一些科技成就. 其中影响最大的是意大利传教士利玛窦（Matteo Ricci，1552—1610）. 1606 年秋，由利玛窦口译，著名科学家徐光启（1562—1633）执笔，开始合作翻译《原本》. 1607 年 5 月译成前六卷，徐光启想全部译完它，但利玛窦认为适可而止，无须译完. 徐光启在“原本”前加上了“几何”一词，定名为《几何原本》，因此，在我国《原本》常被译成《几何原本》.

阿基米德

阿基米德被认为是人类文明史上最伟大的数学家之一，被誉为“数学之神”.

文中提到的“穷竭法”，最早是由诡辩学派的代表人物安提丰（Antiphon，约前 480—前 411）首先提出. 他提出了用圆内接正多边形逼近圆面积的方法来化圆为方. 他从一个圆内接正方形出发，将边数逐步加倍得到正八边形、正十六边形……无限重复这一过程，随着圆面积的逐渐“穷竭”，将得到一个边长极微小的圆内接正多边形. 安提丰认为这个内接正多边形将与圆重合，既然我们通常能够做出一个面积等于任何已知正多边形的正方形，那么事实上我们就能做出面积等于一个圆的正方形. 这种推理没有真正解决化圆为方问题，但安提丰却因此成为古希腊“穷竭法”的始祖.

教材中提到，阿基米德计算出了各种不同形状立体的体积，他用的是什么样的方法呢？下面以球体积公式 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ 为例，简要阐述一下阿基米德推算球体积公式的方法——“平衡法”.

如图 1-2，阿基米德把一个半径为 R 的球的两极沿水平线放置，使北极 N 与原点重合. 画出 $2R\times R$ 的矩形 $NABS$ 和$\triangle NCS$ 绕 x 轴旋转而得到的圆柱和圆锥. 现在从这三个主体中割出与 N 距离为 x、厚度为 Δx 的三个竖直薄片（假设它们都是扁平圆柱），这些薄片的体积分别近似于：

球：$\pi x(2R-x)\Delta x$（设球片半径为 r，则有 $r^2=R^2-(x-R)^2=2xR-x^2=x(2R-x)$），

圆柱：$\pi R^2\Delta x$，

圆锥：$\pi x^2\Delta x$.

取由球和圆锥割出的两个薄片，将它们的重心吊在点 T，使 $TN=2R$. 这两个薄片绕 N 的合成力矩为

$$[\pi x(2R-x)\Delta x+\pi x^2\Delta x]2R=4\pi R^2 x\Delta x.$$

阿基米德发现这刚好等于圆柱割出的薄片处于原来位置时绕 N 的力矩的 4 倍. 把所有这些薄片绕 N 的力矩加在一起便得到

$$2R(\text{球体积}+\text{圆锥体积})=4R\ \text{圆柱体积},$$

$$2R\left(\text{球体积}+\frac{8\pi R^3}{3}\right)=8\pi R^4,$$

因此，球体积 $=\frac{4}{3}\pi R^3$.

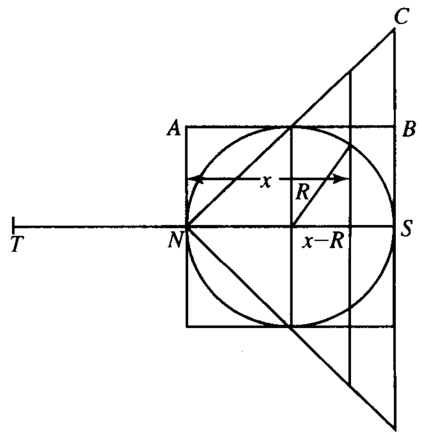


图 1-2

由此可见，阿基米德的“平衡法”，在数学上就是将需要求积的量（面积、体积等）分成许多微小单元（如微小线段、薄片），再用另一组微小单元来进行比较，而后一组微小单元的总和比较容易计算. 只不过这两组微小单元的比较是借助于力学上的杠杆平衡原理来实现的. 因此，平衡法体现了近代积分法的基本思想，可以说是阿基米德的数学研究的最大功绩. 阿基米德本人用它解决了一系列几何图形的面积、体积计算问题.

阿波罗尼奥斯

阿波罗尼奥斯是亚历山大时期希腊数学史上的又一位杰出人物. 他的贡献涉及几何学和天文学，但最为重要的是他在前人工作的基础上创立了相当完美的圆锥曲线论. 他以欧几里得式的严谨风格写就了传世之作《圆锥曲线论》，这本书共分 8 卷，含 487 个命题.

阿波罗尼奥斯一改希腊人通过三种圆锥面构导圆锥曲线的传统方法，仅从一个对顶锥出发便得到了所有的圆锥曲线. 椭圆、抛物线、双曲线这些词的通用名称就是他在这部书中首先提出来的. 在使用统一的方式引出三种圆锥曲线后，他便展开了对它们性质的广泛讨论，内容涉及圆锥曲线的直径、共轭直径、切线、中心、双曲线的渐近线、椭圆与双曲线的焦点、以及处在各种不同位置的圆锥曲线的交点数等等.

《圆锥曲线论》可以说是希腊演绎几何的最高成就. 阿波罗尼奥斯用纯几何的手段达到了今日解析几何的一些主要结论，着实令人惊叹. 但这种手段也给许多复杂命题的叙述与证明带来了麻烦，使其显得晦涩难懂，从而影响到其后十几个世纪里几何学的裹足不前.

（三）亚历山大后期

崛起于意大利半岛中部的罗马民族，在公元前 1 世纪完全征服希腊各国，夺得了地中海地区的霸权，并建立了强大的罗马帝国. 从此希腊文明被罗马文明所取代，然而，罗马人在数学领域内并没有取得什么巨大的成就. 从公元前 30 年到公元 6 世纪的这段时期，通常被称为希腊数学的“亚历山大后期”.

这一时期出现的数学家及数学成就主要有：海伦（Heron，约公元 1 世纪）的著作《量度》（Metrica），主要讨论各种几何图形的面积和体积计算，其中包括后来以其命名的三角形面积公式 $\Delta=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$（其中 Δ 为三角形面积，a、b、c 为三角形边长，$s=\frac{a+b+c}{2}$）；托勒

玫（Ptolemy，约 100—170）的名著《天文学大成》（Almagest），这本书既总结了前人的知识，又提出了不少新理论，为三角学的进一步发展和应用奠定了坚实的基础，书中给出的弦表是历史上第一个有明确的构造原理并流传于世的系统的三角函数表；另外，有些数学家突破了前期以几何学为中心的传统，使算术和代数成为相对独立的学科，例如丢番图的《算术》，他用纯分析的途径处理数论与代数问题.

亚历山大晚期的数学研究大都以评注前代名家著作的形式出现，帕波斯是这项工作中最出色的一位. 他惟一传世的《数学汇编》（Mathematical Collection）就是一部荟萃前人成果的经典之作，在数学史上具有特殊的意义. 有许多古代希腊数学的宝贵资料仅仅是由于《数学汇编》的记载才得以保存下来.《数学汇编》也包含了帕波斯本人的创造性贡献，突出的例子如等周问题和旋转体体积的帕波斯定理.

公元前 47 年，罗马人在征服希腊本土时，放火焚毁亚历山大的舰队，大火也波及亚历山大图书馆，两个半世纪以来收集的藏书和五十万份手稿付之一炬. 后来，基督教在罗马被奉为国教，希腊学术被视为异端邪说，希腊书成千上万地被焚毁. 公元 392 年，疯狂的基督教徒又纵火烧毁了经过重建的亚历山大图书馆和另一处藏有大量希腊手稿的西拉比斯神庙. 到公元 640 年，残留的书籍被阿拉伯征服者焚毁，在亚历山大里亚的浴室里连续 6 个月用书来烧水. 希腊古代数学至此彻底落下了帷幕.

第二章 中国古代数学瑰宝

一、课程目标

中国古代数学在历史上曾达到过灿烂的高峰，我国高中学生在以往的正规数学教育中很少有机会了解中华民族丰富灿烂的古代数学成就. 通过这一部分的讲述，有助于培养我国学生的爱国主义情操，培养民族自信心.

与古希腊数学相比，中国古代数学表现出强烈的算法倾向，重视算法的概括，不讲究命题的形式推导，但是它们不仅是简单的经验法则，而且是一种归纳思维能力的产物. 这种数学从思维形式上讲，与古希腊数学的演绎风格截然不同，却又相辅相成. 这两种不同的思维形式在现代数学课程中的互相渗透与体现，正是改变以过分强调逻辑演绎成分为主的传统数学课程的一种方式.

二、教材内容与教学建议

中国古代数学内容丰富，本章只选择了一些具有代表性的部分. 《九章算术》是东方数学中的重要著作，它对东方数学，特别是对中国古代数学的影响巨大. 因此选择了《九章算术》中的部分数学内容，如方程术、正负术这些在当时处于世界数学领先地位的内容. 大衍求一术在数学史上被称为中国剩余定理，它是中国传统数学史上在一千多年的时间里摸索、归纳出的求解一次同余方程组的一般方法，是中国古代数学中饶有特色的部分. 以上都是高中学生可以理解的内容.

另外，中国古代数学中产生了一批伟大的数学家，本章重点介绍了刘徽、祖冲之、秦九韶等数学家的情况.

这一部分内容在讲授过程中，首先应该注意实事求是，客观分析中国古代数学及其思想和方法，不要夸大事实. 教学可以选择布置学生自己收集资料、教师指导学生写研究报告和课堂教授相结合的方式进行.

三、拓展资源

古希腊几何学盛极一时之后，在大约一千多年里处于完全停滞的境地．而中国古代数学经汉代形成体系之后，在相当长的历史时期由相对保持平稳缓进到持续发展的状态，到 13 世纪宋元时代，达到了它的鼎盛时期．

中国古代数学从公元前后至公元 14 世纪，先后出现过三次发展高潮，即两汉时期、魏晋南北朝时期以及宋元时期．

在与古希腊雅典学派时代相当的战国时期（公元前 475 年—前 221 年），中国曾出现过百家争鸣的景象．在“墨家”与“名家”的著作里就有关于理论数学的萌芽．例如在《墨经》中，点的定义是“端，体之无厚而最前者也”；圆的定义是“圜，一中同长也”；平行的定义为“平，同高也”等．《庄子》中记载着：“飞鸟之影未尝动也”；“镞矢之疾，而有不行不止之时”；“一尺之棰，日取其半，万世不竭”等多条辩辞，这些甚至可以与芝诺悖论遥相呼应．

（一）两汉时期

汉朝（前 202—220）在中国历史上分为“西汉”（前 202—8）与“东汉”（25—220），合称两汉．这一时期的数学，主要侧重实用与算法方面的发展．

《周髀算经》

《周髀算经》是现存的中国古代数学著作中最早的一部，作者不详，该书的成书年代应不晚于公元前 2 世纪的西汉时期．但其涉及的数学、天文知识，却可以远溯至公元前 11 世纪的西周年间．它的数学成就主要在于分数运算、比例、等差级数、勾股定理及其在天文测量中的应用等，其中尤以勾股定理的论述最为突出．

书中记载了西周开国时期周公（约公元前 1100 年）与大夫商高讨论勾股测量的对话，举出了“勾三股四弦五”的特例．勾股定理的一般形式则在书中另一处被以纯文字的形式叙述出来：“……以日下为勾，日高为股．勾股各自乘，并而开方除之，得邪至日”然而，其严格的证明则要等到公元 3 世纪三国时期的赵爽来完成（赵爽的证明详见教材的阅读材料）．

《九章算术》

在算术方面，《九章算术》给出了系统的分数算法和各种比例算法，以及求最大公约数的“更相减损”法，这与欧几里得的方法相一致．另外，盈不足问题也十分奇特，其典型题目是：“今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四．问人数、物价各几何．答曰：七人，物价五十三”．《九章算术》给出的解法叫作“盈不足术”，这是中国人极富创造的一种线性插值算法．它以盈亏类问题为原型，通过两次假设来求解繁难的算术问题．该方法在中世纪阿拉伯数学中被称为“契丹算法”，即中国算法．13 世纪意大利数学家斐波那契的《算经》中有专讲“契丹算法”的章节，足见其影响之大．

在代数方面，《九章算术》主要有三项重要成就．第一项“方程术”，它是解多元一次方程组的方法，其核心是“遍乘直除”，实际相当于西方文献中的“高斯消元法”；第二项是“正负术”，即正负数