结构力学

张炘宇
蒋六保　主编

高等学校试用教材

中国铁道出版社

高等学校试用教材

结构力学

张炘宇
蒋六保 主编

中国铁道出版社
1982年·北京

内 容 简 介

本书是根据全国铁路高等院校机械类结构力学教学大纲编写的。其主要内容包括：绪论，体系的机动分析，静定结构受力分析，结构的位移计算，力法，位移法，影响线，杆件结构的有限元法，开口截面薄壁杆件约束扭转的基本理论，薄壁杆件结构的力法计算和位移法计算，开口薄壁杆件的稳定性等。

本书可作为铁路高等院校铁道车辆、起重运输机械、筑路机械等专业结构力学课程的教材，也可供有关专业和工程技术人员参考。

高等学校试用教材

结 构 力 学

张炘宇
蒋六保 主编

中国铁道出版社出版
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售
中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092 1/16 印张：15 字数：366千
1982年8月 第1版 1982年8月 第1次印刷
印数：0001—5,500册 定价：1.60元

前　言

1980年7月铁道部所属高等院校在四川峨眉召开了结构力学教材会议，修订了1978年10月在上海制订的铁道车辆专业结构力学教学大纲，同时考虑到铁道车辆、起重运输机械及筑路机械等专业的需要，决定组织编写适用于上述各专业的结构力学教材。

本书是参照80年7月修订的大纲，吸取有关教材的优点和总结自己的教学经验编写而成的。

编写时注意了保持结构力学基本理论的完整性，贯彻由浅入深、深入浅出、少而精的精神，例题和习题具有一定的针对性。为了适应当前电子计算技术的发展和应用，书中详细介绍了杆件结构的有限元法，同时也介绍了在金属结构中应用日广的薄壁杆件约束扭转的基本理论及其结构分析的基本方法。

全书内容适合于75～90学时的教学需要，使用时，可根据各专业的要求和学时的多少而加以适当取舍。

本书由长沙铁道学院张炘宇和上海铁道学院蒋六保主编，由大连铁道学院张公权和西南交通大学董渭钊主审。具体编写分工：张炘宇第1～7章；蒋六保第8～12章；上海铁道学院张希真参加了第一章的编写工作；长沙铁道学院卢同立参加了第1～7章定稿和习题的选编工作。参加审稿的还有兰州铁道学院刘家岭、北方交通大学蔡进山、许汝芳、西南交通大学王园园等同志。在此，对以上审稿同志谨致谢意。

编　者

1982年1月

目　　录

第一章 绪 论

§1—1 结构力学的研究对象和任务

在铁道车辆、筑路机械和起重运输机械中，能支承一定的荷载并起骨架作用的部件或其整体都称为结构。单个的构件如摇枕、吊车梁，或由若干杆件联接而成的吊臂、车架、转向架侧架以及整个塔式起重机等等，都是结构的例子。设计制造各种结构时必须满足的共同要求是安全、经济而又不产生太大的变形。为此，就必须对结构进行强度、刚度和稳定性的校核。结构力学的任务就是研究结构的组成规律和合理形式，以及结构在外因（主要是荷载）作用下的强度、刚度和稳定性问题。

结构力学和材料力学是有区别的。材料力学主要研究材料的力学性能和进行单根杆件的强度、刚度和稳定性的计算；结构力学的研究对象则主要是由杆件所组成的结构。鉴于材料力学中已讨论了单根杆件的稳定性，同时也由于受学时的限制，所以本书未讨论结构的稳定性而只介绍了薄壁杆的空间稳定性问题。

以后我们将会看到，对结构进行强度、刚度或稳定性的计算时，不可避免地要涉及结构的内力，因此研究结构在荷载作用下的内力计算问题，就成了贯串本书的主要内容。

本书主要讨论平面杆件结构最基本的计算原理和计算方法，这些内容是解决起重运输机械、筑路机械和铁道车辆结构的设计计算问题所必需的，也是进一步学习现代结构分析方法的基础。为了适应结构力学的现代发展，书中也以相当的篇幅介绍了结构的矩阵分析方法即杆件结构的有限元法。

§1—2 结构的计算简图及其分类

一、结构的计算简图

实际结构总是复杂的，完全按照结构的实际情况进行力学分析是不可能的，也是不必要的。因此，对实际结构进行力学计算之前，必须加以合理的简化，即抓住主要矛盾，略去次要因素，把复杂的实际结构抽象化为一个简单的理想图形，这种图形就叫做结构的计算简图，有时也称为结构的力学模型。

例如一根横梁两端搁在墙上〔图1—1（a）〕，中间悬挂一重物，这要算是最简单的结构了，但如果一定要按照实际情况进行分析，首先就无法确定两端的反力，因为我们不知道反力沿墙宽究竟是怎样分布的。

考虑到：（1）墙宽 b 与梁长 l 相比是很小的，因此，我们可近似地认为梁上的反力沿微小长度 b 的分布是均匀的，而且可以其作用于 b 段中点的合力来代替；（2）由于支承面的摩擦作用，梁不能左右移动，但温度变化时仍能伸缩，故可将其一端简化为固定铰支座，

另一端为活动铰支座。（3）对于梁本身则用其轴线表示。于是便得到如图1—1（b）所示的计算简图。显然，只要墙宽与梁的截面尺寸都比梁长 l 小得多，则上述简化在工程上是完全许可的。

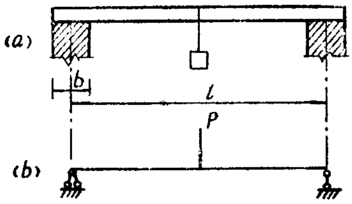

图 1—1

选取计算简图，一般应遵循以下二原则：

1．尽可能反映实际受力情况，使计算结果可靠；

2．尽可能去掉次要因素，使计算简单。

计算结果的可靠性与计算的尽可能简单，这两者是有矛盾的，要做到兼筹并顾，并不是一件很容易的事，它需要有关于结构分析的丰富知识和经验，以及对结构的工作情况和受力性能有充分了解和正确的判断能力，有时还需借助于模型试验或实物测定。

一个结构不外是由若干杆件互相联结，然后再由支座与基础相联而成的。因此，在对实际结构进行简化时，我们可以从下述三方面入手。

（一）杆件的简化

在计算简图中，结构的杆件通常总是以其轴线来代表。微弯的杆件可以用直的轴线或折线表示。在刚架中倾角很小的梁、柱，可用竖线或水平线表示。

（二）结点的简化

结构中杆件互相联结的地方称为结点。在计算简图中，通常把结点区分为铰结点和刚结点。

（1）铰结点

其特点是它所联结的各杆可以绕结点中心自由转动。销钉联结就是比较典型的铰结，木结构中的榫接头，虽然被联接的杆件不能自由转动，但由于联结不可能很紧密，杆件仍可作微小转动，故在计算简图中，仍可假定为铰结。钢桁架中的焊接点或铆接点，也由于结点钣刚度较小，杆件的抗弯刚度也不大，杆件主要是承受轴力，因此也可简化为铰结点。例如有些起重机的吊臂就是这种情况。

（2）刚结点

其特点是当结构发生变形时，汇交于刚结点的各杆端之间的夹角保持不变。现浇的钢筋混凝土梁柱的联结点，一般都是刚结点。铸造的部件如车架、转向架侧架的结点也是刚结点。

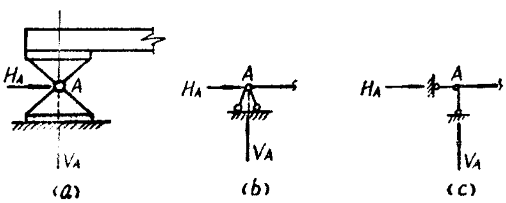

图 1—2

（三）支座的简化

把结构与基础或地基相连结的装置称为支座。支座的作用是使结构定位，并将结构所受的荷载传递到基础或地基。支座对结构的约束力称为支座反力。平面杆件结构的支承情况虽是多种多样的，但从其对结构产生的约束作用来看，在计算简图中不外以下四类

（1）固定铰支座（图1—2 a）

这种支座对结构的约束作用是：只允许结构绕支点 A 转动，而不允许结构上的 A 点沿水平方向和垂直方向移动。因此，固定铰支座对结构产生的约束反力为通过 A 点的水平反力 $\dot{H}_A$ 和垂直反力 $\dot{V}_A$。其计算简图可用交于 A 点的两根链杆来表示，如图（1—2）b 和（c）所示。

（2）活动铰支座〔图1—3（a）〕

这种支座对结构的约束作用是：阻止结构上的A点沿垂直于支承面的方向移动，但允许结构绕A点转动，也可沿支承面移动。因此，当不考虑支承面的摩擦力时，这种支座的反力必通过A点并与支承面垂直，即反力的作用点和方向都是确定的，只有大小不知道。在计算简图中，这种支座可用一根通过A点且垂直于支承面的链杆表示〔图1—3（b）〕。因为链杆保证了结构可绕A点转动，而且当链杆绕B点转动时，结构也可以在AB的垂直方向移动。显然，链杆AB的轴力就是支座的反力。

（3）固定支座〔图1—4（a）〕

这种支座不允许结构在该处发生任何移动和转动，也就是结构A端的水平和垂直移动以及转动都被约束了。因而支座反力有：水平反力H_A、垂直反力V_A及反力偶M_A〔图1—4（a）〕。

在计算简图中，这种支座也可用既不全平行也不全交于一点的三根链杆代替〔图1—4（b）和（c）〕。

（4）定向支座〔图1—5（a）〕

这种支座只允许结构在该处沿水平方向（支承面方向）移动，而不允许沿垂直方向移动，也不允许结构转动。因此，这种支座的反力为垂直反力V_A及反力偶M_A〔图1—5（a）〕。其计算简图如图1—5（b）所示。

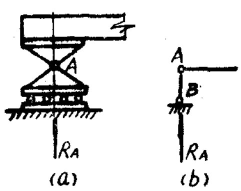

图 1—3

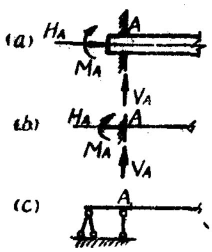

图 1—4

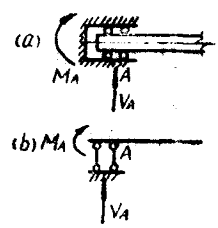

图 1—5

二、结构的分类

应当指出，我们这里所指的“结构”，实际上是结构的计算简图。结构的类型很多，可按不同的观点分类如下：

（一）按空间观点：结构可分为平面结构和空间结构两类。若组成结构的所有杆件的轴线均位于一个平面内，且荷载也位于同一平面内，则此结构称为平面结构。否则便是空间结构。工程结构实际上都是空间结构，但在有些情况下，可以简化为平面结构进行计算。例如塔式起重机的塔身和吊臂，就可作这种简化。

（二）按几何观点：结构可分为杆件结构，薄壁结构和实体结构三类。杆件结构是指由长度远大于横截面尺寸（高和宽）的杆件组成的结构；薄壁结构是指一个方向的尺寸远小于其他两个方向的尺寸的结构（如薄板、薄壳等）。其中由三个方向的尺寸都显著不同的薄壁杆件组成的结构称为薄壁杆件结构（如客车转向架的构架），实体结构是指三个方向的尺寸属于同一量级的结构（如堤坝、挡土墙）。

（三）按计算时所用方法的不同，结构可分为静定结构和超静定结构。一个结构如果所有反力和任一截面的内力都可用静力平衡条件确定，就称为静定结构。如果反力和内力单由静力平衡条件不能确定，还需要同时考虑变形条件才能求得时，就叫超静定结构。在图1—6中，（a），（c）所示结构是静定的，（b），（d），（e）所示结构是超静定的。

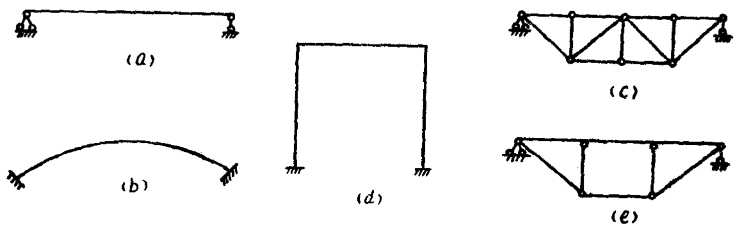

图 1—6

本书主要研究平面杆件结构，它本身又包括下述几种类型：

（1）梁　它是一种受弯杆件，最常见也是最简单的一种称简支梁〔图1—6（a）〕。

（2）拱　是一种杆轴为曲线且在垂直荷载下会产生水平反力的结构〔图1—6（b）〕。

（3）桁架　是由若干直杆杆端用铰联结而成的结构〔图1—6（c）〕，当荷载都作用于结点时，各杆只受轴力（称为二力杆件）。

（4）刚架　一般是由直杆组成，所有结点均为刚结的结构〔图1—6（d）〕。刚架各杆主要是受弯（称为受弯杆件）。起重机的车架，铁路车辆的转向架侧架，都属于刚架。

（5）混合结构　这种结构的特点是组成结构的杆件中，既有二力杆件（杆端为铰结的），又有受弯杆件。图1—6（e）所示的天车梁就是一个例子。

§1—3　荷载的分类

荷载和支座反力都是作用在结构上的外力。关于各种支座的反力，前节已经讨论过了。至于结构所受的荷载，我们也可根据不同的特点加以分类：

（一）按作用时间的久暂：可分为恒载和活载。恒载是长期作用在结构上的荷载，如结构的自重，安装在结构上的设备的重量等。这种荷载的大小、方向和作用位置是不变的。活载是暂时作用在结构上的荷载，如起重机吊钩上的物重，结构上的人群、风、雪等。活载又有定位荷载与移动荷载之分。顾名思义，前者是指作用位置固定而大小可以改变的荷载（如风、雪）；后者则为作用线平行但彼此间距不变的可在结构上移动的荷载（如桥式起重机的小车）。

（二）按荷载作用的性质：可分为静荷载和动荷载。静荷载是指缓慢地施加的不引起结构振动因而可略去惯性力影响的荷载。本书所涉及的荷载都是静荷载。动载则是指能引起显著的冲击或振动因而必须考虑惯性力影响的荷载。

（三）按荷载作用的范围：可分为分布荷载和集中荷载。前者指分布在一定面积或长度上的荷载，如风、雪、自重；后者是指作用在一点或微小面积上的荷载，如吊钩上的物重，车辆的轮重，都可视为集中荷载。

第二章　体系的机动分析

§2—1　概　　述

由若干构件组成的一个整体称为体系。图 2 — 1（a）就是一个由两根链杆与地基组成的铰接三角形体系，在荷载P作用下，如果略去材料的弹性变形，它的几何形状和位置是不会改变的，我们称这样的体系为几何不变体系。图 2 — 1（b）的四链杆机构就不然，即使在很小的荷载作用下，也会发生机械运动而改变其形状和位置，因此称为几何可变体系。显然，几何可变体系是不能作为工程结构使用的。

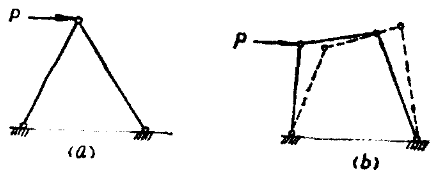

图　2 — 1

对体系的组成和机动性质进行分析称为体系的机动分析（又称几何构造分析），这就是本章所要讨论的中心课题。学习这一章，不仅能使我们认识几何不变体系的组成规则，从而正确判断一个体系是否几何不变的；同时也有助于今后掌握静定结构受力分析的正确途径。

在进行机动分析时，由于忽略材料的弹性变形，因而一根梁、一根链杆、或已经判明是几何不变的部分，都可看作一个刚体。平面内的刚体称为刚片。

§2—2　平面体系的自由度

判断一个体系是否几何不变，可以从这个体系是否会发生刚体运动着手，用力学的术语来说，就是看该体系是否具有自由度。所谓自由度，就是一个体系运动时可以独立改变的位置坐标的个数。也就是确定体系的位置所必需的独立坐标的个数。例如一个点〔图 2 — 2（a）〕在平面内既可以沿水平方向（x轴方向）移动，又可以沿垂直方向（y轴方向）移动，它的位置需要两个坐标x，y才能确定〔图 2 — 2（a）〕，所以我们说，一点在平面内有两个自由度，或者说一点在平面内的自由度$w = 2$。一个刚片〔图 2 — 2（b）〕在平面内除了可沿水平和竖向移动外，还可以自由转动，共有三种独立的运动方式，它的位置需要用它上面任一点A的坐标x，y和通过A点的任一直线AB的倾角φ三个坐标才能确定。所以一个刚片在平面内的自由度$w = 3$，或说具有三个自由度。

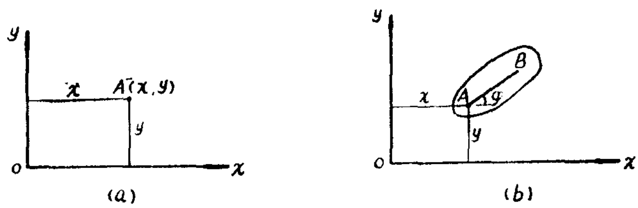

图　2 — 2

体系的自由度可以因受到某种限制而减少，能减少一个自由度的限制称为一个约束。例如用一根链杆把刚片与地面相联〔图 2 — 3（a）〕，则刚片将只有两种运动的可能：A点沿

以C为圆心，AC为半径的圆周移动和刚片绕A点转动。刚片的位置可用φ_1和φ_2完全确定，故刚片的自由度w由3减为2。可见加入一根链杆就可减少一个自由度，故一根链杆相当于一个约束。

两个刚片如果彼此毫无联系，则在平面内各有三个自由度，共有六个自由度。现在用一个铰把它们联结起来〔图2—3（b）〕，这种联结两刚片的铰称为单铰，则当刚片Ⅰ的位置由A点的坐标x，y和倾角φ_1确定后，刚片Ⅱ就只有绕A点转动的自由，其位置用一个倾角φ_2就完全确定了。这样，两刚片总的自由度$w=4$，比不用铰联结时减少了两个。可见一个单铰相当于两个约束。有时用一个铰同时把两个以上的刚片联结起来〔图2—3（c）〕，这种铰称为复铰，当刚片Ⅰ的位置确定后，刚片Ⅱ、Ⅲ就都只需一个坐标（倾角）便可确定，即各减少两个自由度，共减少了四个自由度。这说明，联结三刚片的复铰相当于两个单铰的约束作用。由此可以推知：联结n个刚片的复铰相当于（$n-1$）个单铰，可以使体系减少$2(n-1)$个自由度。

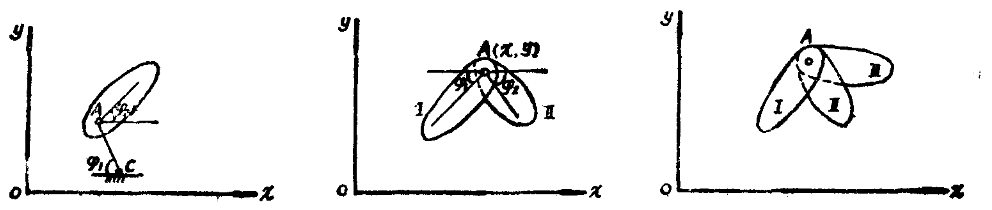

图 2—3

在工程结构中，链杆和单铰是最常见的两种约束。下面我们来看看这两种约束之间又有什么关系。图2—4（a）示出两刚片Ⅰ、Ⅱ之间用两链杆相联，设刚片Ⅰ固定不动，则刚片Ⅱ运动时，链杆AB将绕A点转动，因而Ⅱ上的B点只能沿AB的垂直方向移动。同理，Ⅱ上的D点也只能沿CD的垂直方向移动。由此可知，整个刚片Ⅱ将绕AB、CD的交点O转动，O点称为两刚片的相对转动瞬心。这种情况，就好像两刚片在O点用一个单铰相联一样，只是这个单铰的位置O点是随链杆位置的改变而变动的。所以我们称这种铰为虚铰。图2—4（b）也是两刚片Ⅰ、Ⅱ之间用两链杆相联的情况，不过这时如设Ⅰ不动，则Ⅱ运动时将始终是绕不变点O（两链杆的共同端点）而转动，就如同Ⅰ、Ⅱ始终用一个单铰在O点相联一样，这样的单铰称为实铰。

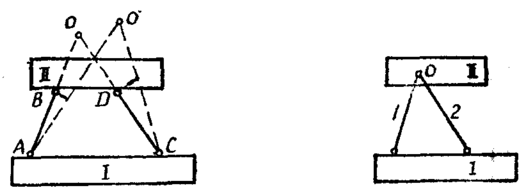

图 2—4

综上可见，就约束作用而言，一个单铰相当于两根链杆（链杆的交点即为单铰的位置）。或者反过来说，联结两个刚片的两根链杆相当于一个单铰的作用（实铰或虚铰）。

一个平面体系，通常是由若干刚片彼此用铰相联，再用支座链杆与基础联结而组成的。设体系的刚片数为m，单铰数为h，支座链杆数为r，则其自由度w可按下式计算：

$$w=3m-2h-r \tag{2—1}$$

这里要注意，式中的h是指不考虑支座时，体系具有的单铰的数目，如遇复铰，应换算成单铰再代入公式。

例如图2—5(a)、(b)所示桁架，都有$m=9$，$h=12$，$r=3$，由式(2—1)可算得自由度为：

$$w=3\times9-2\times12-3=0$$

其实，对于桁架，我们还可用较简便的公式计算w。设桁架的结点数为j，杆件数为b，支座链杆数为r，则当结点可自由运动时，将有$2j$个自由度。但每一杆件和支座链杆，都相当于一个约束，要减少一个自由度，故桁架的自由度为：

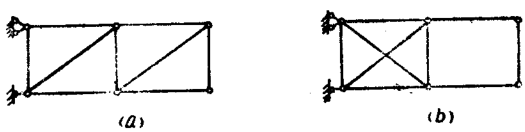

图 2—5

$$w=2j-b-r \tag{2—2}$$

我们用式(2—2)计算图2—5中的桁架，同样可得到

$$w=2\times6-9-3=0$$

一个平面体系的自由度按式(2—1)或式(2—2)计算的结果，不外有三种可能：

1. $w>0$，这表明体系有运动的自由，因而是几何可变的。
2. $w=0$，这表明体系具有维持几何不变所必需的最少约束数目。
3. $w<0$，这表明体系具有多余的约束。

很显然，一个体系如果是几何不变的，则它在平面内不能有任何运动的自由，因而必需满足$w\leqslant0$。有时我们只研究体系本身而不考虑它与地基的联系，则由于几何不变体系本身可看成一个刚片，在平面内有三个自由度，故体系本身为几何不变时，必需满足$w\leqslant3$。现在我们要问：一个体系仅仅满足$w\leqslant0$(或就本身而言，$w\leqslant3$)，是否可以肯定它是几何不变的呢？不见得。这是因为如果各刚片联结得不恰当，体系仍然可能是几何可变的。例如图2—5(a)、(b)所示的两个体系，都有$w=0$，但前者是几何不变的，后者却是几何可变的。

可见按公式算得$w\leqslant0$，只是几何不变的必要条件，还不是充分条件。为了判定体系的几何不变性，还必需进一步研究几何不变结构的组成规则，这就是下一节所要讨论的问题。

§2—3 几何不变体系的组成规则

在这一节里我们将着重介绍几何不变体系的三个基本组成规则。

一、三刚片规则

三个刚片用不在一直线上的三个单铰两两相联，组成的体系是几何不变的。

图2—6(a)所示铰结三角形，每根杆件均为一刚片，每两刚片之间都有一单铰相联，故称两两相联。假定刚片Ⅰ固定不动，则A、B两点都不能动，可见对整个体系而言，关键就看C点能不能动，如果C点也不能动，那么各刚片间就不可能有任何相对运动，体系就肯定是几何不变的。现在设想拆去C点的铰结〔图2—6(b)〕，当刚片Ⅰ不动时，刚片Ⅱ只可能绕A转动，因而其上C'点只可能沿以A为圆心，AC'为半径的圆弧运动。同样，刚片Ⅲ上的C''点，则只可能沿以B为圆心，BC''为半径的圆弧运动。现在把C'、C''两点用铰C联结起来〔图2—6(a)〕，则显然C点再也不可能沿任何一个圆弧运动了。从而得证，按图

2—6(a)这样组成的体系是几何不变的。

因为一个单铰可以用相交于铰结点的二链杆代换，所以三刚片规则又可以这样说：

三个刚片两两用一对链杆相联，共有三对链杆，若三对链杆的交点不共线，则体系是几何不变的（图2—7）。

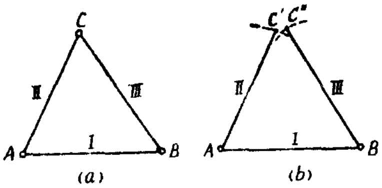

图 2—6

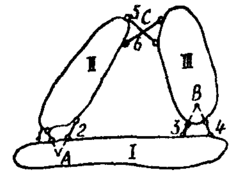

图 2—7

也许有人要问：如果三个铰在同一直线上即所谓“三铰共线”时，体系会如何呢？为了回答这个问题，让我们来分析一下图2—8(a)所示的三铰共线的情况。由图可知，当刚片Ⅰ，Ⅱ分别绕A、B转动时，在C处有一公切线，这说明Ⅰ，Ⅱ都允许C点沿垂直于AC(BC)的方向移动。但一旦发生微小移动，A、B、C三铰就不在同一直线上，C点就不能再动了。这种只在某一瞬间能发生微小移动的体系称为瞬变体系。既然瞬变体系只是瞬时可动，随后就成为几何不变了，那么工程结构中是否可以采用呢？下面我们来分析一下图2—8(b)所示体系的内力，取结点C为隔离体〔图2—8(c)〕，那么

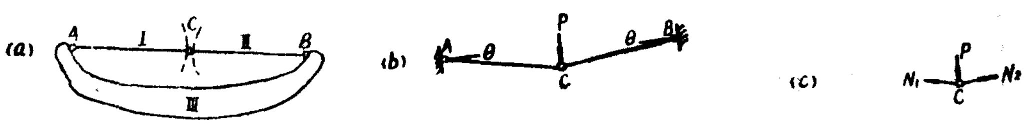

图 2—8

由$\Sigma X=0$，得 $$N_1=N_2=N$$

又由$\Sigma Y=0$，得 $$2N\sin\theta-P=0$$

$$\therefore \quad N=\frac{P}{2\sin\theta}$$

可见：θ越小N就越大，当$\theta\to 0$也就是三铰共线时，$N\to\infty$。这说明瞬变体系即使在很小的荷载作用下，也会产生无穷大的内力而导致体系的破坏，故瞬变体系或接近瞬变的体系都是不能用作工程结构的。

二、二元体规则

图2—9中的体系是按三刚片规则组成的，因而是几何不变体系。我们也可以把它看成是在一个刚片上的A、B两点增加两根不共线的链杆，再用单铰C联结而组成。这种由不在一直线的两杆联结成一个新结点的构造，称为二元体。于是得到了二元体规则：在刚片上增加一个二元体仍为几何不变体系。很显然，二元体规则与三刚片规则，实质上是一回事。但由于分析某些结构特别是桁架时，用二元体规则更方便，故单独列为一条。例如分析图2—10所示的桁架时，我们可任选一铰接三角形1、2、3为基础三角形（刚片Ⅰ），增加一个

二元体得结点4，于是1、2、3、4为一几何不变体系。又以此为基础，再逐次增加二元体，得结点5，6……直到结点10，而形成整个桁架。故知是一几何不变体系。

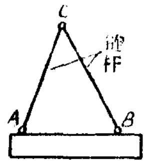

图 2—9

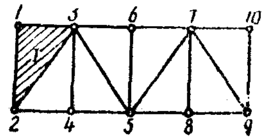

图 2—10

我们也可以用拆除二元体的办法来分析。因为从一个体系拆除一个二元体后，若剩下的部分为几何不变，则原来的体系必为几何不变。例如我们从结点10开始拆去一个二元体，然后依次拆除结点9，8，……的二元体，最后剩下铰接三角形1，2，3，它是几何不变的，故知原桁架为几何不变体系。

三、两刚片规则

两个刚片用一个单铰和一根与此铰不在一直线上的链杆相联〔图2—11(a)〕是几何不变体系。或两刚片用三根既不全平行也不同交于一点的链杆相联〔图2—11(b)〕为几何不变体系。

在图2—11(a)所示体系中，如果我们把链杆看作刚片Ⅲ，则体系显然符合三刚片规则，从而证明了按图2—11(a)那样组成的体系是几何不变的。可见一、三两条规则，实质上也是一回事。同样因为有时用两刚片规则分析更方便，所以也单独列为一条。图2—11(b)为两刚片用既不全平行也不同交于一点的三杆相联，由于1，2，两杆可看作是在其交点处的一个单铰，因此这两刚片相当于用一铰O与不通过O的链杆3相联，故为几何不变体系。

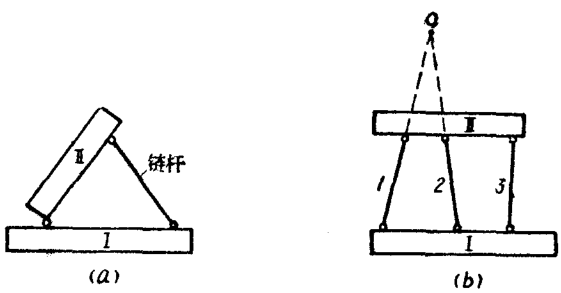

图 2—11

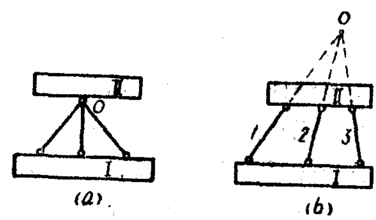

图 2—12

这里我们要注意，两刚片规则中，联结刚片的三根链杆必须是“既不全平行也不同交于一点”的，当三杆交于一点或延长交于一点时〔图2—12(a)、(b)〕，则两刚片可绕交点O作相对转动，只是在图（b）中两刚片发生微小转动后，三杆就不再交于一点了，故图（b）属于瞬变体系，而图（a）属于几何可变体系。图2—13(a)、(b)分别表示两刚片用全平行的三杆相联，可以认为它们相交于无穷远点，故也属于“同交于一点”的情况，图（a）是几何可变的，图（b）是瞬变的（因稍动一下之后三杆就不再平行了）。

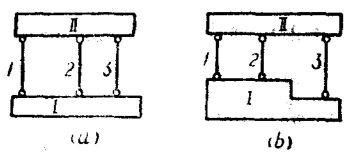

图 2—13

§2—4 机动分析示例

对体系进行机动分析时，有时可先算一算自由度。若算得 $w>0$，则可肯定体系是几何可变的。若算得 $w\leqslant 0$，则仍然不能作出明确的结论。因此，实用上通常不算自由度，而是直接应用上节中的三个组成规则去判定它。具体作法请看下面的例题。

例 2—1 试分析图 2—14(a)所示体系的几何构造。

解： 把地基作为刚片Ⅰ，T形构件 BCE 作为刚片Ⅱ，折轴杆 AB 也是一刚片，但由于它只用两个铰 A 和 B 与其他部分相联，故其约束作用与通过 A、B 两铰的一根链杆完全相当，如图中虚线所示。同理，折轴杆 CD 也相当于两铰联线上的链杆 CD。于是整个体系就相当于两刚片Ⅰ、Ⅱ用不平行也不同交于一点的三杆相联〔图 2—14(b)〕，故是几何不变的。

通过本例，我们可认识这样一个规律：凡是一个刚片，不管其形状如何，只要它仅用两个铰与其他部分相联，则该刚片与一根通过两铰的链杆相当，因而可用链杆代换〔图 2—14(c)〕。

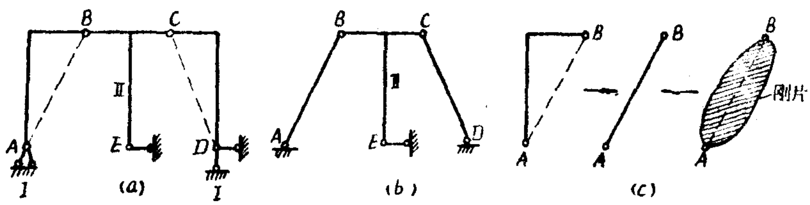

图 2—14

例 2—2 试分析图 2—15所示体系的几何构造。

解： 体系（a）：

首先我们看到这个体系的支座链杆数 $r=3$，而且符合两刚片规则，因此，只需分析体系本身的构造，如本身为几何不变，则整个体系也是几何不变的，如本身为几何可变，则整个体系也是几何可变的。为此：

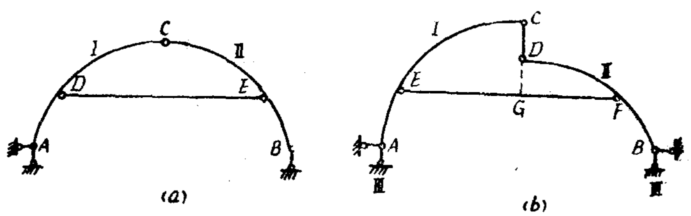

图 2—15

（1）取 AC 为刚片Ⅰ，BC 为刚片Ⅱ。

（2）刚片Ⅰ、Ⅱ之间系用一铰 C 和一链杆 DE 相联，符合二刚片规则，故体系本身是几何不变的，从而可知整个体系是几何不变体系。

体系（b）：

由图显而易见，体系本身亦为两刚片Ⅰ，Ⅱ并用二杆相连，应是几何可变的。但整个体系是否也是几何可变呢？还不能肯定！这是因为体系本身还用四根支座链杆与地基相联，为了判定其机动性质，我们把地基当作刚片（Ⅲ），连同刚片Ⅰ，Ⅱ一起分析如下：

（1）取 AC 为刚片Ⅰ，BD 为刚片Ⅱ，地基为刚片Ⅲ。