

根据最新中考考试说明编写

皇科状元

中考大本营

数学

江西省教育厅教学教材研究室 编

策划创意:刘永东

总主编:谭少虞

编委会:谭少虞 刘永东 喻金水 王金瑞 喻汉林 刘珊

潘毅鹏 温爱英 周自兴 陈勤 黄一峰

本册主编:胡爱根

编写人员:胡爱根 许运根 杨喜萍 彭秀梅 简金生

湖北科学技术出版社

红星电子音像出版社

图书在版编目(CIP)数据

中考大本营·数学/谭少虞主编. —武汉:

湖北科学技术出版社, 2006. 1

(星科状元)

ISBN 7-5352-3517-4

I. 中... II. 谭... III. 数学课—初中—
升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 158617 号

星科状元·中考大本营 数学(全一册)

责任编辑:吴瑞临 庄琳雅

封面设计:杨 蕾

出版发行:湖北科学技术出版社

红星电子音像出版社

地 址:武汉市雄楚大街 268 号

地址:南昌市阳明路 310 号江西出版大厦八楼

邮 编:430070

电话:0791-6894991

印 刷:南昌市印刷二厂

邮编:330008

787mm × 1092mm 16 开

7.5 印张

240 千字

2006 年 1 月第 1 版

2006 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 7-5352-3517-4/G · 882

全套定价:111.00 元(不含盘:75.00 元)

本册定价:14.00 元(不含盘:10.00 元)

本书如有印装质量问题,可找承印厂更换。

印厂地址:南昌市榕门路 229 号 邮编:330008 电话:0791-6701412

古往今来,投机取巧者不可能成为状元。学好考好,皆因“梅花香自苦寒来”,唯有勤于思考再加上科学的刻苦训练才是致胜的法宝。掌握学习妙法,才能举一反三,提高学习成效;掌握应试技巧,方成考场英雄。

勤思苦练不是题海战术,巧记妙学不是投机取巧。为彻底抛弃文山题海,帮助学生适应新课标条件下的学与试,红星电子音像出版社和湖北科学技术出版社组织了教学一线的国家级、省级骨干教师和研究中高考的专家,紧扣新课标,结合中考高考的内在发展规律,精心编写出版了这套《星科状元·边讲边练》和《星科状元·中(高)考大本营》,旨在给同学们一套助学助考的“法宝”。

《星科状元·边讲边练》和《星科状元·中(高)考大本营》是一个完整的学习辅导体系,“边讲边练”从七年级到九年级、高一到高三完全与课文同步;“中(高)考大本营”适合毕业班同学备战中(高)考,前者助学后者助考,浑然一体,相得益彰。

课前预习、课堂笔记、随堂练习是学好的三步曲,“边讲边练”要同学们既认真听讲又加强练习消化,听讲是进补,作业就是消化。“边讲边练”就是要让同学们“讲”中有“道”、“记”中有“思”、“练”中有“法”,通过学有所练,练有所长,而达到学有所成。《星科状元·边讲边练》为同学们既提供了课堂笔记本,又提供了随堂作业本。

“星科状元”是中学教辅的一次创新,具有五大特点:

三维互动 本套教辅是第一套采用CD-ROM、文本和互联网三维互动方式出版的电子教辅读物,CD-ROM、文本和互联网既三维互动又独立出版,相比于一纸质图书,它的特色明显;CD-ROM中精选了相应的习题、试题,并配以详细讲解,供你选择;与之配套的“中考高考辅导网”(www.zkgk.com)出

版最新招考资讯,帮助同学们了解中、高考最新风向。

一本两用 从体例上,它融笔记本和作业本于一体,既可用作课堂笔记本,又是一本无需抄题的作业本,免去了教师选题之苦,学生抄写之劳,详细解答单独成册便于教师和家长指导督学;从内容上,本套书题量充足、梯度明显,习题解答、评析详尽,既启发、引导学生的思维活动,又为学生自测与家长检测提供参考。

对接考试 本套教辅的星科精练和单元检测试题均以中高考题型、难易区分度等为标准,使学习与考试有机融合、无缝对接,不仅有助于学生对每堂课的内容的理解和掌握,学到知识、锻炼能力,同时也可以帮助学生加深对中考和高考的认识。

教学同步 整套教辅各科各册与课本一一对应,依据教学大纲要求编制的星科精练与单元检测完全与课堂教学同步,确保100%覆盖知识点,学习、检索一目了然,方便使用。

编排创新 “星科状元·边讲边练”瞄准课程改革的发展趋势,素质与应试两手抓,采用分层次编排结构,分层讲练,循序渐进,符合中学生学习的规律,易于掌握。

这套丛书与七年级到高三的学习过程同步、辅导中考高考,涉及语文、数学、英语、物理、化学、生物、历史、政治、地理九个学科的不同版本,可以满足不同版本读者的需要,它将是你好帮手。

章建跃

人民教育出版社课程教材研究所研究员、主任、编审、博士

2005年3月13日

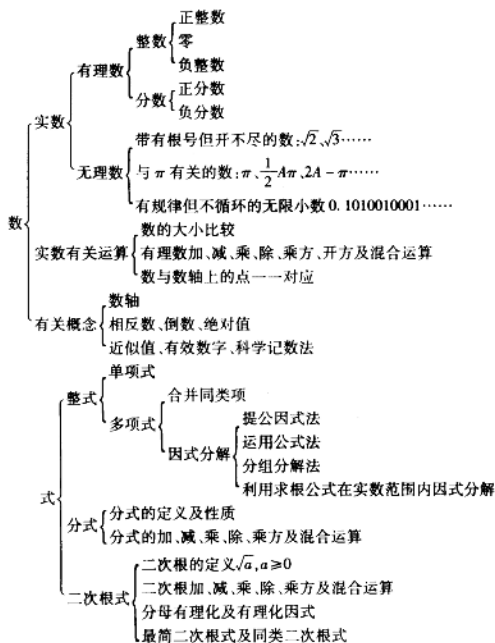
目 录

第一部分 基础演练	(1)
第一章 数与式	(1)
第一节 实数	(2)
第二节 实数有关的运算	(3)
第三节 整式及其运算	(4)
第四节 因式分解	(4)
第五节 分式及其运算	(6)
第六节 数的开方与二次根式	(7)
第二章 方程(组)	(8)
第一节 整式方程	(8)
第二节 分式方程	(9)
第三节 一元二次方程根的判别式和根与系数的关系	(11)
第四节 方程组	(12)
第五节 列方程组解应用题(一)	(13)
第六节 列方程组解应用题(二)	(15)
第三章 不等式(组)	(16)
第四章 函数及其图象	(17)
第一节 平面直角坐标系	(17)
第二节 函数及其图象	(19)
第三节 一次函数的图象和性质	(20)
第四节 二次函数的图象和性质(一)	(22)
第五节 二次函数的图象和性质(二)	(23)
第六节 反比例函数	(24)
第七节 函数的应用举例	(26)
第五章 统计初步	(27)
第一节 平均数、众数和中位数	(27)
第二节 方差与频率分布	(28)
第六章 三角形	(30)
第一节 平行线、相交线	(30)
第二节 三角形与全等三角形	(31)
第三节 等腰三角形	(33)
第四节 直角三角形	(35)
第七章 四边形	(37)
第一节 多边形与平行四边形	(37)
第二节 特殊的平行四边形	(39)
第三节 梯形	(40)
第四节 轴对称与中心对称、折叠	(42)

第八章 相似三角形	(44)
第一节 比例线段	(44)
第二节 相似三角形(一)	(45)
第三节 相似三角形(二)	(47)
第九章 解直角三角形	(49)
第一节 锐角三角函数	(49)
第二节 解直角三角形及其应用	(50)
第十章 圆	(53)
第一节 和圆相关的概念及性质	(53)
第二节 与圆有关的角	(55)
第三节 直线与圆的位置关系	(56)
第四节 和圆相关的比例线段	(58)
第五节 圆和圆的位置关系	(60)
第六节 正多边形与圆	(61)
第七节 圆柱、圆锥的侧面展开图	(62)
第二部分 专题训练	(64)
(一)探究类	(64)
第一节 动态几何问题	(64)
第二节 开放型问题	(66)
第三节 阅读理解型问题	(68)
(二)应用类	(71)
第一节 代数知识应用	(71)
第二节 几何知识应用	(73)
(三)综合类	(77)
第一节 方程型综合题	(77)
第二节 函数型综合题	(78)
第三节 几何型综合题	(80)
中考数学模拟试题(一)	(83)
中考数学模拟试题(二)	(87)
中考数学模拟试题(三)	(91)
中考数学模拟试题(四)	(94)
中考数学模拟试题(五)	(98)
参考答案及点拨(另赠单册)	

第一部分 基础演练

第一章 数与式



年 月 日 星期 天气

学科笔记

第一节 实数



考点内容:实数的分类,实数、有理数、无理数、数轴、相反数、倒数、绝对值、近似数及有效数字、科学记数法等基本概念.



【例1】2003年4月16日世界卫生组织宣布:冠状病毒的一个变种是引起非典型肺炎的病原体,某种冠状病毒的直径约为120nm,1nm=10⁻⁹m.这种冠状病毒的直径用科学记数法表示为()m

- A. 120 × 10⁻⁹ B. 1.2 × 10⁻⁶ C. 1.2 × 10⁻⁸ D. 1.2 × 10⁻⁷

【思维点拨】本题考查单位换算的同时,记住科学记数法的表示形式 $a \times 10^n$ (其中 $1 \leq |a| \leq 10$, n 为整数),选B.

【例2】已知 a 的绝对值2, b 的相反数 $\sqrt{3}-2$, c 的倒数是 $2-\sqrt{3}$, 则 $abc =$ _____.

【思维点拨】本题考查绝对值、相反数、倒数,特别注意 $|a|=2$,故本题有两解2或-2.



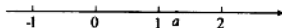
1. 在 $(- \sqrt{3})^0$, $\sin 60^\circ$, $-\frac{1}{7}$, 0, 1010010001..., $-\sqrt{2}$, 3, 14, $\sqrt[3]{-27}$ 中无理数有 _____.

2. $2-\sqrt{5}$ 的倒数是 _____, $|3-\sqrt{2}| =$ _____, -3 的相反数是 _____.

3. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 则 $\sqrt{2}(a+b) + \frac{1}{2}cd =$ _____.

4. “神舟”五号飞船返回舱的温度为 $21^\circ\text{C} \pm 4^\circ\text{C}$, 该返回舱的最高温度为 _____ $^\circ\text{C}$.

5. 实数 a 在数轴上的位置如图 1-1-1-1 所示,



化简: $|a-1| + \sqrt{(a-2)^2} =$ _____.

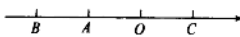
图 1-1-1-1

6. 观察下面一列有规律的数: $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \dots$ 根据其

规律可知: (1) 第7个数应是 _____, 第 n 个数是 _____, 第 $\frac{1}{132}$ 是第 _____ 个数.

7. (2004 · 益阳卷) 观察下列等式: $1^2 - 0^2 = 1$, $2^2 - 1^2 = 3$, $3^2 - 2^2 = 5$, $4^2 - 3^2 = 7$ 则第 n 个等式可表示为 _____.

8. 如图 1-1-1-2, 实数 a, b, c 在数轴上的对应点分别是 A, B, C. 化

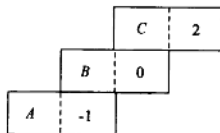


简: $-3|a| + |a+b| - \sqrt{(b-c)^2} =$ []

- A. $-2a+c$ B. $2a-c$
C. $-2a+2b-c$ D. $2a+2b-c$

图 1-1-1-2

9. (2004 · 海南卷) 如图 1-1-1-3 是一个正方形包装盒的表面展开图, 若在其中三个正方形 A, B, C 内分别填上适当的数, 使得这个表面展开图沿虚线折成正方体后, 相对面上的两数互为相反数, 则填在 A, B, C 内的三个数依次是 []



- A. 0, -2, 1 B. 0, 1, -2
C. 1, 0, -2 D. -2, 0, 1

图 1-1-1-3

第二节 实数有关的运算



重点点拨

考点内容:实数大小比较,实数的混合运算.实数的大小比较是数学的一个基础,特别是应用于数的开方,不等式等,在中考中常在填空题中出现,实数的混合运算中的运算律是一条主线,它贯穿到数与式的运算过程中,是中考的一个重点考查的知识点.



思维点拨

【例1】若数轴上的两点A、B表示的数分别是a、b,则下列结论正确的是 []

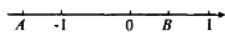


图 1-1-2-1

- A. $a - b > 0$ B. $2a + b > 0$
C. $\frac{1}{2}b - a > 0$ D. $a + b > 0$

【思维点拨】其实本题仍然属于实数的大小比较,根据数轴确定 $a < -1, 0 < b < 1$,也可采用特殊值法如:a取-1.5, b取0.5.选C.

【例2】计算: $(-2)^3 + \frac{1}{2} \cdot (2005 - \sqrt{3})^0 - \left| -\frac{1}{2} \right|$

【思维点拨】熟练掌握实数运算法:先乘方、开方,然后乘除,最后加减,特别是零指数运算: $a^0 = 1 (a \neq 0)$. 结果为-8.



思维训练

1. 比较大小: $-1\frac{3}{5}$ _____ $-1\frac{5}{7}$, $2\sqrt{7}$ _____ $3\sqrt{3}$, $\sqrt{15} - \sqrt{14}$ _____ $\sqrt{14} - \sqrt{13}$

2. 已知 $a = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$, $b = (\pi - 2)^0$, $c = \sqrt{2}$, 则 a, b, c 的大小关系是 _____.

3. $(-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^2 + \dots + (-1)^{2005} =$ _____.

4. 计算: $-2^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)^0 + 2\sin 30^\circ =$ _____.

5. 已知: $a^2 - 4a + 4$ 与 $|b - 1|$ 互为相反数, 则 $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \div (a + b) =$ _____.

6. 观察下列各等式:

$$\frac{2}{2-4} + \frac{6}{6-4} = 2, \frac{5}{5-4} + \frac{3}{4-3} = 2, \frac{7}{7-4} + \frac{1}{1-4} = 2, \frac{10}{10-4} + \frac{-2}{-2-4} = 2$$

依照以上各式成立的规律,在括号中填入适当的数,使等式 $\frac{12}{12-4} + \frac{(\quad)}{(\quad)-4} = 2$ 成立.

7. 已知 $2 + \frac{2}{3} = 2^2 \times \frac{2}{3}$, $3 + \frac{3}{8} = 3^2 \times \frac{3}{8}$, $4 + \frac{4}{15} = 4^2 \times \frac{4}{15}$, ... 若 $10 + \frac{n}{m} = 10^2 \times \frac{n}{m}$ (m, n 为整数), 则 $m + n =$ _____.

8. 小虫从某点O出发在一直线上来回爬行,假定向右爬行的路程记为正数,向左爬行的路程记为负数,爬过的各段路程依次为(单位:厘米):

$$+5, -3, +10, -8, -6, +12, -10$$

(1) 小虫最后是否回到出发点O?

(2) 小虫离开出发点O最远时是多少厘米?

(3) 在爬行过程中,如果每爬1厘米,奖励两粒芝麻,则小虫共得到多少粒芝麻?

第三节 整式及其运算



资料点金

考点内容: 整式、单项式、多项式、单项式的系数及次数、多项式的次数及项数、整式的加、减、乘、除、乘方及混合运算. 重点是整式的运算, 难点是整式运算法则, 在中考中整式运算也是考查的重点.



思维点拨

【例1】若 $3x^{2-a}y^2$ 与 $x^a y^2$ 是同类项, 则 $a =$ _____.

【思维点拨】3 或 -2. 本题考查同类项的定义, 同时考查同类项应为整式, 求出 a 值后应代回检验.

【例2】已知, $a+b=7$, $ab=12$, 求 a^2+b^2 和 $(a-b)^2$ 的值.

【思维点拨】25 和 1, 考查公式变形, 设法将所求的式子转化成含有 $a+b$ 与 ab 的项.



资料点金

1. 若 $|m-1| + (\sqrt{n}-5)^2 = 0$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

2. 若单项式 $2a^{m+2}b^{n-2m+2}$ 与 a^3b^7 是同类项, 则 $n^m =$ _____.

3. 若 $x=1$ 时, 式子 ax^3+bx+1 的值为 4, 则当 $x=-1$ 时, 式子 ax^3+bx+1 的值等于 _____.

4. 如果代数式 $4y^2-2y+5$ 的值为 7, 那么代数式 $2y^2-y+1$ 的值等于 _____.

5. 单项式 $-3x$, $-2x$, $5x^2$, $-6x^2$ 的和是 _____, 多项式 $4a^2-6ab-7$ 与 $-3a^2-ab+7$ 的差是 _____.

6. 若 $a^2-b^2 = (-a+b)m$, 则 m 等于 []

- A. $-a-b$ B. $-a+b$ C. $a-b$ D. $a+b$

7. 现规定一种运算: $a*b = ab + a - b$ 其中 a, b 为实数, 则 $a*b + (b-a)*b$ 等于 []

- A. a^2-b B. b^2-b C. b^2 D. b^2-a

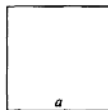
8. 实数 a 在数轴上的位置如图 1-1-3-1 所示, 则 $|a-1| + \sqrt{(a-2)^2}$ []

- A. $2a-3$ B. 1 C. -1 D. $3-2a$

图 1-1-3-1

9. 有若干张如图 1-1-3-2 所示的正方形和长方形卡片: 表中所列四种方案能拼成边长为 $(a+b)$ 的正方形的方案是 []

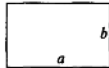
卡片 数量 方案	(1)	(2)	(3)
A	1	1	2
B	1	1	1
C	1	2	1
D	2	1	1



(1)



(2)



(3)

图 1-1-3-2

第四节 因式分解



资料点金

考点内容: 多项式因式分解, 多项式因式分解与整式乘法互逆, 多项式因式分解的常用方法有: 提公因式法、运用公式法、分组分解法、以及二次三项式在实数范围内借助求根公式的因式分解. 因式分解是一种变形, 主要用于分式的化简, 解一元二次方程等.



中考状元

【例1】分解因式： $x^3y^2 - 4x =$ _____.

【思维点拨】 $x(xy+2)(xy-2)$ ，本题是采用提公因式方法，后运用公式法，因式分解一定要分到不能再分为止.

【例2】多项式 $x^2 + px + 12$ 可分解为两个一次因式的积，整数 p 的值可以是_____（只写一个）

【思维点拨】7，本题属开放题，只要把常数项分成两个整数的积，那么 p 就是这两个整数的和，本题有6种情况.



中考精英

1. $4a^2 - 9 = (\quad)^2 - 3^2 = (\quad)(\quad)$

2. 若方程 $2x^2 + 4x - 30 = 0$ 的两根是 $x_1 = 3, x_2 = -5$ ，则 $2x^2 + 4x - 30 =$ _____.

3. 若二次三项式 $x^2 - ax + 9$ 是一个完全平方式，则 $a =$ _____.

4. 若二次三项式 $x^2 - 5x + b$ 能分解成两个整系数的一次因式的积，则 b 的值可以是_____。（只填一个）

5. x, y 为实数，试判断 $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 11$ 的值

[]

A. 大于零

B. 等于零

C. 小于零

D. 不能确定

6. 若 $x^2 + mx - 15 = (x+3)(x-5)$ ，则 m 的值是

[]

A. -5

B. 5

C. -2

D. 2

7. 把下列各式因式分解

(1) $-2a^3 + 8a^2 - 6a$

(2) $(2a-x)^2 - a(x-2a)$

(3) $2ax - 10ay + 5by - bx$

(4) 在实数范围内因式分解 $2x^2 - 3x - 1$

8. 阅读下列材料，并解答相应问题：

九年义务教育初级中学数学书《代数》中，有以下文字：对于二次三项式 $x^2 + 2ax + a^2$ 这样的完全平方式，可以用公式法将它分解成 $(x+a)^2$ 的形式，但是，对于二次三项式 $x^2 + 2ax - 3a^2$ 就不能直接应用完全平方公式了，我们可以在二次三项式 $x^2 + 2ax - 3a^2$ 中先加上一项 a^2 ，使其成为完全平方式，再减去 a^2 这项，使整个式子的值不变，于是有

$$x^2 + 2ax - 3a^2 = x^2 + 2ax + a^2 - a^2 - 3a^2$$

$$= (x+a)^2 - (2a)^2$$

$$= (x+3a)(x-a)$$

(1) 象上面这样把二次三项式分解因式的数学方法是_____.

(2) 这种方法的关键是_____.

(3) 用上述方法把 $m^2 - 6m + 8$ 分解因式.

第五节 分式及其运算



思维点拨

考点内容:分式的意义、分式的基本性质、分式的运算、整式与分式的区别、重点分式的运算、难点分式的意义、分式的运算历来是中考考查的一个重点。



中考状元

【例1】分式 $\frac{x^2+x-6}{x-2}$, 当 x _____ 时, 分式有意义; 当 x _____ 时, 分式无意义; 当 $x =$ _____ 时, 分式值为零。

【思维点拨】 $x \neq 2$; $x = 2$; $x = -3$, 分式 $\frac{b}{a}$ 中, 当 $a \neq 0$ 时分式有意义; 当 $a = 0$ 时分式无意义; 当 $b = 0$ 且 $a \neq 0$ 时, 分式的值为零。

【例2】先化简 $\frac{3-x}{x-2} \div \left(x+2-\frac{5}{x-2}\right)$ 然后选取一个你感兴趣的 x 的值代入计算。

【思维点拨】本题属混合运算, 有减法, 有除法, 又含有小括号, 应先化简小括号, 再把除法变乘法, 特别在取 x 的值时应保证原式子有意义, 如 $x \neq 2$ 。



中考状元

1. 若分式 $\frac{x^2-3}{x+\sqrt{3}}$ 的值为零, 则 $x =$ _____。

2. 若 $a < 0$, 则 $\frac{a-|a|}{a} =$ _____。

3. 不改变分式 $\frac{0.5x-1}{0.3x+0.2}$ 的值, 把它的分子和分母中各项分数都化为整数, 则所得的结果为 _____。

4. 分式 $\frac{b}{ab^2}$, $\frac{1}{xy}$, $\frac{2x}{8x^2y}$, $\frac{3}{mn}$ 中, 最简分式有 _____。

5. 分式 $\frac{x}{x^2-1}$, $\frac{1}{x^2-3x+2}$ 的最简公分母是 _____。

6. 如果把分式 $\frac{x+2y}{x}$ 中的 x 和 y 都扩大 10 倍, 那么分式的值

[]

A. 扩大 10 倍

B. 缩小 10 倍

C. 不变

D. 扩大 2 倍

7. 下列等式不成立的是

[]

A. $\frac{x^2-y^2}{x-y} = x-y$

B. $\frac{x^2-2xy+y^2}{x-y} = x-y$

C. $\frac{xy}{x^2-xy} = \frac{y}{x-y}$

D. $\frac{y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{y^2-x^2}{xy}$

8. 如果分式 $\frac{|x|-1}{x^2-3x+2}$ 的值为零, 那么 x 的值等于

[]

A. -1

B. 1

C. -1 或 1

D. 1 或 2

9. 已知 $\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, ..., 那么 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, 试应用这一规律计算:

(1) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{19 \times 20}$

(2) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$

第六节 数的开方与二次根式



知识要点

考点内容:数的开方、平方根、算术平方根、立方根、二次根式、最简二次根式、同类二次根式、互为有理化因式、分母有理化、二次根式的化简. 本节内容概念性较强,也是中考试题中的一个基础.



思维点拨

【例1】 $\sqrt{16}$ 的平方根是_____,算术平方根是_____.

【思维点拨】 ± 2 ;2. 本题最容易回答成16的平方根与算术平方根,应对原数先化简再写出它的平方根与算术平方根.

【例2】当 $a \leq \frac{1}{2}$ 时,化简 $\sqrt{1-4a+4a^2} + |2a-1| =$ []

A. 2

B. $2-4a$ C. a

D. 0

【思维点拨】B. 对于 $\sqrt{a^2} = |a|$,当 $a \geq 0$ 时 $|a| = a$,当 $a < 0$ 时 $|a| = -a$.

【例3】化简 $\sqrt{18} + \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} - 4\sqrt{\frac{1}{8}}$

【思维点拨】对于单独一个二次根式应先转化为最简二次根式,二是分母有理化时,分子、分母应同时乘以有理化因式, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 的有理化因式是 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$,最后再合并同类二次根式.



思维拓展

1. $\left(-\frac{1}{4}\right)^2$ 的平方根是_____,算术平方根是_____.

2. 把 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 的根号外的因式移到根号内得_____.

3. 计算: $\sqrt{12} + (2-\sqrt{3})^{-1} - \left(\frac{1}{5}\right)^0 =$ _____.

4. 若 $a > 1$,则 $|1-a| + \sqrt{a^2} =$ _____.

5. 下列叙述中正确的是 []

A. 正数的平方根不可能是负数

B. 无限小数是无理数

C. 实数和数轴上的点一一对应

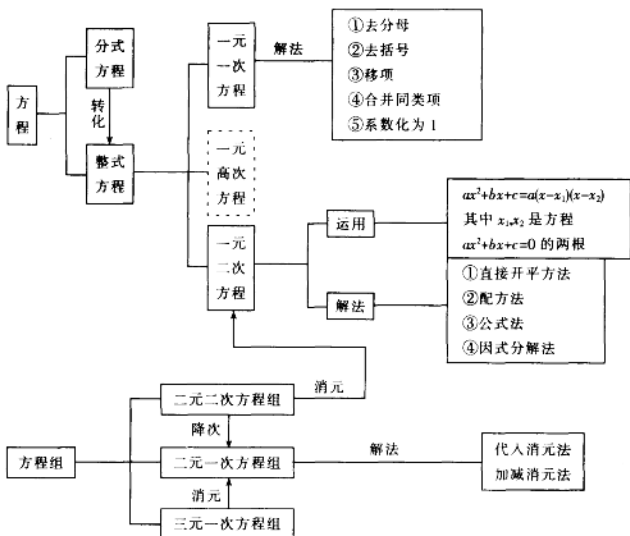
D. 带根号的数是无理数

6. 使等式 $\sqrt{\frac{x}{x-3}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}}$ 成立的 x 的取值范围是 []

A. $x \neq 3$ B. $x \geq 0$ C. $x > 3$ D. $x \geq 3$

7. 已知 $a = \frac{1}{\sqrt{3}-1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{3}+1}$,求 $\sqrt{ab}\left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}\right)$ 的值.

第二章 方程(组)



第一节 整式方程



学科状元

考点内容: 等式和它的性质, 方程的有关概念及分类, 求解一元一次方程, 一元二次方程, 特殊的高次方程, 重点是根的意义, 一元一次方程及一元二次方程的解法.



学科状元

【例1】 判断题:

(1) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} - 2 = 0$ 是一元二次方程. ()

(2) $xy + 3x - 5 = 1$ 是二元一次方程. ()

(3) $x^2 = 0$ 是一元二次方程. ()

【思维点拨】 (1) $\times$; (2) $\times$; (3) $\checkmark$; (1) 中分母含有未知数, 属于分式方程, 不是一元二次方程; (2) 是二元二次方程, 未知项的最高次数是 2; (3) 它完全符合一元二次方程的定义.

【例2】 a, b, c, d 为实数, 现规定一种新的运算: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 那么当 $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ (1-x) & 5 \end{vmatrix} = 18$ 时, $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【思维点拨】3. 本题考查学生模仿、创新能力, 由 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 想到 $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ (1-x) & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 5 - 4(1-x)$.



思维点拨

- 方程 $(x-5)(x+3) + (x+2)(x+4) = 26$ 化成一元二次方程一般形式后, 它的各项系数之和为 []
- 如果方程 $5x+3=0$ 的解也是关于 x 的方程 $5x+3k=27$ 的解, 那么 k 的值是 []
 A. 1 B. 8 C. 9 D. 10
- 方程 $(a^2-3)x^2 + (a-3)x + 3a-4=0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 a 的范围是 []
 A. $a \neq 0$ B. $a \neq \sqrt{3}$ C. $a \neq \pm \sqrt{3}$ D. $a \neq 3$
- 若 $2m-4$ 与 $3m-1$ 是同一个数的平方根, 则 m 为 []
- 用适当的方法解下列一元二次方程
 (1) $(2x-3)^2 - 7 = 0$ (2) $2y^2 + 3y - 1 = 0$ (3) $3x(x-1) = 2 - 2x$

6. 解方程 $x^2 + |x| - 2 = 0$

解: 原方程可化为 $|x|^2 + |x| - 2 = 0$ ($|x|+2$) ($|x|-1$) = 0

$\therefore |x| = -2$ $|x| = 1$

$\therefore |x| = -2$ 无意义 $\therefore |x| = 1$ $\therefore x_1 = 1, x_2 = -1$ $\therefore$ 原方程的根是 $x_1 = 1, x_2 = -1$

请参照例题解方程 $x^2 - 6x - |x-3| + 3 = 0$

第二节 分式方程



考点点金

考点内容: 分式方程的概念, 解分式方程, 它的基本思想方法是: 分式方程 $\xrightarrow[\text{换元}]{\text{去分母}}$ 整式方程, 解分式方程产生增根的原因, 验根的方法. 重点内容是分式方程的解法及增根问题, 中考试卷中还出现分式方程和一元二次的根与系数关系, 或与实际应用题相结合的题型.



思维点拨

【例1】指出下列方程中, 分式方程有 [] 个

① $\frac{1}{2x} - \frac{1}{3x^2} = 5$ ② $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} = 5$ ③ $\sqrt{2}x^2 - 5x = 0$ ④ $\frac{5}{\sqrt{2}}x - \frac{\sqrt{2}}{5x} + 3 = 0$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【思维点拨】B. 根据分式方程的概念, 看其分母是否含有未知数.

【例2】当 a 取什么整数时, 方程 $\frac{x}{x-2} + \frac{x-2}{x} + \frac{2x+a}{x(x-2)} = 0$ 恰好有一个根.

【思维点拨】-4; -8, 分式方程只有一个根要考虑两种情况:(1)原方程化为整式方程后, 所得方程只有一个根, 即 $\Delta = 0$; (2) 有两个根, 但其中一个为增根。



中考精编

- 方程 $\frac{x-1}{m} + \frac{3}{m+1} = x+1$ 是关于 _____ 的分式方程。
- 用换元法解方程 $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4$, 可设 $y = x + \frac{1}{x}$, 则原方程化为关于 y 的整式方程是 _____。
- $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$, 则 $x - \frac{1}{x} =$ _____。
- 分式 $\frac{x^2+2x-3}{|x|-1}$ 的值为 0, 则 x 的取值为 _____。
- 若关于 x 的方程 $\frac{ax+1}{x-1} - 1 = 0$ 有增根, 则 a 的值为 _____。
- 若 $2x^2 - 5x + \frac{8}{2x^2 - 5x + 1} - 5 = 0$, 则 $2x^2 - 5x - 1$ 的值为 _____。
- 在正数范围内定义一种运算 $*$, 其规则为 $a * b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, 根据这个规则, 方程 $x * (x+1) = \frac{3}{2}$ 的解是 []
 A. $x = \frac{2}{3}$ B. $x = 1$ C. $x_1 = -\frac{2}{3}$ 或 $x = 1$ D. $x_1 = \frac{2}{3}$ 或 $x = -1$
- 已知 $\frac{1}{a} - |a| = 1$, 则 $\frac{1}{a} + |a|$ 的值为 []
 A. $\pm\sqrt{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\pm\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$ 或 1

9. 阅读理解题:

阅读下列材料, 关于 x 的方程:

$$x + \frac{1}{x} = c + \frac{1}{c} \text{ 的解是 } x_1 = c, x_2 = \frac{1}{c}$$

$$x - \frac{1}{x} = c - \frac{1}{c} \text{ 的解是 } x_1 = c, x_2 = -\frac{1}{c}$$

$$x + \frac{2}{x} = c + \frac{2}{c} \text{ 的解是 } x_1 = c, x_2 = \frac{2}{c}$$

$$x + \frac{3}{x} = c + \frac{3}{c} \text{ 的解是 } x_1 = c, x_2 = \frac{3}{c}$$

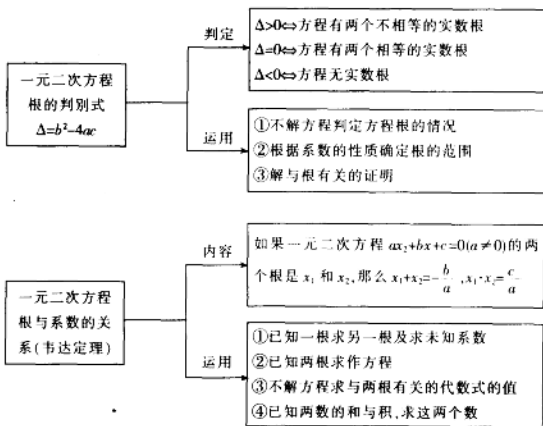
.....

(1) 请观察上述方程与解的特征, 比较关于 x 的方程 $x + \frac{m}{x} = c + \frac{m}{c}$ ($m \neq 0$) 与它们的关系, 猜想它的解是什么, 并利用“方程的解”的概念进行验证。

(2) 由上述的观察、比较、猜想、验证, 可以得出结论: 如果方程的左边是未知数与其倒数的倍数, 方程右边的形式与左边完全相同, 只把其中未知数换成了某个常数, 那么这样的方程可以直接得解, 请用这个结论解

关于 x 的方程: $x + \frac{2}{x-1} = a + \frac{2}{a-1}$.

第三节 一元二次方程根的判别式和根与系数的关系



这节知识是目前《大纲版》初中教学中的重点内容, 这节与函数和几何知识结合起来考试题经常能见到。



【例1】已知关于 x 的方程 $x^2 - (2k-3)x + k^2 + 1 = 0$.

(1) 当 k 为何值时, 此方程有实数根;

(2) 若此方程的两实数根 x_1, x_2 满足 $|x_1| + |x_2| = 3$, 求 k 的值.

【思维点拨】本题考查根的判别式与根与系数关系的应用. 先直接由根的判别式求出 k 的取值范围, 在这一前提下, 再用根与系数关系求 m 的值, 易判断 $|x_1| + |x_2| = x_1 + x_2$ 或 $|x_1| + |x_2| = -x_1 - x_2$.

【例2】已知实数 a, b 满足 $a^2 = 2 - 2a, b^2 = 2 - 2b$, 求 $\frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2}$ 的值. (附: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$)

【思维点拨】通过观察两个等式, 发现可利用根与系数关系来解决问题, 但用此种方法解在没有指明 a, b 不等的前提下, 必须分两种情况求解, 否则会漏解.



1. x_1, x_2 是方程 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ 的两个实数根, 则 $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$ 的值等于 []

A. $-\frac{1}{2}$

B. -6

C. $\frac{1}{2}$

D. -2

2. 方程 $2x^2 + x + m = 0$ 的一个根为 1, 则另一个根为 _____, $m =$ _____.

3. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边长, 且方程 $(c-b)x^2 + 2(b-a)x + (a-b) = 0$ 有两个相等的实数根, 那么这个三角形是 []