新世纪

高等职业教育
基础类课程规划教材

新编工程数学

（复变函数基础 积分变换 数值计算 矢量分析）（第二版）

GAODENG ZHIYE JIAOYU
JICHULEI KECHENG GUIHUA JIAOCAI

新世纪高等职业教育教材编审委员会组编

主编 李 颖 侯谦民

大连理工大学出版社

新世纪

高等职业教育基础类课程规划教材

新编工程数学

(复变函数基础 积分变换 数值计算 矢量分析)

(第二版)

新世纪高等职业教育教材编审委员会组编

主编 李 颖 侯谦民 副主编 程敬松 张 莉 万 荣

XINBIAN GONGCHENG SHUXUE

大连理工大学出版社

DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

新编工程数学(复变函数基础 积分变换 数值计算 矢量分析)/李颖、侯谦民主编.—2版.—大连:大连理工大学出版社,2005.6
高等职业教育基础类课程规划教材
ISBN 7-5611-2909-2

Ⅰ.新… Ⅱ.①李… ②侯… Ⅲ.工程数学-高等学校:技术学校-教材 Ⅳ.TB11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 047402 号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市凌水河 邮政编码:116024
电话:0411-84708842 传真:0411-84701466
E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn
大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:13 字数:283 千字
印数:3 001～7 000
2002 年 8 月第 1 版 2005 年 6 月第 2 版
2005 年 6 月第 2 次印刷

责任编辑:郑淑芹 责任校对:李 红
封面设计:波 朗

定价:18.00 元

新世纪高等职业教育教材编委会教材建设

指导委员会

主任委员：

曹勇安　黑龙江东亚学团董事长　齐齐哈尔职业学院院长　教授

副主任委员（以姓氏笔画为序）：

马必学	武汉职业技术学院院长	教授
王大任	辽阳职业技术学院院长	教授
冯伟国	上海商业职业技术学院副院长	教授　博士
刘兰明	邯郸职业技术学院副院长	教授　博士
刘长声	天津对外经济贸易职业学院副院长	副教授
李竹林	河北建材职业技术学院院长	教授
李长禄	黑龙江工商职业技术学院副院长	副研究员
陈　礼	广东顺德职业技术学院副院长	教授
金长义	广西工业职业技术学院院长	副教授
赵居礼	陕西工业职业技术学院副院长	副教授
徐晓平	盘锦职业技术学院院长	教授
高树德	吉林交通职业技术学院副院长	教授
戴裕崴	天津轻工业职业技术学院副院长	副研究员　博士

秘书长：

杨建才　沈阳师范大学职业技术学院院长

副秘书长（以姓氏笔画为序）：

张和平	江汉大学高等职业技术学院院长	
张化疆	黑龙江生态工程职业学院副院长	教授
周　强	齐齐哈尔大学应用技术学院副院长	

秘书组成员（以姓氏笔画为序）：

卜　军　上海商业职业技术学院
王澄宇　大庆职业学院
粟景妆　广西国际商务职业技术学院
鲁　捷　沈阳师范大学职业技术学院
谢振江　黑龙江省司法警官职业学院

会员单位：（略）

总 序

我们已经进入了一个新的充满机遇与挑战的时代，我们已经跨入了21世纪的门槛。

20世纪与21世纪之交的中国，高等教育体制正经历着一场缓慢而深刻的革命，我们正在对传统的普通高等教育的培养目标与社会发展的现实需要不相适应的现状作历史性的反思与变革的尝试。

20世纪最后的几年里，高等职业教育的迅速崛起，是影响高等教育体制变革的一件大事。在短短的几年时间里，普通中专教育、普通高等教育全面转轨，以高等职业教育为主的各种形式的应用型人才培养的教育发展到与普通高等教育等量齐观的地步，其来势之迅猛，迫人深思。

无论是正在缓慢变革着的普通高等教育，还是迅速推进着的应用型人才培养的高等职业教育，都向我们提出了一个同样的严肃问题：中国的高等教育为谁服务，是为教育发展自身，还是为包括教育在内的大千社会？答案肯定而且惟一，那就是教育也置身其中的现实社会。

由此又引发出高等教育的目的问题。既然教育必须服务于社会，它就必须按照不同领域的社会需要来完成自己的教育过程。换言之，教育资源必须按照社会划分的各个专业(行业)领域(岗位群)的需要实施配置，这就是我们长期以来明乎其理而疏于力行的学以致用问题，这就是我们长期以来未能给予足够关注的教育的目的问题。

众所周知，整个社会由其发展所需要的不同部门构成，包括公共管理部门如国家机构、基础建设部门如教育研究机构和各种实业部门如工业部门、商业部门，等等。每一个部门又可作更为具体的划分，直至同它所需要的各种专门人才相对应。教育如果不能按照实际需要完成各种专门人才培养的目标，就不能很好地完成社会分工所赋予它的使命，而教育作为社会分工的一种独立存在就应受到置疑(在市场经济条件下尤其如此)。可以断言，按照社会的各种不同需要培养各种直接有用人才，是教育体制变革的终极目的。

随着教育体制变革的进一步深入，高等院校的设置是否会同社会对人才类型的不同需要一一对应，我们姑且不论。但高等教育走应用型人才培养的道路和走理论型（也是一种特殊应用）人才培养的道路，学生们根据自己的偏好各取所需，始终是一个理性运行的社会状态下高等教育正常发展的途径。

高等职业教育的崛起，既是高等教育体制变革的结果，也是高等教育体制变革的一个阶段性表征。它的进一步发展，必将极大地推进中国教育体制变革的进程。作为一种应用型人才培养的教育，高等职业教育从专科层次起步，进而高职本科教育、高职硕士教育、高职博士教育……当应用型人才培养的渠道贯通之时，也许就是我们迎接中国教育体制变革的成功之日。从这一意义上说，高等职业教育的崛起，正是在为必然会取得最后成功的教育体制变革奠基。

高职教育还刚刚开始自己发展道路的探索过程，它要全面达到应用型人才培养的正常理性发展状态，直至可以和现存的（同时也正处在变革分化过程中的）理论型人才培养的教育并驾齐驱，还需假以时日；还需要政府教育主管部门的大力推进，需要人才需求市场的进一步完善发育，尤其需要高职教学单位及其直接相关部门肯于做长期的坚韧不拔的努力。新世纪高等职业教育教材编审委员会就是由全国100余所高职院校和出版单位组成的旨在以推动高职教材建设来推进高等职业教育这一变革过程的联盟共同体。

在宏观层面上，这个联盟始终会以推动高职教材的特色建设为己任，始终会从高职教学单位实际教学需要出发，以其对高职教育发展的前瞻性的总体把握，以其纵览全国高职教材市场需求的广阔视野，以其创新的理念与创新的组织形式，通过不断深化的教材建设过程，总结高职教学成果，探索高职教材建设规律。

在微观层面上，我们将充分依托众多高职院校联盟的互补优势和丰裕的人才资源优势，从每一个专业领域、每一种教材入手，突破传统的片面追求理论体系严整性的意识限制，努力凸现高职教育职业能力培养的本职特征，在不断构建特色教材建设体系的过程中，逐步形成自己的品牌优势。

新世纪高等职业教育教材编审委员会在推进高职教材建设事业的过程中，始终得到了各级教育主管部门以及各相关院校相关部门的热忱支持和积极参与，对此我们谨致深深谢意；也希望一切关注、参与高职教育发展的同道朋友，在共同推动高职教育发展、进而推动高等教育体制变革的进程中，和我们携手并肩，共同担负起这一具有开拓性挑战意义的历史重任。

新世纪高等职业教育教材编审委员会

2001年8月18日

前　言

《新编工程数学(复变函数基础 积分变换 数值计算 矢量分析)》(第二版)是新世纪高职教材编委会组编的基础类课程规划教材之一,也是《新编工程数学》的第二分册。

本教材在第一版的基础上,经过几轮教学实践后做了一系列具有创新意义的改进和调整,从而变得更加完善。修订后的教材具有如下特点:

1.淡化了逻辑论证和繁琐的推理过程,在教学导向上侧重于解题方法及其应用,培养学生直接使用数学工具解决工程问题的意识。

2.在深度把握上难易适中,习题的选择与教学内容衔接得更紧密,适合高职教学对象的知识基础。

3.强调数学概念与实际问题的联系,书中的许多例题与习题,是由生产生活中的实际问题提炼加工而成,可培养学生分析和解决实际问题的能力。本教材兼顾了高职工科各专业后续课程教学对数学知识的范围要求,适用于高职工科各专业的学生。

4.充分体现教育部对我国高等职业教育的导向,所述知识点能充分满足高职院校少学时的工程数学的教学需求。

5.书末附有习题答案以及傅氏变换简表、拉氏变换简表和拉普拉斯变换法则公式。

《新编工程数学》全套教材由沈阳电力高等专科学校崔国生统筹组织。

本教材由沈阳电力高等专科学校李颖、湖北经济管理大学侯谦民任主编;吉林交通职业技术学院程敬松、丹东职业技术学院张莉、南昌第三职业学校万荣任副主编。具体编写分工如下:第一篇由张莉、万荣编写;第二篇由程敬松编写;第三篇由侯谦民编写;第四篇由李颖编写。

尽管我们在探索《新编工程数学(复变函数基础 积分变换 数值计算 矢量分析)》(第二版)的特色建设方面做出了许多努力,但由于作者水平有限,教材中难免存在疏漏或不当之处,恳请各相关教学单位和读者在使用本教材的过

新世纪

程中给予关注，并将意见和建议及时反馈给我们，以便修订时改进。

所有意见、建议请发往：gzjckfb@163.com
联系电话：0411－84707604 13352244668

编 者
2005年6月

目　录

第一篇　复变函数基础

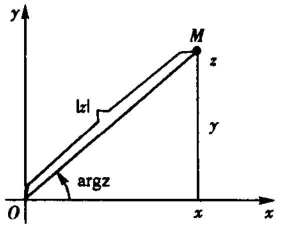
第二篇 积分变换

第三篇 数值计算

第四篇 矢量分析

第一篇

复变函数基础



复变函数在工程技术中有着广泛的应用，是解决诸如电学、流体力学等问题的有力工具。

第一章

复数与复变函数

直到目前为止,我们所学过的数学课程的一切论证和运算,基本上是在实数范畴内进行的。本门课程将要迈出实数范围而进入复数领域,本章引入复数及复变函数的概念。

第一节　复　数

定义1　设 x 与 y 是一对实数,i 表示虚数单位,$\mathrm{i}=\sqrt{-1}$,称 $z=x+y\mathrm{i}$ 是一个复数。当 $y=0$ 时,$z=x$ 是一个实数;当 $x=0$ 时,$z=y\mathrm{i}$ 是一个虚数。称 x 为复数 z 的实部,y 为复数 z 的虚部,记为 $x=\mathrm{Re}(z)$,$y=\mathrm{Im}(z)$。

例如,$z=2+3\mathrm{i}$ 是一个复数,实部是2,虚部是3。

复数的几何表示:复数与实平面上的点有一对一的对应关系,即 $z=x+y\mathrm{i}$ 对应于点 $M(x,y)$。因此,可以把平面上的点 $M(x,y)$ 看作是复数的几何表示,实数 x 对应于横坐标轴上的点,称横坐标轴为实轴;虚数 $\mathrm{i}y$ 对应于纵坐标轴上的点,称纵坐标轴为虚轴;实轴与虚轴的交点称为原点。引入了实轴、虚轴及原点的平面称为复平面。实平面上的每一点都代表一对有序实数(x,y),复平面上每一个点都代表一个复数 $z=x+y\mathrm{i}$。

约定:在复平面上,复数 z、点 z、点 $M(x,y)$、向量 z、向量$\overrightarrow{oz}$及向量$\overrightarrow{OM}$是同义词,不加区别(如图1-1)。

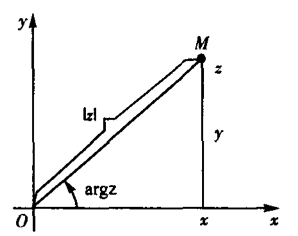


图1-1

向量 z 的长度称为复数 z 的模,记为 r 或 $|z|$,即 $r=|z|=\sqrt{x^2+y^2}$,向量与实轴正方向夹角称为 z 的辐角,记为 $\mathrm{Arg}z$ 或 θ。辐角的正负,视正向实轴是按逆时针方向还是按顺时针方向转至向量 z 而定,逆时针方向为正,顺时针方向为负。任何一个复数的辐角有无穷多个,其中只有一个辐角在 $-\pi$ 与 π 之间,称为主辐角(或主值),记为 $\arg z$ 或 θ_0。于是有 $-\pi<\arg z\leqslant\pi$ 及 $\mathrm{Arg}z=\arg z+2k\pi$($k$ 是任意整数),

$$\theta_0 = \arg z(\text{当 } z \neq 0 \text{ 时})\begin{cases} \arctan\dfrac{y}{x},\text{当 } z \text{ 在第一象限} \\ \arctan\dfrac{y}{x}+\pi,\text{当 } z \text{ 在第二象限} \\ \arctan\dfrac{y}{x}-\pi,\text{当 } z \text{ 在第三象限} \\ \arctan\dfrac{y}{x},\text{当 } z \text{ 在第四象限} \end{cases}$$

注意　当 $z = 0$ 时,其模为零,辐角不确定。

不难确定 $|z| = C$(C 是常数)表示一个以坐标原点为圆心,以 C 为半径的圆周[如图 1-2(a)]; $|z| < C$ 表示一个以坐标原点为圆心,以 C 为半径的开圆(不包括圆周)[如图 1-2(b)]; $|z - z_0| < C$ 表示一个以 z_0 为圆心,以 C 为半径的开圆〔如图 1-2(c) 〕;$\arg z = C$(C 是常数)表示一条从坐标原点引出的极角 $\theta = \arg z = C$ 的射线〔如图 1-2(d)〕。

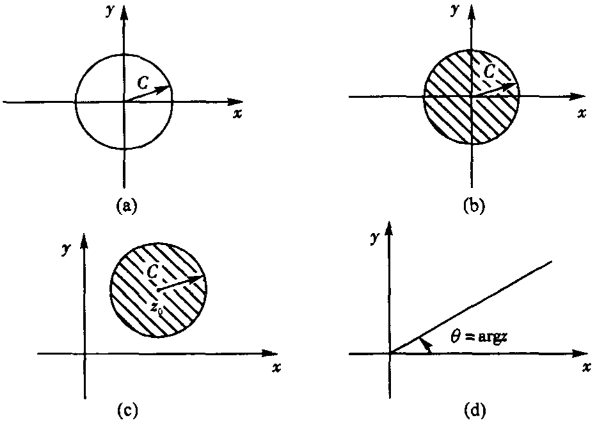


图 1-2

设 $z = x + yi$,令 $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$,$\arg z = \theta$,由以 r 为半径的开圆的几何表示可得:$x = r\cos\theta$,$y = r\sin\theta$,于是 $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$(称为复数的三角表示法)。根据欧拉(Euler)公式:$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$,复数 z 又可表示为 $z = re^{i\theta}$(称为复数的指数表示法)。

$x + yi$ 与 $x - yi$ 互称为共轭复数,若前者记 z,则后者记 $\bar{z}$,关于实轴对称。显然有 $|z| = |\bar{z}|$,$\arg z = -\arg\bar{z}$($\arg z \neq \pi$)。实数的共轭数是实数本身。另外,复数不能比较大小。

【例 1】　求 $z = -1 - i$ 的辐角、模、共轭复数。

解　主值 $\arg(-1-i) = \arctan\dfrac{-1}{-1} - \pi = \dfrac{\pi}{4} - \pi = -\dfrac{3\pi}{4}$

辐角　$\operatorname{Arg}(-1-i) = -\dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi$($k$ 是任意整数)

模　$|-1-i| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$

z 的共轭复数　$\bar{z} = \overline{-1-i} = -1 + i$

第二节　复数的运算

对两个复数 $z_1 = x_1 + y_1 i, z_2 = x_2 + y_2 i$ 的运算规定如下：

$z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + (y_1 \pm y_2)i$

$z_1 \cdot z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + (x_1 y_2 + y_1 x_2)i$

$\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{x_1 + y_1 i}{x_2 + y_2 i} = \dfrac{(x_1 + y_1 i)(x_2 - y_2 i)}{(x_2 + y_2 i)(x_2 - y_2 i)} = \dfrac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i\dfrac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}$

共轭复数的性质：

(1) $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2, \overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2, \overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

(2) $\bar{\bar{z}} = z$

(3) $z\bar{z} = [\mathrm{Re}(z)]^2 + [\mathrm{Im}(z)]^2 = |z|^2$

(4) $z + \bar{z} = 2\mathrm{Re}(z), \quad z - \bar{z} = 2i\mathrm{Im}(z)$

采用指数形式，$z_1 = r_1 e^{i\theta_1}, z_2 = r_2 e^{i\theta_2}$，则 $z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}, \dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$

显然，两个复数乘积的模等于它们的模的乘积，乘积的辐角等于它们的辐角之和。两个复数商的模等于它们的模的商，商的辐角等于它们的辐角之差。即

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|, \mathrm{Arg}(z_1 \cdot z_2) = \mathrm{Arg}z_1 + \mathrm{Arg}z_2$$

或
$$\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2, \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}, \mathrm{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \mathrm{Arg}z_1 - \mathrm{Arg}z_2$$

复数乘方：记 $z^n = \underbrace{z \cdot z \cdot \cdots \cdot z}_{n个}$，设 $z = re^{i\theta}$，则 $z^n = r^n e^{in\theta}$

采用三角表示法有 $z = r(\cos\theta + i\sin\theta) = re^{i\theta}, z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = (re^{i\theta})^n = r^n e^{in\theta} = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$。取 $r = 1$，即得棣莫弗(Demoivre)公式

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

复数相等：当且仅当 $x_1 = x_2, y_1 = y_2$ 时，称 $z_1 = x_1 + y_1 i, z_2 = x_2 + y_2 i$ 两个复数相等。

【例 1】 计算 $\left(\dfrac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10}$ 的值。

解　先把分子、分母化成三角式，$1 + \sqrt{3}i = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right), 1 - \sqrt{3}i = 2\left[\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\right]$

$$\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10} = \left\{\frac{2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)}{2\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]}\right\}^{10} = \frac{\cos\frac{10\pi}{3} + i\sin\frac{10\pi}{3}}{\cos\left(-\frac{10\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{10\pi}{3}\right)}$$

$$= \frac{-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

复数开方：z 开 n 次方可作为乘方的逆运算，考虑到三角函数的周期性，有

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r(\cos\theta + i\sin\theta)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\theta}{n} + i\sin\frac{\theta}{n}\right) = \sqrt[n]{r}e^{i\frac{\theta}{n}}$$

其中，$\theta = \theta_0 + 2k\pi$，$k$ 是任意整数，$\theta_0 = \arg z$，则

$$\sqrt[n]{r(\cos\theta + i\sin\theta)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\theta_0 + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta_0 + 2k\pi}{n}\right)$$

$$= \sqrt[n]{r}e^{i\frac{\theta_0 + 2k\pi}{n}} = \sqrt[n]{r}e^{i\frac{\theta_0}{n}}e^{i\frac{2k\pi}{n}}$$

如果 $k = n$，则$\frac{\theta}{n} = \frac{\theta_0}{n} + 2\pi$，从而得到一个与 $k = 0$ 时相同的方根值，证明了复数的 n 次方根恰有 n 个不同的值。这些方根的模与辐角分别为$\sqrt[n]{|z|}$ 和$\frac{\theta_0}{n} + \frac{2k\pi}{n}$，$k = 0,1,2,\ldots,n-1$。即这 n 个值就是以原点为中心，以$\sqrt[n]{r}$ 为半径的圆的内接正n边形的n个顶点。

例如 $z = 1 + i = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ 的 4 次方根，有 4 个值，它们分别是

$w_0 = 2^{\frac{1}{8}}e^{i\frac{\pi}{16}}$（$k = 0$ 的情形）

$w_1 = 2^{\frac{1}{8}}e^{i\left(\frac{\pi}{16}+\frac{\pi}{2}\right)} = iw_0$（$k = 1$ 的情形）

$w_2 = 2^{\frac{1}{8}}e^{i\left(\frac{\pi}{16}+\pi\right)} = -w_0$（$k = 2$ 的情形）

$w_3 = 2^{\frac{1}{8}}e^{i\left(\frac{\pi}{16}+\frac{3\pi}{2}\right)} = -i\,w_0$（$k = 3$ 的情形）

这四个方根均匀地分布在以原点为中心，以 $2^{\frac{1}{8}}$ 为半径的圆周上(如图 1-3)。

在电子技术中，复数 $x + yi$ 的三角表示法与指数表示法为

$$x + yi = A(\cos\theta + i\sin\theta) = Ae^{i\theta}$$

其中：$A = \sqrt{x^2 + y^2}$，$\theta = \arctan\frac{y}{x}(-\pi/2 < \theta < \pi/2)$，被广泛地用来计算交流电路问题。

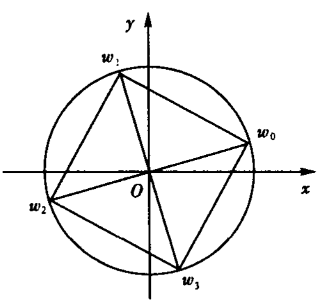


图 1-3

第三节　区域、边界和复数球面

一、区域和边界

定义 1　复平面上的点集 D 称为区域，如果 D 满足如下条件：(1) D 的以任一给定点为中心的足够小的圆周内的点全部属于这个集合。(2) 集合 D 中任意两点都能用折线把它们连接起来，且此折线上所有点都属于这个集合。

满足(1)的点称为区域 D 的内点。复平面上的点 z_0，如果以 z_0 为中心的一个足够小的

圆周内的点全部不属于 D,称 z_0 为区域 D 的外点。

定义 2 含有某点 z_0 的任意区域称为这点的邻域。通常取圆域作为点的邻域,如果圆的半径为 r,那么称 $|z-z_0|<r$ 这个邻域为点 z_0 的 r－邻域。

无穷远点邻域应理解为以坐标原点为中心的任意圆域的外部,即邻域 $|z|>R$(R 是任意大的正实数)。

定义 3 点 M 称为区域 D 的边界点,如果它不属于区域 D,但以它为中心的足够小的邻域中总有区域 D 的点。区域 D 的边界点的全体称为区域 D 的边界。

例如,圆域 $|z|<1$ 的边界是圆周 $|z|=1$。

定义 4 由区域 D 及其边界所组成的集合称为闭区域,记作 $\overline{D}$。

例如,$|z|\leqslant 1$ 是一个闭区域(如图 1-4)。

如果 $x(t)$ 与 $y(t)$ 是两个连续的实变函数,那么,

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \qquad a \leqslant t \leqslant b$$

代表一条平面连续曲线,令 $z(t)=x(t)+\mathrm{i}y(t)$,这就是复平面上的曲线,记 $z=z(t)$。

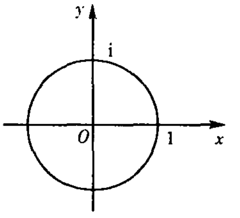


图 1-4

连续曲线 C:对于曲线 $z=z(t)(a\leqslant t\leqslant b)$,如果 $z(a)=z(b)$,且当 $t_1\neq t_2$ 时(除非 t_1 及 t_2 两值中一个是 a,另一个是 b),$z(t_1)\neq z(t_2)$,那么这条曲线 C 称为简单闭曲线。

如果在 $a\leqslant t\leqslant b$ 上,$x'(t)$、$y'(t)$ 连续,且$[x'(t)]^2+[y'(t)]^2\neq 0$,则曲线 $z(t)$ 称为光滑曲线。

定义 5 如果属于 D 的任何一条简单闭曲线,在 D 内可以经过连续的变形而缩成一点,则区域 D 称为单连通区域。

一个区域不是单连通的就称为多连通的。多连通区域的边界不可能由一条简单闭曲线组成〔如图 1-5(a),图 1-5(f),图 1-5(g) 是单连通区域,其余是多连通区域〕。

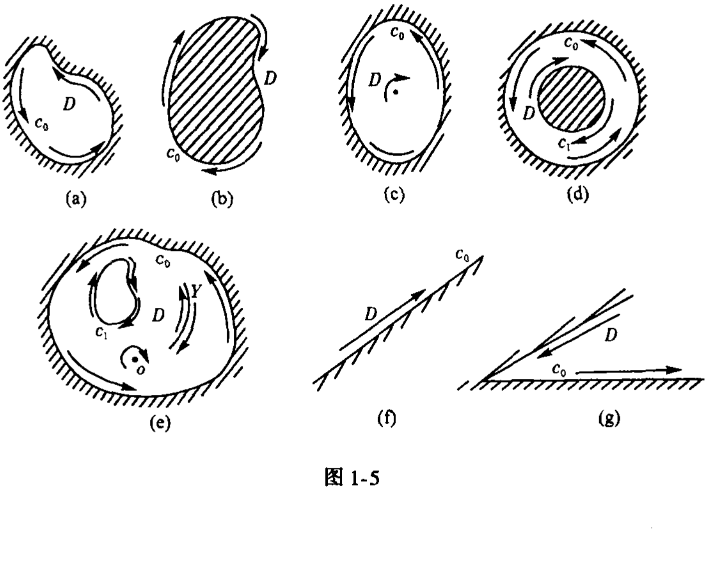


图 1-5