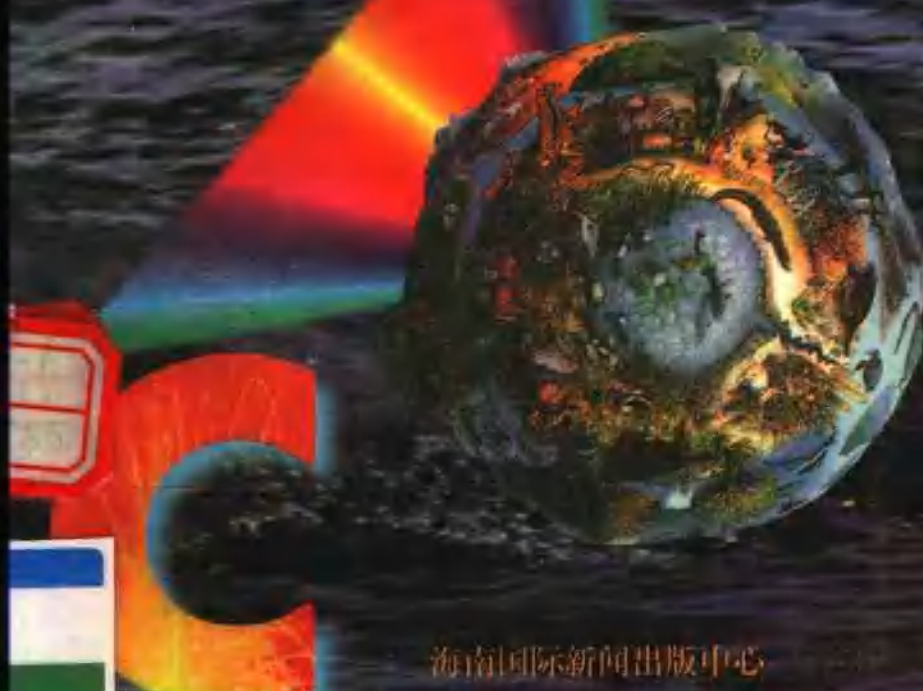


中小学

课外小博士

世界数学通(一)

张维贤 马晓红 主编



海南国际新闻出版中心

2228/147:5.1

676340/86.1

96.9.19

世界数学通(一)

刘以林

冯晓林

俞渭贤

主编

撰文



海南国际新闻出版中心图书出版社

编委会名单

- | | | |
|-----------|-----|---------------------------------------|
| 顾问 | 王炳照 | 国务院学位评定委员会教育组委员、北京师范大学教育系教授、博士生导师 |
| | 冯忠良 | 教育心理学专家、学习法专家、北京师范大学心理学系教授、博士生导师 |
| | 阎金铎 | 全国教育学会物理教育研究会会长、北京师范大学教育科学研究所所长、物理系教授 |
| 主编 | 刘以林 | 北京组稿中心总编辑 |
| | 冯晓林 | 国家课程教材研究所教育史博士 |
| 编委 | 毕 诚 | 中央教育科学研究所教育史学博士 |
| | 周泽旺 | 中国科学院遗传所生物化学博士 |
| | 于 浩 | 北京师范大学物理化学博士 |
| | 雒三桂 | 中国人民大学文学博士 |
| | 杨 易 | 北京大学数学博士 |
| | 吴龙辉 | 湖南师范大学文献学博士 |
| | 陈光炬 | 北京师范大学化学博士 |
| | 王贵元 | 北京语言学院语言学博士 |
| | 陈勇勤 | 中国人民大学历史学博士 |
| | 张同道 | 北京师范大学艺术美学博士 |
| | 赵 力 | 中央美术学院美术博士 |

北京师范大学

目 录

- 一、混沌初开屈指指数数..... (1)
- 二、大千世界初创数符..... (6)
- 三、位值记数法独领风骚 (14)
- 四、彼圆此方有规有矩 (22)
- 五、甲骨泥版共创数学纪元 (26)
- 六、竹简纸草同著算术春秋 (37)
- 七、竹杆测日拓展勾股弦 (47)
- 八、华夏英才相似逻辑鼻祖 (52)
- 九、逻辑朗朗数学首次辉煌 (55)

一、混沌初开屈指数数

自古以来，我国就流传着一个神话：在最古最古的时候，天地初分混沌开，有一个人，叫做盘古。他生在天地的中间，天每天高了一丈，地也每日厚了一丈，盘古也每天长了一丈。他老是顶天立地地生活着。经过了一万八千年，天极高，地极厚，盘古也极长。

这里讲的宇宙是不断膨胀中的，速度是每日二丈。这倒和现代的“大爆炸宇宙学”有些类似，不过我们现在倒不必去谈天体物理，还是看看这里的数学：一万八千年后，天长高多少？地长厚多少？这是个很简单的计算。天高暂且不论，地厚就是 18000 丈，合 6000 千米左右，这不正是地球的半径吗！

像这样的创世神话，全世界各民族都有。

《圣经》中说，太初的时候，地上全是水，无边无际，水面上空虚混沌，暗淡无光。上帝说：“要有光！”这样就有了白天和夜晚。第二天，上帝说：“要有穹窿！”于是就有了穹窿。上帝称穹窿为天。

上帝如此这般辛苦工作了六天，天上就有了日月星辰，地上就有了万物生长，还造出了人类的始祖——亚当、夏娃。

看来，中国的盘古要比西方的上帝悠久得多，光开天辟地就用了一万八千年，远远超过了纪录。

不知是不是咱中国人在很久很久以前，数学比他们学得好，早就知道了很大很大的数？

也许有人要笑：一万八千算个什么大数啊！咱小学二三年级

的小娃娃，哪一个不是十万百万地朝大了说，几亿几亿地往本上写？请不要着急，且容我细细道来。

且说在一个原始部落里，有两位智者，很受大家尊重，经常充当咨询顾问一类的角色。但他们之间却往往互不服气，于是决定在部落大会上搞一次智力竞赛。比赛的题目很单纯：谁说出的数大，谁就赢。

比赛开始了。甲先说出：“一。”

乙看了看甲，想了半天说出个数：“二。”

这回轮到甲再伤脑筋了。他拍了一会儿脑门，突然高兴地大声说：“三！”

发言权又转到乙的手上。他绞尽脑汁，最后不得不沮丧地对甲说：“你赢了。”

这个故事多少有些挖苦人，似乎只能算笑话，但却千真万确是原始社会对数的认识的一种写照。探险考古队员在本世纪到达某些原始部落中发现，那里的人确实只能说简单有限的几个数，最大的数不超过5。

这样看来，现在的小娃娃要比原始时代的智者强得多。他们从呀呀学语开始，首先就分清了“一”和“许多”。随后就慢慢能扳着手指数出“一、二、三”来。到了两三岁，差不多就能数到“十”了。小学三年级就基本完成了对自然数的认识过程。

这么个认识数的过程和整个人类认识数的过程是基本一致的，只不过时间大大缩短了。这倒很像小娃娃在他母亲的肚子里孕育的情况，从头到尾重复了一遍生命从低级到高级的各个阶段，十分有趣而又十分令我们深思。

可以说，世界上无论那个民族，在最初的原始阶段，那几下蹒跚学步，应该是基本一样的。

人类在最原始的时代首先分清的也是一和许多。随着社会

逐步进化，人们当然需要更多的数和对数的认识。一个部落必须知道它有多少成员、有多少敌人；一个人也感到需要知道他羊群里的羊有没有少了。

或许最早的计数方法是用原始人个个都有的“计算器”——手来进行。比如，数羊的只数时，每数一只羊就扳一个手指头，这就叫做“屈指可数”。

当然也可能用的是小石子来进行数数。英语 Calculus (计算) 一词，原来的含义就是小石头块。北美印地安人直到前不久还有用小石头块计数的。

切不可小瞧这么一种方法！这样一种方法实际上不就是我们常说的“一一对应”嘛！把羊群里的羊一只一只地和一块一块石头逐一对应起来，或者逐一扳下手指头，这就是所谓一一对应。这样，石头子有多少（或者手指头有多少），羊就有多少。

这种方法虽然历史古远，平平常常，大家好像也并不陌生，但真要用好用活，得出精髓，却真正能做出一篇轰轰烈烈的大文章。上世纪末本世纪初，就有这么一位奇才，将此法用得出神入化，鬼斧神工，给数学史上平添一道炫目之光。这是后话，暂且放下不提。

“识”了数，还需要“记”。我们的先民为了探索记数之法，走过了一段漫长的道路。

说到“记”，不免要多说几句。所谓“记”，就是把一些信息用一定的方式在载体上留下痕迹，留下记号，并且能使群体中的成员了解其记的意义，解读出原来的信息。

“记”的载体可以多种多样。从古代的绳、石、手指，到后来的甲骨青铜，绢帛竹简，一直到四大发明中的纸张的出现，再至现代的音碟光碟，电脑中的内存外存，软驱硬盘，林林总总，数不胜数。小孩子在树干上划个刻痕，标下身高，是“记”；做间谍的在窗

台上放盆花，告诉同伙：安全如故，亦是“记”，周幽王烽火戏诸侯，乱“记”一通，丢了周朝八百年江山，秦始皇焚书坑儒，毁“记”一旦。一部人类的文明史，实在是“记”的历史，是“记”的发展史。

那么，先民又是如何开始记数的呢？

最早，当然是用语音这种载体。但一开始，对于两只羊和两个人所用的语音（词）是不同的——尽管他们都是两个。例如，在英语中有 team of horses（共同拉车、拉犁的两匹马），yoke of oxen（共轭的两头牛），brace of partridge（一对鹧鸪），pair of shoes（一双鞋）。你看，这里都有 2 这个数，但在不同的对象中有不同的说法。把 2 这种共同性质加以抽象，并采用与任何具体事物都无关的某个语音来代表它，或许在很长时间以后才实现的。我们现在用的数词，起初很可能是指一些具体事物的，但是二者之间的这种关系，我们现在都不知道了。现在的数词，是有相同数目的各类事物，它们所具有的共同性质的一个抽象表示。因此我们可以说，数学在它的萌芽状态，就有了抽象性这么个特点。

用语音作载体，毕竟有个很大的弱点：它太容易消失了，不太牢靠，不太稳定，有时还会产生不同的理解。怎么办呢？先民们就用当时能有的材料，当时能有的条件进行着创造。

能用的材料当然首先是身边的一些物体，比如小石块啦，贝壳啦，等等。但随后最普遍的，恐怕就是结绳这种方法了。在没有文字以前，人们大都用这种方法记数，记事。春秋时期的古书《易经》上有“上古结绳而治”的记载。结绳记数最迟在新石器时代早期（约 8000 年前）就普遍使用了。

结绳记数这种方法，不但在远古时候使用，而且一直在某些民族中沿用下来。宋朝人在一本书中说：“鞑靼无文字，每调发军马，即结草为约，使人传达，急于星火。”这是用结草来调发军马，

传达要调的人数呢！其他如藏族、彝族等，虽都有文字，但在一般不识字的人中间都还长期使用这种方法。中央民族大学就收藏着一副高山族的结绳，由两条绳组成，每条上有两个结，再把两条绳结在一起。

有趣的是，不但我们东方有过结绳，西方也结过绳。看样子，咱们这个星球早就像个地球村了，只不过那时还没有电报电话。传说古波斯王有一次打仗，命令手下兵马守一座桥，要守 60 天。为了让将士们不少守一天也不多守一天，波斯王用一根长长的皮条，把上面系了 60 个扣。他对守桥的官兵们说：“我走后你们一天解一个扣，什么时候解完了，你们就可以回家了。”

回头我们再来看一件有趣的事情。在我国古代的甲骨文中，数学的“数”，它的右边表示一只右手，左边则是一根打了许多绳结的木棍：——“数”者，图结绳而记之也。所以，数学研究所的门口，最好用木棍打几个绳结作标“记”，连招牌都不用挂了。



和结绳几乎同时或者稍后的一种记数方法，要算是书契了。书契，就是刻、划，在竹、木、龟甲或者骨头、泥版上留下刻痕，留下“记”号。《释名》一书中说：“契，刻也，刻识其数也。”意思是在某种物件上刻划一些符号，以记数。

我们国家 1974 年在青海乐都县发掘的原始社会末期的墓葬中，发现了 49 枚骨片，大小形状都差不多，是与小孩的小手指差不多大小，但很薄的一个长方形。在骨片的中部两侧有刻口，有的带 3 个刻口，有的带 5 个刻口，不少是带一个刻口的。如果

一个刻口代表一个数的话，那么这 40 多枚骨片大约可表达从一到五六十间的任何一个自然数。当然，这些小骨片也可用来计算。十分有趣的是，公元 1937 年，人们在维斯托尼斯发现了一根四十万年前的骨头，是狼崽子的小腿骨，七吋长，上面有 55 道深痕。这是到现在为止，最早的刻痕记数的历史见证。所以今后诸位如果在荒郊野地里捡得几片骨片，可千万要仔细，莫错过了当一次业余考古家的机会。

二、大千世界初创字符

随着刻痕刻印的发展，渐渐地就出现了纯粹的数字符号。这可是一项光辉伟大的成就。

说到最初的记数符号，不禁又想起了另一个笑话。

从前有个土老财，目不识丁，于是请了个先生教他儿子读书。

先生来了，先教财主儿子描红。描一笔，先生就数道“这是一”字”；描两笔，先生便教道“这是‘二’字”；描三笔，先生又教道“这是‘三’字”。

“三”字刚写完，财主儿子便哈哈大笑，蹦着跳着去找他爹，连声说：“太容易了，太容易了，字我已经都会识了，不用请先生了。”土财主自然很高兴，辞了先生更省了钱。

不久，财主请一个叫万百千的人来喝酒，就叫儿子写请帖。不料过了许久，仍不见儿子拿帖来，只好到书房去看看。

到得书房，只见儿子满头大汗，见面就埋怨说：“这位客人的姓名也太古怪，什么不好叫，偏叫万百千，我一早到现在忙个不息，也才描了五百多划，干脆把扫帚拿来划，来得快一点。”

可别光顾着笑话他们二位，说起来，咱们的先祖刚开始记数

时,正是这么干的。

我们把世界上各个民族最早的记数符号归纳来看一看,最初的几个数差不多都一样,都是象形符号。

本世纪初发现的甲骨文,是我国文化史上的一件大事。上面的汉字约有 4500 多个,可辨认的不足 1000,当中有不少数学方面的资料。其中代表 1、2、3、4 的几个符号分别是:

— = ≡ ≡

这是远在四千年前殷商时候的事了。

同样是远在公元前三千多年的古埃及,埃及人刻在石头上的碑文,也是象形文字,有时这些文字也写在其他材料上,比如纸草片、木头和陶器。其中代表 1、2、3、4 的分别是:

| || ||| ||||

它们都是一些垂直放着的木棒。

早期的巴比伦人,居住在幼发拉底和底格里斯两河流域,大体上就是今天的伊拉克。他们没有纸草片,恐怕乌龟壳也不多,甚至连便于刻划的石头也不容易找到,他们主要用粘土来书写。

用一支硬笔把文字压印在湿的粘土板上,硬笔的笔尖是一个锐利的等腰三角形。把硬笔稍稍倾斜,就在粘土板上印下一个楔形,然后把写好的书板晒干,使其坚硬耐久,便于长期保存。在从公元前 2000 年到公元前 200 年的楔形文字泥板上,表示 1, 2, 3, 4 的是:

▽ ▽ ▽ ▽ 或 ▽ ▽

16 世纪初,西班牙一支探险队来到墨西哥的尤卡坦,发现了古时代玛雅人的有趣数字,这里面是这样表示 1~4 的:

·

还有大家看到的罗马数字，有时在一些旧钟表上还有，那上面写的是：

I II III 或 IV

你看，尽管这些世界文明的发祥地，相隔遥远，当时只能是鸡犬之声不见，老死不相往来，但还是不约而同地创造出差工不多一样的几个最初的记数符号。这也和小孩一样，不管什么民族，最早的几年大家都差不多。

接下来，我们的祖先就会遇到土财主的儿子同样的问题了。

当数目不太多时，恐怕一开始还是采取财主儿子的方法。比如“23”，就用|||||来表示。

把这么多的记号写成长长的没有间断的一行，阅读起来就麻烦得很，这就自然需要把它分成较小的组。

如果我们习惯于用一只手来计数的话，那么很自然地把记号分成五个一组（直到现在，还有这样的习惯：做买卖侃价时，把一只手翻上几翻）。

这样，“二十三”就可以写成 III III III III III

如果我们更老练一些，用两只手同时计数的话，我们就可以把它写成 HHHHH。

如果这时同时又光着脚，把脚趾头也派上用场的话，我们又可以把数分成以二十为一组了。

你可能会说，这样还是麻烦，干脆把这成组的数再用一个新的记号来表示不就简单许多了嘛！

一点不错，咱们与老祖宗们想到一块了。而这正是进位制的开始！

古罗马人创造的符号有点像逢五进一，不过也有整十整百的符号：

I = “1”

II = “2”

III = “3”

V = “5” L = “100” D = “500”
X = “10” C = “100” M = “1000”

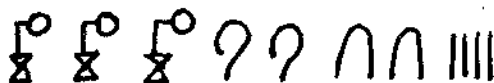
记数时，采用的是加法和减法法则：即数值较小的符号位于数值较大的符号后头时，则两数相加；反之，则数值相减。比如：“VII”表示“五加二”，即“七”；而“IV”则“五减一”，也就是“四”了。

这样，1988用罗马符号表示就是：

M C M L X X X V

你看，识数捎带着连加减法一块儿练了，实在太费神，如果眼睛不济再加上脑袋犯迷糊，就得全乱套。

比起罗马人来，尼罗河畔的古埃及就要先进了！比如“3224”，他们是这么写的：



想必大家也能破译这其中的密码：

头一个符号，代表一千，其实这是一朵莲花。

第二个符号，表示一百，这是一圈绳子。

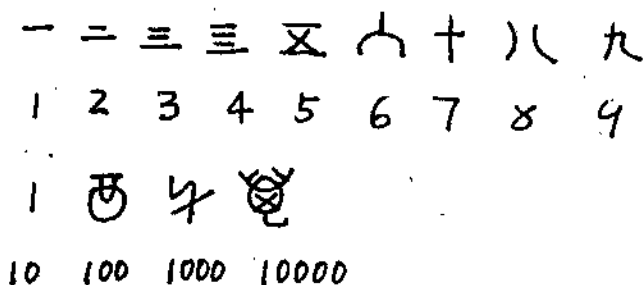
∩，自然是十，它画的是一副脚镣。

后面的四根竖线当然就更一目了然了。

不过，埃及当时是从右到左写的，而我们这里是按照现在的习惯从左到右了。

这已经是相当方便，相当不容易了。但更值得自豪的是我们中国人的创造！早在四千年前，我国刚刚进入奴隶社会时期，就出现了相当完善的十进制记数系统。在殷商时期的甲骨文中，便有从1到10的文字表示，以及“百”、“千”、“万”等相应的

符号（见下页图）：



这最后三个字，与现在的“百”、“千”、“万”的书写已十分接近了。而且那“万”字是一只蝎子，想必那时这种小爬虫多得很。

甲骨上有不少数字记录。比如，有一片甲骨刻着“八日辛亥允戈伐二千六百五十六人”，意思是说在八日辛亥那天的一场战争中，消灭了敌方 2656 人。

像这样的资料甲骨文中还有许多，可以说已经达到当时的最高水平，领导世界新潮流。

不要把这当作笑谈，大家仔细把前面刚说过的埃及记数法看看，自然是能够明白。

在古埃及人那里，“三千”要用三朵莲花表示；两百呢，就用两圈绳子表示。多麻烦！

中国的就不一样了，有多少个“千”、“百”、“十”，就在这些单位的前而写上多少，多简单，多方便，多聪明！

再说，“二千六百五十六”，这里的“千”、“百”、“十”都是按从大到小的顺序一溜排开，咱们就是把这些都省了，写成“二六五六”，不也是一样知道是多大嘛！古人有时也多是这么

写的。只不过那些老前辈们都是竖排写字写惯了，把“二六五六”这么一竖起来，就有点不太好认了。也难怪，咱老祖宗从一开始就用竹简写书写惯了，那竹简只能是竖排。

回头咱们再说说这“二六五六”。

你仔细瞅瞅，这和现今的记数方法是不是一码事？只不过现在用的是阿拉伯数字罢了。

这现在的记数方法可真算是先进，是记数这方面的一大发明。先进在什么地方呢？第一点，它只用了十个符号。这第二呢，就是有了数位的概念，比如说同一个3，写在百位上和写在千位上，意义就不一样：一个是“三百”，一个是“三千”。

这么个聪明的办法现在就叫做位值记数法。

话说到这会，有些朋友可能心里还有些不踏实，总觉咱们的古人在记数时中间还要夹上一些“万”、“千”、“百”这些单位，和现在记数法毕竟不太一样。

大家放心，待往下细细一看，便知这发明位值记数法的冠军宝座，稳稳是咱中国人坐的。

且说秦始皇一统天下，倒是忙了不少事：书同文，车同轨，修长城，统一度量衡。忙得心烦意乱，就想出都城到处转转。于是就浩浩荡荡排起仪仗顺着当时的高速公路——那时叫驿道——一路游去。

这一天来到东海之滨，始皇帝初观沧海，不免大放豪迈之情，手舞足蹈，一不留神把腰里佩带的算袋失落水中。算袋就变成了乌贼鱼，所以乌贼又有算袋鱼之称。

你可知，这算袋有何用处？内装何物？

原来这算袋是一只丝质的小口袋，里面装的是算筹。

这“算筹”是些什么物件？秦始皇为什么时时要把它带在身边？其实看看这两个字的结构就能猜出个大概了。

筹，是竹字头，就是一般粗细、一般长短的小竹棍。黄河流域一带当时是茂林修竹，竹子多得很，所以我们的祖先写字用竹简，吃饭用竹筷——古时叫“箸”，又是竹字头。

那么，这算筹又是干什么用的呢？就是用来计算的。那时没有纸张，古人们就用这些小竹棍摆成不同的行列，表示不同的数，进行计算。

《说文解字》中有这样的话：“筭长六寸，计历数者，从竹，从弄。言常弄乃不误也。”

这“筭”，是算的古代写法，竹字头，下面一个弄字。弄，就是运算，你看，多像把一些算筹摆在地上进行计算的情况。

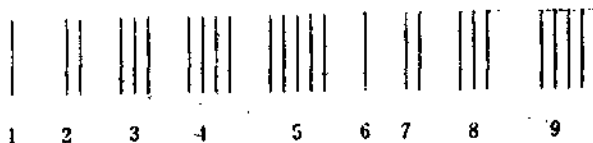
算筹起源于周朝，后来运用了很长时间。所谓“决胜千里之外，运筹帷幄之间”，就更有了计划、指挥的意思啦！直到现在咱们还常说“请仔细筹划一番”，这根源就都起于算筹。

这算筹起先是用竹子做成，《汉书》上说长六寸，径一分。古时候尺小一些，大约合现在14厘米左右。后来看看不行了，摆一个算式要用好大面积，就逐渐缩短了。这形状呢，也有了改变。一开始是圆柱状的，会乱滚，后来就有了方的，三棱形的等等。算筹的材料也来了个百花齐放，有骨制的，木制的。不过，就是秦始皇，恐怕也不会用金做的。你想想，把那金做的沉甸甸的一大把放在算袋里，挂在腰上，多累人！

大家看到此处可能会小吃一惊：皇帝还要亲自计算？是的，那时不但搞天文历法的要用算筹，就是一般的文武大臣，腰里都佩着一个算袋。而且是法律规定，不佩不行。上朝的时候，皇上问你话，说不定要叫你把算筹拿出来，当面算算帐。那时的知识分子士大夫阶级，腰里佩个算袋，可是个时髦玩意儿。

要用筹来算，首先必须能用“筹”把数摆出来。一开始，是这么摆放的：

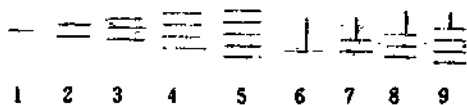
古人写字是从上到下，竖排。而这摆数，就是从左到右了。那么现在摆一个1、2、3，看看如何：



这一看，毛病就出来了。

几根竖放的棍子摆放在一起，数位与数位之间很容易搞乱。中间的间隔一乱，就难以说清是1、2、3，还是2、1、3，还是1、5……

怎么办呢？“山人自有妙计”。古人除了上面提到的摆法（叫纵式）以外，还有一种横式摆法：



这样一来，就好办了，相邻数位纵横交错摆放。古人有这么个说法，“凡算之法，先识其位。一纵十横，百立千僵，千十相望，万百相当。”

就是说个位以纵式表示，十位以横划表示。百位是纵的（“立”），而千位则是横的（“僵”）；这样，千位和十位看起来是相同的，万位和百位也是如此。

那么现在摆起来就不会乱了。比如，6614这个四位数用算