新世纪

高职高专
基础类课程规划教材

新编应用数学

（理工类）

GAOZHI GAOZHUAN
JICHULEI KECHENG GUIHUA JIAOCAI

新世纪高职高专教材编审委员会组编

主编 张淑华 主审 李晔清

大连理工大学出版社

新世纪

高职高专基础类课程规划教材

新编应用数学

（理工类）

新世纪高职高专教材编审委员会组编

主　审　李晔清

主　编　张淑华　副主编　丁　京　杨凤书　张素华

XINBIAN YING YONG SHUXUE

大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

新编应用数学.理工类 / 张淑华主编 . 一大连:大连理工大学出版社,2006.7
新世纪高职高专基础类课程规划教材
ISBN 7-5611-3250-6

Ⅰ.新… Ⅱ.张… Ⅲ.应用数学—高等学校:技术学校—教材 Ⅳ.O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 072502 号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023
发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466
E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn
大连业发印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:17 字数:378 千字
印数:1 ~3 000
2006 年 7 月第 1 版 2006 年 7 月第 1 次印刷

责任编辑:李大鹏 责任校对:赵明浩
封面设计:波 朗

定 价:22.00 元

总　序

我们已经进入了一个新的充满机遇与挑战的时代，我们已经跨入了21世纪的门槛。

20世纪与21世纪之交的中国，高等教育体制正经历着一场缓慢而深刻的革命，我们正在对传统的普通高等教育的培养目标与社会发展的现实需要不相适应的现状作历史性的反思与变革的尝试。

20世纪最后的几年里，高等职业教育的迅速崛起，是影响高等教育体制变革的一件大事。在短短的几年时间里，普通中专教育、普通高专教育全面转轨，以高等职业教育为主导的各种形式的培养应用型人才的教育发展到与普通高等教育等量齐观的地步，其来势之迅猛，发人深思。

无论是正在缓慢变革着的普通高等教育，还是迅速推进着的培养应用型人才的高职教育，都向我们提出了一个同样的严肃问题：中国的高等教育为谁服务，是为教育发展自身，还是为包括教育在内的大千社会？答案肯定而且惟一，那就是教育也置身其中的现实社会。

由此又引发出高等教育的目的问题。既然教育必须服务于社会，它就必须按照不同领域的社会需要来完成自己的教育过程。换言之，教育资源必须按照社会划分的各个专业（行业）领域（岗位群）的需要实施配置，这就是我们长期以来明乎其理而疏于力行的学以致用问题，这就是我们长期以来未能给予足够关注的教育目的问题。

如所周知，整个社会由其发展所需要的不同部门构成，包括公共管理部门如国家机构、基础建设部门如教育研究机构和各种实业部门如工业部门、商业部门，等等。每一个部门又可作更为具体的划分，直至同它所需要的各种专门人才相对应。教育如果不能按照实际需要完成各种专门人才培养的目标，就不能很好地完成社会分工所赋予它的使命，而教育作为社会分工的一种独立存在就应受到质疑（在市场经济条件下尤其如此）。可以断言，按照社会的各种不同需要培养各种直接有用人才，是教育体制变革的终极目的。

随着教育体制变革的进一步深入，高等院校的设置是否会同社会对人才类型的不同需要一一对应，我们姑且不论。但高等教育走应用型人才培养的道路和走研究型(也是一种特殊应用)人才培养的道路，学生们根据自己的偏好各取所需，始终是一个理性运行的社会状态下高等教育正常发展的途径。

高等职业教育的崛起，既是高等教育体制变革的结果，也是高等教育体制变革的一个阶段性表征。它的进一步发展，必将极大地推进中国教育体制变革的进程。作为一种应用型人才培养的教育，它从专科层次起步，进而应用本科教育、应用硕士教育、应用博士教育……当应用型人才培养的渠道贯通之时，也许就是我们迎接中国教育体制变革的成功之日。从这一意义上说，高等职业教育的崛起，正是在为必然会取得最后成功的教育体制变革奠基。

高等职业教育还刚刚开始自己发展道路的探索过程，它要全面达到应用型人才培养的正常理性发展状态，直至可以和现存的(同时也正处在变革分化过程中的)研究型人才培养的教育并驾齐驱，还需要假以时日；还需要政府教育主管部门的大力推进，需要人才需求市场的进一步完善发育，尤其需要高职教学单位及其直接相关部门肯于做长期的坚忍不拔的努力。新世纪高职高专教材编审委员会就是由全国100余所高职高专院校和出版单位组成的旨在以推动高职高专教材建设来推进高等职业教育这一变革过程的联盟共同体。

在宏观层面上，这个联盟始终会以推动高职高专教材的特色建设为己任，始终会从高职高专教学单位实际教学需要出发，以其对高职教育发展的前瞻性的总体把握，以其纵览全国高职高专教材市场需求的广阔视野，以其创新的理念与创新的运作模式，通过不断深化的教材建设过程，总结高职高专教学成果，探索高职高专教材建设规律。

在微观层面上，我们将充分依托众多高职高专院校联盟的互补优势和丰裕的人才资源优势，从每一个专业领域、每一种教材入手，突破传统的片面追求理论体系严整性的意识限制，努力凸现高职教育职业能力培养的本质特征，在不断构建特色教材建设体系的过程中，逐步形成自己的品牌优势。

新世纪高职高专教材编审委员会在推进高职高专教材建设事业的过程中，始终得到了各级教育主管部门以及各相关院校相关部门的热忱支持和积极参与，对此我们谨致深深谢意，也希望一切关注、参与高职教育发展的同道朋友，在共同推动高职教育发展、进而推动高等教育体制变革的进程中，和我们携手并肩，共同担负起这一具有开拓性挑战意义的历史重任。

新世纪高职高专教材编审委员会

2001年8月18日

前　言

《新编应用数学》(理工类)是新世纪高职高专教材编审委员会组编的基础类课程规划教材之一。

《新编应用数学》(理工类)集微积分、线性代数和概率论等知识内容于一体,并经过重新调整和整合而形成,是高职高专理工类各专业的重要基础课和工具课教材。

本教材是在总结多年教学实践经验和充分调研我国高职高专教育现状及发展趋势的基础上,认真吸收各相关高职高专院校的改进意见,应学制改革、课时减少之运,大胆地把传统的微积分、线性代数和概率论整合在一起,并且在充分考虑高职高专学生的数学基础和人们的一般思维习惯的前提下,在内容结构、适应程度、体系顺序等方面作了相应的调整和安排。

本教材在编写过程中,力求突出如下特点:

1.从高职高专教育各专业人才培养的实际出发,本着以"掌握概念,强化应用,培养技能"为重点,遵循"以应用为目的,理论必需够用为度"的原则,适度淡化了理论体系及逻辑论证。

2.强化几何说明,重视直观、形象的解释。有利于学生直观地理解抽象的概念和理论,更有利于教师讲授和学生自学。

3.注重深入浅出,突出实用性和应用性,力争使读者在了解应用数学是什么的基础上,懂得运用应用数学解决实际问题,更好地实现应用数学的基础理论和实际应用的双重教育功能。

本教材包含微积分、线性代数、概率论三大部分内容。微积分部分的主要内容有:导数、微分及其应用、积分及其应用;线性代数部分的主要内容有:行列式、矩阵、向量与线性方程组;概率论部分的主要内容有:随机事件与概率、随机变量及其概率分布、随机变量的数学特征。书中各章末均配备了学习指导和复习题。

《新编应用数学》(理工类)由沈阳农业大学高等职业技术学院张淑华任主编,江西宜春职业技术学院丁京、沈阳农业大学高等职业技术学院杨凤书、辽宁金融职业学院张素华任副主编,沈阳农业大学高等职业技术学院李晔清任主审。辽宁金融职业学院詹耀华也参与了部分内容的编写。具体编写分工如下:第1篇的第1章、第2章、第3章由张淑华编写;第1篇的第4章由张素华编写;第2篇的第1章、第2章由杨凤书编写;第2篇的第3章由詹耀华编写;第3篇的第1章、第2章、第3章由丁京编写。

在本教材的大纲制定和审稿过程中,沈阳农业大学白景富教授作了大量工作,这里一并致谢

本教材按90学时设计,学时不足的教学单位可在内容上作适当删减。

虽然我们力争做到既能为读者进一步学习专业知识打下良好基础,又能使读者学会用应用数学的基本方法解决实际问题。但由于高职高专院校专业繁多,而各专业对该课程的教学内容需求又存在差异,特别是编者对高职高专教育各专业对《应用数学》的个性需求了解掌握得还不够全面,因此教材仍难免存在不能全面满足个性需求等不足之处,恳请各相关院校同仁和读者朋友在使用本教材时给予关注,并将意见及时反馈给我们,以便修订时进一步完善。

所有意见、建议请发往:gzjckfb@163.com

联系电话:0411－84707492　84706104

编　者

2006年7月

目　　录

第1篇　积分学

第2篇 线性代数

第3篇 概率论

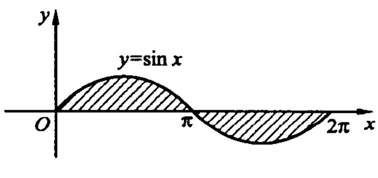
第 1 篇

微积分

微积分研究的是变量及变量之间的一种相互依赖关系，通过这种关系讨论其变化性态。

微积分对自然科学的发展起着极其重要的作用。任何事物及其运动（发展、变化）都具有一定的数量关系，都离不开一定的空间形式。微积分正是研究现实世界中空间形式与数量关系的科学，因而其具有广泛的应用性。

本篇介绍微积分的基本概念与运算，并讨论微积分在实际问题中的应用。



第 1 章

导数与微分

微分学是微积分的重要组成部分,导数与微分是微分学的两个基本概念。导数是反映实际问题中的变化率,即函数相对于自变量的变化快慢程度;而微分是反映当自变量有微小变化时,函数的变化幅度大小,即函数相对于自变量改变量很小时,其改变量的近似值。导数与微分紧密相关,在科学技术以及社会生产实践过程中有着广泛的应用。

1.1 导数的概念

1.1.1 导数的定义

1.引例

(1)变速直线运动的瞬时速度

在物理学中,当物体作匀速直线运动时,它在任何时刻的速度为

$$速度 = \frac{路程}{时间}$$

但在实际问题中,运动往往是非匀速的,因此,上述公式反映的只能是物体在某段时间内的平均速度,而不能准确地反映物体在每一时刻的速度,即瞬时速度。

设一质点作变速直线运动,以数轴表示质点运动的直线,在运动过程中,质点在数轴上的位置 S 与时间 t 的函数关系为 $S = S(t)$,求质点在 t_0 时刻的瞬时速度 $v(t_0)$。

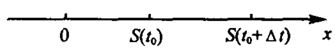


图 1-1

设在 t_0 时刻质点的位置为 $S(t_0)$,在 $t_0 + \Delta t$ 时刻质点的位置为 $S(t_0 + \Delta t)$,于是在 t_0 到 $t_0 + \Delta t$ 这段时间内,质点所经过的路程为(如图 1-1)

$$\Delta S = S(t_0 + \Delta t) - S(t_0)$$

则在 Δt 时间内的平均速度为

$$\bar{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(t_0 + \Delta t) - S(t_0)}{\Delta t}$$

当质点作匀速直线运动时,这个平均速度是 t_0 时刻的瞬时速度;但对于变速直线运动,它只能近似地反映 t_0 时刻的瞬时速度,对确定的 t_0,显然 $|\Delta t|$ 越小,$\bar{v}$ 就越接近 t_0 时刻的瞬时速度。

因此令 $\Delta t \to 0$，$\frac{\Delta S}{\Delta t}$ 的极限若存在，则此极限值称为质点在 t_0 时刻的瞬时速度，即

$$v(t_0)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{S(t_0+\Delta t)-S(t_0)}{\Delta t}$$

变速直线运动在 t_0 时刻的瞬时速度反映了路程 S 对时刻 t 变化快慢的程度，因此，速度 $v(t_0)$ 又称为路程 $S(t)$ 在 t_0 时刻的变化率。

(2)曲线切线的斜率

定义 1 设点 M 是曲线 C 上的一个定点，在曲线 C 上另取一点 N，作割线 MN，当动点 N 沿曲线 C 向定点 M 移动时，割线 MN 绕点 M 旋转，其极限位置为 MT，则直线 MT 称为曲线 C 在点 M 的切线，如图 1-2。

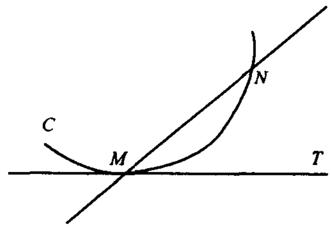


图 1-2

设曲线 C 的方程为 $y=f(x)$，求曲线 C 在点 $M(x_0,y_0)$ 处切线的斜率。如图 1-3 所示。在曲线上取与 $M(x_0,y_0)$ 邻近的另一点 $N(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y)$，作曲线的割线 MN，则割线 MN 的斜率为

$$\tan\beta=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

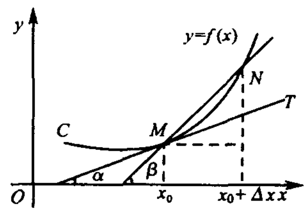


图 1-3

其中 β 为割线 MN 的倾斜角。当点 N 沿曲线 C 趋向点 M 时，$\Delta x\to 0$。如果当 $\Delta x\to 0$ 时，上式的极限存在，设为 k，即

$$k=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

这时 $k=\tan\alpha\left(\alpha\neq\frac{\pi}{2}\right)$，其中 α 是切线 MT 的倾斜角。

曲线 C 在点 M 的切线斜率反映了曲线 $y=f(x)$ 在点 M 升降的快慢程度。因此，切线斜率 k 又称为曲线 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的变化率。

2. 导数的定义

上述引例，它们的实际意义虽然不同，但从数量关系来看，它们具有共同的特点，都是求函数的增量与自变量增量之比的极限。在自然科学和工程技术中，有许多情况可以归结为求上述形式的极限，我们把它定义为导数。

定义 2 设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义，当自变量在 x_0 处有增量 Δx 时，相应的函数有增量 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$，如果 $\Delta x\to 0$ 时，极限 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 存在，则称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导，并称此极限值为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数。记作 $y'\big|_{x=x_0}$，即

$$y'\big|_{x=x_0}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

也可记作 $f'(x_0)$, $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_0}$ 或 $\left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=x_0}$。

如果函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处有导数,就说函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处可导;如果上式的极限不存在,就说函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处不可导。但如果当 $\Delta x\to 0$ 时, $\frac{\Delta y}{\Delta x}\to\infty$,我们称函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处的导数是无穷大。

为方便起见,导数的定义也可以写成

$$f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \text{或} f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内的每一点都可导,则称函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内可导。这时对于区间 (a,b) 内的每一个 x 值,都有惟一确定的导数值 $f'(x)$ 与之对应,所以 $f'(x)$ 仍然是 x 的一个函数,这个函数 $y'=f'(x)$ 称为函数 $y=f(x)$ 对 x 的导函数,记作 y', $f'(x)$, $\frac{dy}{dx}$ 或 $\frac{d}{dx}f(x)$。

即

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

显然函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数 $f'(x_0)$ 就是导函数 $f'(x)$ 在点 $x=x_0$ 处的函数值,即 $f'(x_0)=\left.f'(x)\right|_{x=x_0}$。

今后在不会发生混淆的情况下,导函数也简称为导数。

根据导数的定义,变速直线运动的瞬时速度 $v(t_0)$,就是路程函数 $S=S(t)$ 在 t_0 处对时间 t 的导数,即

$$v(t_0)=\left.\frac{dS}{dt}\right|_{t=t_0}$$

曲线在点 $M(x_0,f(x_0))$ 处的切线斜率 k,就是曲线方程 $y=f(x)$ 在点 x_0 处对横坐标 x 的导数,即

$$k=\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_0}$$

1.1.2 求导数举例

由导数的定义可知,求函数 $y=f(x)$ 的导数可以分为以下三个步骤:

(1)求增量: $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$

(2)算比值: $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

(3)取极限: $y'=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$

下面我们根据这三个步骤来求一些比较简单函数的导数。

【例1】 求函数 $y=C$ (C 是常数)的导数。

解 (1)求增量: $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=C-C=0$

(2)算比值:$\frac{\Delta y}{\Delta x}=0$

(3)取极限:$y'=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=0$

即常数的导数为零。

【例 2】 求函数 $y=x^n$(n 为正整数)的导数。

解 (1)求增量:$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=(x+\Delta x)^n-x^n$

$$=x^n+C_n^1x^{n-1}\Delta x+C_n^2x^{n-2}(\Delta x)^2+\cdots+(\Delta x)^n-x^n$$

$$=nx^{n-1}\Delta x+C_n^2x^{n-2}(\Delta x)^2+\cdots+(\Delta x)^n$$

(2)算比值:$\frac{\Delta y}{\Delta x}=nx^{n-1}+C_n^2x^{n-2}\Delta x+\cdots+(\Delta x)^{n-1}$

(3)取极限:$y'=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}[nx^{n-1}+C_n^2x^{n-2}\Delta x+\cdots+(\Delta x)^{n-1}]=nx^{n-1}$$

即$(x^n)'=nx^{n-1}$。

一般地,对于幂函数 $y=x^\alpha$(α 为实数)有下面的导数公式

$$(x^\alpha)'=\alpha x^{\alpha-1}$$

例如

$$(\sqrt{x})'=(x^{\frac{1}{2}})'=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)'=(x^{-1})'=-x^{-2}=-\frac{1}{x^2}$$

这里$(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$,$\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$今后常用,可作公式记忆。

【例 3】 求 $y=\sin x$ 的导数。

解 (1)求增量:$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$

$$=\sin(x+\Delta x)-\sin x$$

$$=2\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)\cdot\sin\frac{\Delta x}{2}$$

(2)算比值:$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{2\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)\cdot\sin\frac{\Delta x}{2}}{\Delta x}$

$$=\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)\cdot\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}$$

(3)取极限:当 $\Delta x\to 0$ 时,$\frac{\Delta x}{2}\to 0$ 则有

$$y'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)\cdot\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}$$

$$= \cos x \cdot 1 = \cos x$$

即$(\sin x)' = \cos x$。

用类似的方法,可求得 $(\cos x)' = -\sin x$

【例 4】 求对数函数 $y = \log_a x\,(a > 0$ 且 $a \neq 1)$的导数。

解 (1)求增量:$\Delta y = \log_a(x + \Delta x) - \log_a x = \log_a\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)$

(2)算比值:$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\log_a\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)}{\Delta x}$

$$= \frac{1}{\Delta x}\log_a\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)$$

$$= \log_a\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{1}{\Delta x}}$$

(3)取极限:$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \log_a\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{1}{\Delta x}}$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \log_a\left[\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}}\right]^{\frac{1}{x}}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{x}\log_a\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}}$$

$$= \frac{1}{x}\lim_{\Delta x \to 0} \log_a\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}}$$

$$= \frac{1}{x}\log_a \lim_{\Delta x \to 0}\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{x}{\Delta x}}$$

$$= \frac{1}{x}\log_a e = \frac{1}{x\ln a}$$

即$(\log_a x)' = \frac{1}{x\ln a}$。

特别地,当 $a = e$ 时,有$(\ln x)' = \frac{1}{x}$。

根据函数 $f(x)$在点 x_0 处的导数的定义

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

及极限存在的充要条件可知,$f(x)$在点 x_0 处可导的充要条件是左极限 $\lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$和右极限 $\lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$都存在且相等。这两个极限分别称为函数 $f(x)$在点 x_0 处的左导数和右导数,记作 $f'(x_0 - 0)$及 $f'(x_0 + 0)$。

如果函数 $f(x)$在开区间(a, b)内可导,且 $f'(a + 0)$及 $f'(b - 0)$都存在,则称 $f(x)$在