

中等职业学校课本

数 学

(实验本) 第三册

中等职业学校课本数学(实验本)编写组 编著



人民教育出版社

中 等 职 业 学 校 课 本

数 学

(实验本)

第 三 册

中等职业学校课本数学(实验本)编写组 编著

人民教育出版社

责任编辑:王旭刚

特约责编:陈亦飞

中等职业学校课本

数 学

(实验本)

第三册

中等职业学校课本数学(实验本)编写组 编著

*

人民教育出版社 出版发行

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京四季青印刷厂印装 全国新华书店经销

*

开本: 787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张: 6.5 字数: 160 000

2004 年 6 月第 1 版 2006 年 7 月第 3 次印刷

ISBN 7-107-17568-8
G·10657 (课) 定价: 6.50 元

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与出版科联系调换。

(联系地址:北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编:100081)

说 明

根据《中等职业学校数学教学大纲》精神,结合当前中等职业学校学生数学学习的实际,特编写《中等职业学校数学教材》(实验本)。全套书共分四册。

这套教材的编写,旨在进一步提高学生的思想道德素质,文化科学知识。实施差异教学,使不同水平的学生都得到有差异的发展。培养学生的创新精神、实践能力、终身学习的能力和适应社会的能力。

这套教材有下列特点:

1. 突出了“降低起点”,增加“梯度”的思想。
2. 注意了理论联系实际,增加了数学应用方面的例题和习题。
3. 增加了一些数学相关知识的介绍,引起学生学习的兴趣。
4. 淡化形式,注重实质。恰当地掌握逻辑推理的要求,删去了一些定理繁、难的证明过程,注重了学生观察、实验、猜想等能力的培养。

本册主编 许宝良 副主编 徐海之

编写人员 姚 依 谢幼平 许斯夫 唐 炯 王伟俊

统 稿 徐海之 姚 依

中等职业学校课本数学(实验本)编写组

2004.6

目 录

第七章 集合

- 一 集合的概念..... 1
- 二 集合的运算..... 7

第八章 不等式

- 一 不等式的概念与基本性质 13
- 二 解不等式 15

第九章 三角

- 一 解三角形 43
- 二 三角函数 57

第七章 集 合

集合是数学的一个重要的基本概念,学好这章内容,可以为进一步学习数学打下良好的基础.

一、集合的概念

7.1 集合与元素

7.1.1 集合与元素

看下面的例子:

- (1) 我们班级全体同学组成了一个班集体.
- (2) 把 $1, 2, 3, \dots, 10$ 中的所有偶数放在一起,可构成一个整体.
- (3) 把抛掷一枚硬币所出现的所有结果放在一起,又可构成一个整体.

一般地,把一些能够确定的对象看成是一个整体,那么我们就说,这个整体是由这些具有特定性质的对象的全体所构成的集合(简称集).构成集合的每个对象,都叫做这个集合的元素.

上述例(1)中,班级是一个集合,这个班级的每个同学都是这个集合的元素.

例(2)中,是把数 $2, 4, 6, 8, 10$ 放在一起,构成一个集合,里面的每一个数,都是这个集合的元素.

例(3)中,正面、反面两种结果构成了一个集合,每一种结果都是这个集合的元素.

注:(1) 我们班的全体高个子同学,不能构成集合,因为作为集合的元素,必须是能够确定的,不能确定的对象,不能构成集合.

(2) 方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的所有的根构成一个集合,这个方程的根 $x_1=x_2=1, x_3=2$,这个集合的元素为 1 和 2.

一般情况下,对于一个给定的集合,集合中的元素是互异的,即集合中的任何两个元素都是不同的对象,相同的对象在同一个集合中只能作为集合中的一个元素.又比如多次抛掷一枚硬币的结果所构成的集合,它的元素只有正面与反面两个.

一个集合,我们通常用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 来表示.

集合的元素用小写的英文字母 $a, b, c, \dots$ 来表示.

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,记作

$$a \in A,$$

读作“ a 属于 A ”.如果 a 不是集 A 的元素,就说“ a 不属于 A ”,记作

$$a \notin A.$$

读作“ a 不属于 A ”.

我们又约定了一些常见的数集,表示如下:

非负整数全体构成的集合,叫自然数集,记作 N ;

整数全体构成的集合,叫整数集,记作 Z ;正整数集,记作 N_+ 或 N' ;

有理数全体构成的集合,叫有理数集,记作 Q ;

实数全体构成的集合,叫实数集,记作 R ;

并把含有有限个元素的集合叫做有限集,含有无限个元素的集合叫做无限集.

例如: $\{1, 2, 3\}$ 是有限集, $\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ 是无限集.



课堂练习

1. 下列语句是否能确定一个集合?

(1) 一月份里天气比较冷的日子的全体;

(2) 二次函数的全体;

(3) 绝对值很小的数的全体;

(4) 抛掷两枚硬币所有结果的全体.

2. 自然数集、整数集、有理数集、实数集分别用什么英文字母表示,它们是有限集还是无限集?

3. 用 $\in$ 或 $\notin$ 符号填空:

$$0 \text{ } \underline{\hspace{1cm}} N; -7 \text{ } \underline{\hspace{1cm}} N; \frac{1}{3} \text{ } \underline{\hspace{1cm}} Q; \pi \text{ } \underline{\hspace{1cm}} Q; \sqrt{3} \text{ } \underline{\hspace{1cm}} R; -\sqrt{5} \text{ } \underline{\hspace{1cm}} R; \pi \text{ } \underline{\hspace{1cm}} R.$$

7.1.2 集合的表示方法

1. 集合的列举法表示

怎样表示一个集合? 比如“中国古代的四大发明所构成的集合”,我们知道古代四大发明为:指南针、造纸、活字印刷、火药,把这四个元素写在大括号内

$\{\text{指南针、造纸、活字印刷、火药}\},$

这就表示出了“中国古代四大发明所构成的集合”.

一般地,当集合中的元素不多或集合中的元素可以一一列举时,我们可把集合中的元素列

举出来写在大括号内来表示这个集合.例如,“1,2,3,⋯,10”里面所有质数的集合,可表示为

$$\{2,3,5,7\}.$$

像这种把集合中的元素列举出来写在大括号内来表示集合的方法,就叫做集合的列举法.

如果集合中的元素较多,并且这些元素之间存在着某种明显的规律,我们可以通过“省略号”用列举法来表示.例如:

不大于100的自然数的全体所构成的集合,可表示为

$$\{0,1,2,3,\cdots,100\}.$$

对无限集合也是如此,例如:

自然数集合,用列举法可表示为 $\{0,1,2,3,\cdots,n,\cdots\}$.

我们知道,集合 $\{7,3,5,2\}$ 也是不大于10的自然数集中所有质数的集合,这说明它与集 $\{2,3,5,7\}$ 一样,表示的都是同一个集合.所以,用列举法表示一个集合时,不必考虑元素的前后顺序.

2. 集合的性质描述法表示

集合还可以通过描述集合中各个元素所具有的特征性质来表示.

比如方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的解集,这个集合中的每个元素都具有性质:是方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的解.而这个集合外的其他元素都不具有这一性质,即不能满足这个方程.

由此,我们可把满足 $(x-1)^2(x-2)=0$ 这个条件,作为集合中各个元素所具有的特征性质,而这个方程的解集就表示为:

$$\{x|(x-1)^2(x-2)=0\}.$$

这种用集合中元素所具有的特征性质来表示集合的方法,叫做集合的性质描述法.

注:在集合性质描述法表示中,大括号内竖线左边的 x 是这个集合中的代表元素,竖线右边是这个集合中每个元素所具有的性质(即特征性质).

例如,大于-2的所有实数构成的集合,我们无法用列举法来表示,但用性质描述法可表示为

$$\{x|x>-2, \text{且 } x\in\mathbf{R}\}.$$

一般地,如果集合的元素较多,而且又无法一一列举出来的情况下,用性质描述法表示显得更方便.

在性质描述法中,有时为了更简便地表示集合,我们也常常直接用集合中的元素来描述集合.

例如,平行四边形的全体所构成的集合,可表示为

$$\{\text{平行四边形}\}.$$

正偶数构成的集合可表示为

$$\{\text{正偶数}\}.$$

这样就显得更为简便和明了.

例 1 用列举法表示下列集合:

(1) $\{x|x^2-7x+10=0\}$;

(2) $\{\text{正奇数}\}$.

解:(1) $\{2,5\}$;

(2) $\{1,3,5,7,\dots\}$.

例 2 用性质描述法表示下列集合:

(1) 大于 3 的全体实数所构成的集合;

(2) 大于 -3 的整数所构成的集合;

(3) 所有奇数所构成的集合;

(4) 在平面 α 内与定点 O 的距离等于 2 的所有点 M 的集合.

解:(1) $\{x|x>3, x\in\mathbf{R}\}$;

(2) $\{x|x>-3 \text{ 且 } x\in\mathbf{Z}\}$;

(3) $\{x|x=2k+1, k\in\mathbf{Z}\}$ 或 $\{x|x=2k-1, k\in\mathbf{Z}\}$ 或 $\{\text{奇数}\}$;

(4) $\{M\in\text{平面}\alpha|OM=2, O\text{ 为平面}\alpha\text{ 内一定点}\}$.

注:在几何中,通常用大写字母表示点.



课堂练习

1. 用列举法表示下列集合:

(1) 方程 $x+\sqrt{2}=0$ 的解集;

(2) 大于 -3 且小于 4 的所有整数组成的集合;

(3) 所有非负偶数所组成的集合.

2. 用性质描述法表示下列集合:

(1) 满足不等式 $x+3<0$ 的全体实数;

(2) 所有的正偶数所组成的集合;

(3) 小于 1 000 的所有整数所组成的集合;

(4) 菱形的全体所组成的集合.

7.1.3 集合之间的关系

1. 子集、真子集、空集

对于集合 $A=\{1,2\}$, $B=\{1,2,3,5\}$, $C=\{x|(x-1)(x-2)=0\}$, 容易看出:集 A 中的任一个元素都是集 B 的元素. 同样, 集 A 中的任一个元素也都是集 C 的元素.

一般地, 如果集合 A 中的任一个元素都是集合 B 的元素, 则称集 A 是集 B 的子集. 记作

$$A\subseteq B \text{ 或 } B\supseteq A,$$

读作“A包含于B”，或“B包含A”。

由上可知，对于集合 $A=\{1,2\}$ ，集合 $B=\{1,2,3,5\}$ ，集合 $C=\{x|(x-1)(x-2)=0\}$ ，集合A是集合B和集合C的子集。同时，集合A是它本身的子集。即

$$A \subseteq A.$$

如果集合A不是集合B的子集，记作

$$A \not\subseteq B \text{ 或 } B \not\supseteq A,$$

读作“A不包含于B”，或“B不包含A”。

例如， $D=\{2,4\}$ ， $B=\{1,2,3,5\}$ ，则 $D \not\subseteq B$ 。

如果方程的解构成一个集合，则这个集合称为方程的解集。

我们知道：方程 $x^2+1=0$ 是无实数解的，所以在实数集内，这个方程的解集是不含有任何元素的。

我们把不含有任何元素的集合叫做空集，记作 $\emptyset$ 。并且规定：空集是任何一个集合的子集。即对任何集合A，都有

$$\emptyset \subseteq A.$$

对于集合 $A=\{1,2\}$ ， $B=\{1,2,3,5\}$ ，则A是B的一个子集，对于这样的集合，我们有：

如果集A是集B的子集，并且在集B中至少有一个元素不属于集A，那么集合A叫做集合B的**真子集**，记作

$$A \subset B \text{ 或 } B \supsetneq A$$

读作“A真包含于B”，或“B真包含A”。

所以，空集是任一非空集合的真子集。

例1 写出集合 $\{0,1\}$ 的所有子集和真子集。

解：集合 $\{0,1\}$ 的所有子集为：

$$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0,1\}.$$

所有的真子集为： $\emptyset, \{0\}, \{1\}$ 。

我们也经常用平面上一条封闭的曲线的内部区域来表示一个集合(图7-1(1))。

若集合A是集合B的真子集，则把表示集A的区域画在表示集B的区域的内部(图7-1(2))。

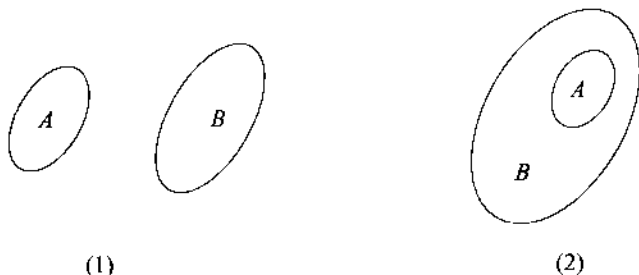


图 7-1

从子集、真子集的定义,我们可知集合的包含关系具有传递性,即

$$(1) A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C;$$

$$(2) A \subsetneq B, B \subsetneq C \Rightarrow A \subsetneq C.$$

注:符号“ $\Rightarrow$ ”表示推出.

2. 集合的相等

从前面的两个集合 $A = \{1, 2\}$, $C = \{x | (x-1)(x-2) = 0\}$ 可知,这两个集合的元素是完全相同的.

如果两个集合的元素完全相同,我们就说这两个集合相等.

集合 A 与集合 B 相等,记作

$$A = B.$$

同时我们又可知:“ $A = B$ ” $\Leftrightarrow$ “ $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ ”.

注:符号“ $\Leftrightarrow$ ”表示可以相互推出.

例2 说出以下几个集合之间的关系:

$$(1) A = \{2, 4, 8\}, B = \{x | x = 2^n, 0 \leq n \leq 3 \text{ 且 } n \in \mathbb{N}\};$$

$$(2) A = \{x | x^2 = 9\}, B = \{x | |x| = 3\}, C = \{-3, 3\}.$$

解:(1) 因为 $A = \{2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$,

所以 $A \subsetneq B$;

$$(2) \text{ 因为 } A = \{-3, 3\}, B = \{-3, 3\}, \text{ 且 } C = \{-3, 3\},$$

所以 $A = B = C$.



课堂练习

1. 用最适当的符号($\subsetneq$, $\supsetneq$, $\subseteq$, $\supseteq$, $=$)填入空格:

$$(1) \{3, 4, 5\} \underline{\hspace{1cm}} \{1, 2, 3, 4, 5\};$$

$$(2) \{x | x - 4 = 0\} \underline{\hspace{1cm}} \{4\};$$

$$(3) \{x | x^2 = 0\} \underline{\hspace{1cm}} \emptyset;$$

$$(4) \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\} \underline{\hspace{1cm}} \{x | x = 2m, m \in \mathbb{Z}\}.$$

2. 设集合 $A = \{a, b\}$, 写出集合 A 的所有子集和真子集.

7.1.4 集合与区间的关系

区间也是数学中的一个重要的基本概念,在求不等式的解和在进一步学习数学中都有重要的应用.

以前我们学过,把介于两个实数 a 与 b ($a < b$) 之间的一切实数叫做以 a, b 为端点的区间,在数轴上表示位于点 a, b 之间($a < b$)的一段.那么,不等式和集合之间有如下关系.

例如,不等式 $a \leq x \leq b$, 用集合表示为 $\{x | a \leq x \leq b\}$, 用区间表示则为 $[a, b]$, 即 $[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$.

对于不等式 $a < x < b$, 用集合表示为 $\{x | a < x < b\}$, 用区间表示则为 (a, b) , 即 $(a, b) = \{x | a < x < b\}$.

半开、半闭区间与集合的关系如下:

不等式 $a \leq x < b$, 用集合表示为 $\{x | a \leq x < b\}$, 用区间表示则为 $[a, b)$, 即 $[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$;

不等式 $a < x \leq b$, 用集合表示为 $\{x | a < x \leq b\}$, 用区间表示则为 $(a, b]$, 即 $(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$;

$(-\infty, a] = \{x | x \leq a\}$; $[a, +\infty) = \{x | x \geq a\}$;

$(-\infty, a) = \{x | x < a\}$; $(a, +\infty) = \{x | x > a\}$;

实数集 $\mathbf{R} = (-\infty, +\infty)$.



课堂练习

1. 用区间来表示以下集合, 并在数轴上表示出这些集合:

(1) $\{x | -3 \leq x \leq 4\}$; (2) $\{x | -2 < x < 3\}$;

(3) $\{x | -3 \leq x < 4\}$; (4) $\{x | -2 < x \leq 3\}$;

(5) $\{x | x > -2\}$; (6) $\{x | x \leq -1\}$.

2. 在数轴上表示出以下区间, 并用集合表示这些区间:

(1) $[-3, 2]$; (2) $[-2, 3]$; (3) $(2, 4)$;

(4) $[-4, 2]$; (5) $(-\infty, 2)$; (6) $[-3, +\infty)$.

3. 已知数轴上三个区间: $(-\infty, -2)$, $(-2, 3)$, $(3, +\infty)$, 试确定代数式 $(x+2)(x-3)$ 在以上各个区间上的符号.

二、集合的运算

7.2 集合的运算

我们学习过数与式的运算, 比如两个整数, 经过加、减、乘法运算后, 所得的结果仍为一个整数, 这里我们学习集合之间的运算, 两个已知集合在某种指定的法则下, 来构造出一个新的集合.

7.2.1 交集

已知集合

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}.$$

把这两个集合的所有公共元素放在一起,可组成一个新的集合

$$\{2, 3\}.$$

一般地,把两个已知集合 A, B 的所有公共元素放在一起所组成的集合,叫做集合 A 与集合 B 的交集,记作

$$A \cap B,$$

读作“ A 交 B ”. 比如,上例中

$$\{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4\} = \{2, 3\}.$$

集合 A 与 B 的交集可用图 7-2 中的阴影区域部分来表示.

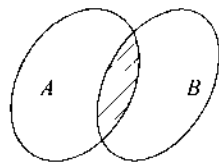


图 7-2

例 1 已知 $A = \{x | x^2 - x = 0\}$, $B = \{0, 1\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, $D = \{x | x^2 + 1 = 0\}$, 求 $A \cap B$, $A \cap C$, $A \cap D$.

解: 因为 $A = \{0, 1\}$, $D = \emptyset$,

$$\text{所以 } A \cap B = \{0, 1\} \cap \{0, 1\} = \{0, 1\} = A;$$

$$A \cap C = \{0, 1\} \cap \{0, 1, 3\} = \{0, 1\} = A;$$

$$A \cap D = \{0, 1\} \cap \emptyset = \emptyset.$$

一般地,对于任意两个集合 A, B , 都有

$$(1) A \cap B = B \cap A;$$

$$(2) A \cap A = A;$$

$$(3) A \cap \emptyset = \emptyset \cap A = \emptyset;$$

$$(4) \text{ 如果 } A \subseteq B, \text{ 则 } A \cap B = A.$$

例 2 设 $A = \{\text{平行四边形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$, 求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{\text{平行四边形}\} \cap \{\text{菱形}\} = \{\text{菱形}\} = B.$

例 3 设 $A = \{\text{奇数}\}$, $B = \{\text{偶数}\}$, $Z = \{\text{整数}\}$, 求 $A \cap B$, $A \cap Z$, $B \cap Z$.

解: $A \cap B = \{\text{奇数}\} \cap \{\text{偶数}\} = \emptyset;$

$$A \cap Z = \{\text{奇数}\} \cap \{\text{整数}\} = \{\text{奇数}\} = A;$$

$$B \cap Z = \{\text{偶数}\} \cap \{\text{整数}\} = \{\text{偶数}\} = B.$$



课堂练习

1. 在空格内填上适当的集合:

$$(1) \{4, 6, 7, 9\} \cap \{6, 7, 8\} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) \{a, c, f\} \cap \{b, e, d\} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) Q \cap R = \dots;$$

$$(4) Z \cap Q = \dots$$

2. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{3, 5\}$, 求 $A \cap B \cap C$.

3. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 16\}$, $B = \{x | x + 4 = 0\}$, 求 $A \cap B$.

7.2.2 并集

把两个已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ 的所有元素放在一起, 可构成一个新的集合 $\{1, 2, 3, 4\}$.

一般地, 把两个已知集合 A 、 B 的所有元素合并在一起, 所组成的集合, 叫做集合 A 与集合 B 的并集, 记作

$$A \cup B,$$

读作“ A 并 B ”. 例如, 上例中

$$\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}.$$

注: 根据集合中元素是互异的, 所以在求并集时, 同属于集合 A 和集合 B 的公共元素, 在并集中只能计一个.

例 1 已知 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{x | x = 4n, 1 \leq n \leq 2, n \in \mathbb{N}\}$, 求 $A \cup B$.

解: 由 $B = \{4, 8\}$,

$$\text{所以 } A \cup B = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{4, 8\}$$

$$= \{1, 3, 4, 5, 7, 8\}.$$

例 2 已知 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{x | x^2 - 7x + 12 = 0\}$, 求 $A \cup B$.

解: 由 $B = \{x | (x-3)(x-4) = 0\} = \{3, 4\}$,

$$\text{所以 } A \cup B = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{3, 4\}$$

$$= \{1, 3, 4, 5, 7\}.$$

集合 A 、 B 的并集, 我们可用图 7-3(1), (2) 中的阴影区域部分来表示.



图 7-3

例 3 已知 $A = \{x | x^2 - x = 0\}$, $B = \{0, 1\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 求 $A \cup B$, $A \cup C$.

解: 因为 $A = \{x | x(x-1) = 0\} = \{0, 1\}$,

$$\text{所以 } A \cup B = \{0, 1\} \cup \{0, 1\} = \{0, 1\} = A;$$

$$A \cup C = \{0, 1\} \cup \{0, 1, 3\} = \{0, 1, 3\} = C.$$

一般地,对于任意两个集合 A, B , 都有

- (1) $A \cup B = B \cup A$;
- (2) $A \cup A = A$;
- (3) $A \cup \emptyset = A$;
- (4) 如果 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$.



课堂练习

1. 在空格上填写适当的集合:

- (1) $\{1, 3, 5, 7\} \cup \{2, 4, 6\} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) $\{a, b, c\} \cup \{d, c, f\} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (3) $\{x, y, z\} \cup \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (4) $\{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\} \cup \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 已知 $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3, 4\}, C = \{3, 5\}$, 求 $A \cup B \cup C$.

3. 已知 $A = \{x | x^2 = 16\}, B = \{x | x + 4 = 0\}$, 求 $A \cup B$.

7.2.3 补集

某职业高中共有 40 个班级,若这所学校的全部职高班级构成一个集合,则每一个班级就是这个集合的一个子集;又如有理数集 $\mathbf{Q}$ 、整数集 $\mathbf{Z}$ 都是实数集 $\mathbf{R}$ 的一个子集.

一般在研究或讨论某一个问题的过程中,如果每一个集合都是某一个给定集合 I 的子集,那么称集合 I 为这些集合的**全集**,通常用 U 表示.

例如,我们在研究数集时,通常把实数集 $\mathbf{R}$ 作为全集.

设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, 则 A 是全集 U 的一个子集,而在全集 U 中不属于子集 A 的所有元素所构成一个新的集合为

$$\{2, 4, 6, 8\}.$$

称这个集合为集合 A 在全集 U 中的**补集**.

设全集 U 为 $\mathbf{R}$, $\mathbf{Q}$ 为有理数集,则 $\mathbf{Q}$ 在 U 中的补集为

$$\{\text{无理数}\}.$$

一般地,设 U 是全集, A 是 U 的一个子集,则由 U 中不属于集 A 的所有元素所组成的集合,叫做集合 A 在全集 U 中的补集,记作

$$\complement_U A,$$

读作“ A 在全集 U 中的补集”.

如果用矩形内的平面区域表示全集 U , 则集合 A 在 U 中的补集可用阴影区域来表示

(图 7-4).

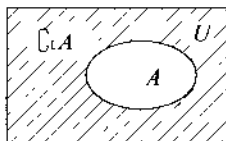


图 7-4

例 1 已知 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 3, 5, 6\}$, 求 $\complement_U A$; $A \cup \complement_U A$; $A \cap \complement_U A$; $\complement_U(\complement_U A)$.

解: $\complement_U A = \{2, 4, 7\}$.

所以 $A \cup \complement_U A = \{1, 3, 5, 6\} \cup \{2, 4, 7\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = U$;

$A \cap \complement_U A = \{1, 3, 5, 6\} \cap \{2, 4, 7\} = \emptyset$;

$\complement_U(\complement_U A) = \complement_U \{2, 4, 7\} = \{1, 3, 5, 6\} = A$.

一般地, 对于任意集合 A , 有

(1) $A \cup \complement_U A = U$;

(2) $A \cap \complement_U A = \emptyset$;

(3) $\complement_U(\complement_U A) = A$.

例 2 已知 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x \leq -1\}$, 求 $\complement_U A$.

解: $\complement_U A = \{x | x > -1\}$.



课堂练习

1. 填空:

(1) 设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{2, 4\}$, 则

$\complement_U A =$ _____; $\complement_U(\complement_U A) =$ _____;

$A \cup \complement_U A =$ _____; $A \cap \complement_U A =$ _____.

(2) 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x \geq -3\}$, 则

$\complement_U A =$ _____; $A \cap \complement_U A =$ _____;

$A \cup \complement_U A =$ _____.

2. 设 $U = \{n | n < 10 \text{ 且 } n \in \mathbf{N}\}$, $A = \{1, 2, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 5, 8\}$, 求 $\complement_U A$; $\complement_U B$; $\complement_U A \cap \complement_U B$; $\complement_U A \cup \complement_U B$; $A \cap \complement_U B$; $B \cup \complement_U A$.

