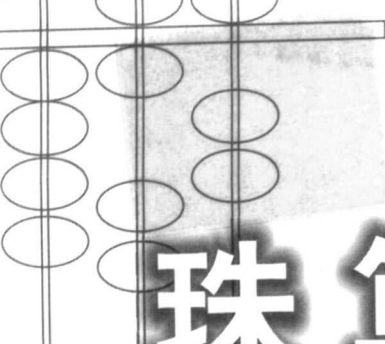


珠算文稿

邢安会 靳黎民
马海滨 冯祖阳/主编

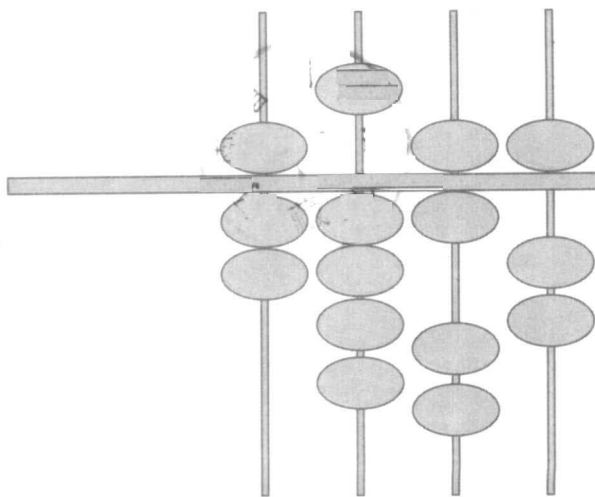


西南财经大学出版社



珠算文稿

● 邢安会 靳黎民
马海滨 冯祖阳/主编



西南财经大学出版社

责任编辑：段智玲

封面设计：大涛视觉传播设计事务所

书 名：珠算文稿

主 编：邢安会等

出 版 者：西 南 财 经 大 学 出 版 社

(四川省成都市光华村西南财经大学内)

邮政编码：610074 电话：(028) 7353785

排 版：西南财经大学出版社激光照排中心

印 刷：成都金龙印务有限责任公司

发 行：西南财经大学出版社

全 国 新 华 书 店 经 销

开 本：850mm×1168mm 1/32

印 张：12

字 数：248 千字

版 次：2001 年 5 月第 1 版

印 次：2001 年 5 月第 1 次印刷

印 数：1000 册

定 价：18.00 元

ISBN 7-81055-778-5/F·635

1. 如有印刷、装订等差错，可向本社发行部调换。
2. 版权所有，翻印必究。

编写说明

这本《珠算文稿》是在我省珠算协会 1998 年、1999 年优秀论文评选的基础上收集整理而成的。我们将这些论文编辑成书,是为了从中窥见珠算教学在我省的普及程度及我省珠算的学术水平。

愿此书对珠算教学和热爱珠算的人有帮助。

河南省珠算协会

目 录

理论研究

- 珠算与图灵机有相同的计算能力 郭启庶(2)
- 珠算模型与笔算模型的对比研究 李庆海等(11)
- 珠算是中国数学的优秀代表 刘芹英(15)
- 珠象开发新探 李洁潢(22)
- 推广珠心算 提高学生整体素质 张平南 王素华(27)
- 珠算在教学中的优势浅析 董树林(36)
- 珠算融于数学教育系统中的深远意义 冯 丽(43)
- 用实物、阿拉伯数码表数与用珠码表数的对比 李庆海(48)
- 发挥珠算优势 全面培养学生 谢承志 周大科(51)
- 重新认识珠算 张瑞香(57)
- 论财贸院校珠算教育的指导思想 冯连波(60)
- 浅议职教学校珠算教学的改革方向 焦 珉等(64)

实践考察

- 充满生机的珠心算教学 邢安会(68)
- 普及珠心算教育利国利民 郑州市珠算协会(73)
- 珠心算教育能培养高素质人才 李转霞(80)
- “三算”结合及珠心算教学实验报告 周大科(88)
- 珠心算教学与素质教育 张胜辉(100)
- 珠心算进入课堂教学的实验报告 李跃红(107)

辛勤耕耘,教改之花盛开·····	陈 勇(110)
幼儿园的珠心算教学·····	三门峡市珠协(118)
珠心算融于数学教学的实验报告·····	登封市崇高路小学(121)
珠心算实验报告·····	郑州市经三路小学(125)
幼儿珠心算教育实验报告·····	崔正英等(129)
汝阳县蔡店小学“三算”实验总结·····	秦秋团(135)
开展“三算”教学的做法和体会·····	刘海朝(139)
普及“三算”教学 提高学生素质·····	汝阳县教委教研室(144)
“三算”教学实验回顾·····	马红欣(154)
开展珠心算的关键在于“抓”·····	高坤山(161)
搞好“三算”教学 提高学生 整体素质·····	汝阳县化肥厂子弟学校(165)
“三算”教学的历程和体会·····	雷松山(169)
珠心算是开启幼儿智慧之门的 “金钥匙”·····	三门峡陕县机关幼儿园(173)
珠心算的启智功能·····	王香菊(175)
全面发展打基础 围绕特色办学校·····	李楼乡文教组(179)
不懈的探索·····	王志成(183)
珠心算对提高非智力素质的作用·····	吴彦阁(187)
珠心算教学的体会·····	贾苏萍 杨建裴(190)
研究“三算”教材教法 积极开展教学活动·····	刘万欣(192)
珠心算在儿童教育方面效果明显·····	李庆海 任会杰(200)
珠心算培养学生思维能力的实例·····	郝 玲(204)
孩子们的体会·····	段智锋(206)
做好家长工作 推动“三算”教改实验·····	杨高会(208)
规范管理 普及“三算”教学·····	汝阳县小店镇教育办(211)
教学珠心算的体会·····	杨来奇(214)

技术探讨

空盘前乘定位方法初探	赵金生(218)
浅谈珠算商除法教学	贾新生(221)
珠心算的三段教学法	王雪环(225)
珠算的“训”与“练”	魏中华(228)
幼儿珠心算教法与学法探讨	崔正英等(231)
珠心算与数学教学	路九民(235)
珠心算在提高学生运算能力及 分析应用题方面的作用	王丽芳(240)
珠心算加减法各个环节的 教学方法研究	刘芹英 王家申(245)
珠心算加减拼排法教学法	王虹 吕爱君(257)
珠算过时了吗	王西峰(261)
珠心算能突破数学学习的难点	赵爱华(268)
珠心算为学习数学扫清了障碍	李月枝 王灵芝(270)
珠心算在应用题教学中的作用	宋龙欣 秦星闹(275)
珠算教学中的试商	秦秋团(278)
珠心算对数学教学帮助大	胡继锋(281)
珠心算能突破应用题难点	户瑞芬(287)
我是这样进行珠心算教学的	马 琴(289)
发挥算盘特殊功能 激发学生学习兴趣	王素平(293)
算盘是理想的认数模型	杨利霞(296)
珠算教学能使学生真正参与课堂教学	王亚娟(298)
选好教法 上好珠心算课	李江丽(300)
珠算教学与记忆力的培养	张胜辉(303)
珠心算与四个加减法表的对比教学	高红卫(307)

珠心算算法和教学法的研究	杜茂启(309)
教育与启智并行	段娟红(315)
珠算式心算与笔算式心算的比较	王灵芝 李月枝(318)
利用珠算促进学生理解数学概念	王喜乐(321)
低年级珠心算教学对数学学习的作用	郭遇巧(323)
速算式心算在中专教学中的应用	梁 华等(327)
珠算与数学的内在联系	刘炳莉(331)
把握五环节 讲好珠算课	贾新生(334)
学习珠心算能提高学习质量	蒋俊英(337)
珠心算的训练过程	赵俊杰(341)
珠心算教学对提高思维能力的作用	高 慧(345)
珠算教学的优势	朱 艳(348)
讲好补数	李巧云(351)
珠算加减技能水平与训练强度关系的研究	晁乐刚等(353)

珠算英才

发现珠算——陈梓北教授的人生价值	邢安会(359)
------------------------	----------

理论研究

珠算与图灵机有相同的计算能力

郭启庶

一、图灵机

所谓图灵机是一种抽象数学或是一个严格的数学模型,而不是一个物理对象。“它的原理非常之简单,然而却能计算一切能行可计算的问题类”,其“功能不会弱于任何其他的能行计算模型。”“各种各样的关于计算的数学模型,均以能被证明和图灵机等价作为它们具有最高计算能力的标志。图灵机的论文发表不到十年,现实的电子计算机就问世了。”^[1]

描述图灵机有许多方式,如莫绍揆教授从黑箱和有限自动机的角度对图灵机加以说明^[2],罗杰·彭罗斯画出一仪器磁头和带着无限长形象的磁带^[3],以及一个受控的、可左右移动的“读写头”对划有方格的带子上的方格进行读写,……描述方法不同,实质都是一样。这里引用陆汝铃院士的解说:“图灵机的计算在一条带子上进行,这条带子在两个方向上均为无限长(可以想象成解析几何中的 x 轴),带子上划分为无穷多个格(可以把它想象为 x 轴上长度为1的区间),带子上方有一个沿带子来回移动的读写头(读写头和带子的关系有点像录音机中磁头和磁带的关系)。计算通过读写头的移动和读写来完成。为了控制读写头的这些操作,每一个图灵机有一个状态集 $\{Q_i\}$,其中包括一个开始状态和一个结束状态。它还有一组符号 $\{H_i\}$,其中包括一个空白符号。此外,它还有一个控制函数,该函数根据图灵机所处的当前状态和读写头所读到的当前符号决定图灵机的下一步操作。每一步操作包括三件事:第一,把某个符号

写到读写头当前正‘注视’的那个格上，以取代原来的符号；第二，读写头左移一格或右移一格或不移动；第三，用某个状态取代当前的状态，使图灵机进入一个新状态。这个控制函数可以表示为：

(状态,符号)→(写符号,移动,状态)

“依顺序做完这三件事,图灵机的一个工作周期就告结束。如果新状态不是结束状态,则可进入下一个工作周期,否则图灵机停机,计算任务宣告完成。所以结束状态也叫停机状态。图灵机停机以后,带子上的内容就是它的输出。”^[4]

二、珠算

珠算是中国古老的计算方式，目前仍活跃在现实应用和教学中。显然，珠算是一个系统，并非单指算盘。过去，只把算盘看成用手拨弄算账的工具，现在将其看成一种数学符号并内化在脑中，在数学、算法的广泛领域内积极运用。为了讨论的方便，这里对实际珠算过程描述如下。

定义：由于空间位置不同而可以有不同赋值的珠子，称为算珠。

定义：由算珠构成的系统，称为算盘。

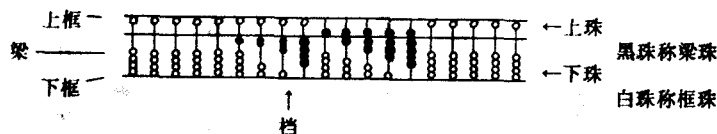


图1 算盘

档串算珠，梁分上下，框固定梁、档成盘。显然，一把算盘的档数可多可少，而且明代科学家朱载堉还创造性地提出使用串联算盘^[5]。

定义：运用算珠系统进行计算，称为珠算。

定义:由算珠构成的符号,称为珠码。

定义:由4颗下珠升成1颗上珠的规定,称为升制。

图1所示,是上一下四珠的五升十进制算盘。在不影响一般性的情况下,本文所说的均是这种算盘。就靠梁角度看(黑珠)有9种状态,另外的档(无靠梁珠)表示的也是一种状态,共10种符号状态。

定义:两十进正整数或小数之和为 10^m (m 为整数),这两数互称补数。

定义:由静止状态算珠所构成的符号,称为静珠码。

如图1所示,靠梁的静珠码共有10个(通常用1,2,3,⋯,9,0表示,可以说它们是静珠码的赋值)。

定义:由运动着的算珠所构成的符号,称为动珠码。

算珠运动的方向,分向上、向下两种;也可以分为向梁、向框两种。动珠码表示的数值,既同算珠个数有关,也与算珠运动的方向有关。

定义:一档上所有运动着的算珠总数,称为动珠码的动总。

定义:动珠码所表示的数的绝对值,称为动珠码示数。

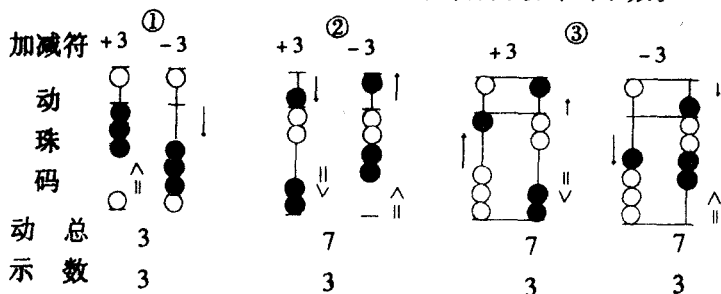


图2 动珠码 动总 示数

由图2可看出,动珠码既与珠动方向有关,又与动珠的数目有关,具有矢量性质。按符号学的说法,动总是动珠码符号的能

指,可直观出大小来,示数是动珠码符号的所指。加、减的区别只在动珠方向相反。加同一个基数(如3)有三种动珠码符号形式,动总与它或相同或互补。

十进制基数除5和0外,每个对应3个加的动珠码符号(5对应两个动珠码符号)。

表1 加的动珠码表

加码符	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9
直本码									
齐补码									
反补码									
齐本码									

珠算加法就是用这26个动珠码符号拼排。对此,我们有:

定理1. 在上一、下四珠的算盘上,设某档有静珠码 n ($0 \leq n \leq 9$),在该档上加数码 m ($0 < m \leq 9$, m 为自然数),则可以且只可以按表1所列 m 的三种动珠码形式之一拼排实施。

减的动珠码只是上述动珠码反向,不必专列。一切运算归根结底都是加减的程序,因此,一切数值的珠算都可以通过动珠码符号拼排完成。通过符号拼排就能实施数值运算是最简捷的。莱布尼兹曾认为,关于符号的科学,应能排列符号,使其表达所思^[7],但他未能发现如珠码这样的能通过拼排实施数值运算的符号。迄今为止,只有动珠码符号有这种功能。

把这种符号内化于脑中,凭借它做脑算,不仅易于学习掌握,而且效率极高。1997年,我国已创出每秒能准确加减并写出答数21.2个码的记录。这也是迄今为止世界上最优良的脑算

方式。

三、珠算与图灵机

引理 1. 算盘可以向左右两个方向延伸, 档数可以无限多。

证: 这里在于找到一种方法使档数能无限地增多, 而不是要实际做出这样的算盘。其实, 明代朱载堉已提出串联使用算盘, 即任意给定档数 M , 就能找到一个自然数 N , 使得当 $n > N$ 时, 串联 n 把算盘的总档数超过 M 。不失一般性, 我们设被串联的每把算盘都是 k 档, 要使 $lk > M$, 需 $l > M/k$, 取 $N = [M/k]$, 当 $n > N$ 时, 则有 $nk > M$, 即串联 n 把算盘, 可以使总档数超过 M 。

此外, 算盘上的档可重复使用, 这也是使档数无限增多的一种方法。

引理 2. 把算盘上的任意有限多个档看成一段, 段数也可以无限多。

证: 不失一般性, 可设各段均为 h 档 (h 为自然数)。这样, 引理 1 证明中所用的串联算盘改为 hk 档, 仿引理 1 即得证明。

引理 3. 珠算的状态集 $\{J_i\}$ 可含任意有限多个状态。

证: 珠算的静珠码集就是它的状态集, 通常珠算由一档上的算珠构成 10 个静珠码即 10 个状态。理论上说, 一档上的算珠可以设置任意有限多个, 从而状态可以任意有限多个; 另一方面, 若每档限定为上一四珠, 可以用含任意有限多个档的一段上的算珠构成状态, 结合引理 2, 即用段里的算珠构成状态, 从而使状态能为任意有限多个。

引理 4. 珠算的符号集 $\{D_i\}$ 可含任意有限多个符号。

证: 珠算的动珠码集就是它的符号集, 通常珠算的上一四珠算盘主要由一档上的运动算珠 (必要时左档辅助一珠) 构

成 26 个动珠码,即 26 个符号(若把反向减的动珠码区分出来是 26 对符号)。同证明引理 3 相仿,把一档扩大成一段,即用段里的运动算珠构成动珠码符号,从而使符号集能含任意有限多个元素。

其中,直本码形式的动珠码集,用 $\{d_i\}$ 表示,易知 $\{d_i\}$ 是 $\{D_i\}$ 的子集。

现在,为了便于比较,先把珠算与图灵机相对照,并按图灵机的叙述方式对珠算加以描述如下:

算盘相当于图灵机的带子,算盘上的档相当于图灵机带子上的方格。眼、手、脑有关珠算的部分功能相当于图灵机的读写头^[6],其静珠码相当于图灵机的状态集 $\{Q_i\}$,动珠码相当于图灵机的符号集 $\{H_i\}$,控制函数:

图灵机 (状态,符号) $\longrightarrow$ (写符号,移动,状态)

珠 算 (静珠码,直本码) $\longrightarrow$ (拨对应动珠码,移动,静珠码)

例如,计算 $35 + 43$,珠算过程是:

珠算($\overline{11}$, $\overline{35}$) $\longrightarrow$ ($\overline{35}$, 右移一档, $\blacktriangleup$)

珠算($\blacktriangleup$, $\overline{11}$) $\longrightarrow$ ($\overline{11}$, 左移一档, $\blacktriangleup$)

珠算($\blacktriangleup$, $\overline{35}$) $\longrightarrow$ ($\overline{35}$, 右移一档, $\blacktriangleup$)

珠算($\blacktriangleup$, $\overline{35}$) $\longrightarrow$ ($\overline{35}$, 不动, $\blacktriangle\blacktriangle$)

这里, $\longrightarrow$ 还表示要选择合适的动珠码形式。计算过程中,产生新状态是自动的。

如果按照陆汝铃著的《数学·计算·逻辑》一书中设计的加法图灵机,计算过程是:

先从带子的某格起,接连 36 格每格输入符号“1”,空 1 格,接连 44 格每格输入“1”。开始让读写头“注视”着最左边格中的“1”,这时状态为 0,即

图灵机 $(0,1) \longrightarrow (\text{原地写符号 } 1, \text{右移一格}, 1)$

图灵机 $(1,1) \longrightarrow (\text{原地写符号 } 1, \text{右移一格}, 1)$

.....

图灵机 $(1,1) \longrightarrow (\text{原地写符号 } 1, \text{右移一格}, 1)$

图灵机 $(2,0) \longrightarrow (\text{把空格改为 } 1, \text{右移一格}, 2)$

图灵机 $(2,1) \longrightarrow (\text{原地写符号 } 1, \text{右移一格}, 2)$

.....

图灵机 $(2,1) \longrightarrow (\text{原地写符号 } 1, \text{右移一格}, 2)$

图灵机 $(3,0) \longrightarrow (\text{保留该空格}, \text{往左移动}, 3)$

图灵机 $(3,1) \longrightarrow (\text{抹掉两个 } 1 \text{ 成 } 0, \text{往左移动}, 4)$

图灵机 $(4,1) \longrightarrow (\text{保留该格 } 1, \text{往左移动}, 4)$

.....

图灵机 $(4,1) \longrightarrow (\text{保留该格 } 1, \text{往左移动}, 4)$

图灵机 $(5,0) \longrightarrow (\text{保留该格 } 0, \text{右移一格}, 5)$

这时计算结束,读写头对准左边第一格的符号“1”(接连共有 79 个格中有“1”)。

定理 2. 珠算与图灵机有相同的计算能力。

证: 首先,珠算可以模拟图灵机。由引理 1 可知,我们可以使算盘上的档与图灵机带子上的格一一对应。因为图灵机的状态集 $\{Q_i\}$ 含有有限多个元素,所以能给每个状态编号,即状态集为 $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_k\}$ 有 k 个状态。由引理 3 可知珠算的状态集也可以有 k 个状态,即 $\{J_1, J_2, \dots, J_k\}$ 。两状态集也可以建立一一对应的关系。同理,由引理 4 可知,珠算符号集 $\{D_i\}$ 与图灵机的符号集 $\{H_i\}$ 也可以建立一一对应的关系。再者,珠算的读写头 {眼、手、脑有关珠算的部分功能} 之功能不低于图灵机的读写头。所以,图灵机的每步操作,珠算都能模拟。就是说珠算可以模拟图灵机。

其次,图灵机可以模拟珠算。这只要注意到上述证明过程是可逆的,就立刻得到证明。这里,特别要注意珠算读写头的功能与眼、手、脑有关珠算的部分功能只是眼、手、脑关于珠算的极简单的机械的功能,而不是它的全部功能。显然,要一般地说图灵机读写头能模拟眼、手、脑的全部功能,现在还为时过早。

当然,珠算与图灵机间的相互模拟,并非一定要一一对应,但这些只是技术和技巧方面的区别,不是实质区别^[9]。

四、本命题的基本意义

图灵机概念极其重要,但解释起来外行人不易理解,如果用珠算模型加以解释就十分清楚了。例如,上面关于 $35 + 43$ 的图灵机算法解释,外行人理解很吃力,而用上一下四珠算盘的算珠来演示就一目了然。

电子计算机技术已高度发展,但是没有人会说“现在还提图灵机干啥”,虽然没有人把深刻的基础理论与发达的应用技术相混淆,割裂对立,但是却有不少人说“现在还提珠算干啥”,更有甚者,以为珠算是古老的落后的计算方式,提它就是提倡复古倒退、食古不化。有的甚至在有算盘的场面拍电视也不愿意算盘上镜头,生怕它玷污了现代化,数学课本中宁愿用小棒、点子图也不用珠算……

其实,珠码符号是表达数的最好的符号,凭借它能通过符号拼排完成运算;珠算模型是最好的脑算模型,采用这种模型的珠算式心算既易学效率又极高。仔细分析起来,计算机的计算模型与珠算模型一致而与笔算模型却不同。珠算教学融于数学教程取得的良好效果,不仅简化了数学,加强了算法、算理的教育,而且有效地开发了学生的智力,让学生动手动脑,乐趣横生,在整个教学过程中,使得数学“一科突出”,其他“多科受益”。总之,从数学、算法基础理论教育的角度来看,珠算是值得积极弘扬的中