丛书主编　锴　桢

高一 数学（下）

试验修订本

龙门图解

学科主编　傅荣强
本册主编　傅荣强

开创
教辅读图时代

龍門書局

责任编辑 王风雷 夏少宁 封面设计 企鹅美编室

亲爱的读者：

感谢您选择《龙门图解》！

这套用图解形式编写的教辅书是我们的新尝试，一年来虽殚精竭虑，但因水平和能力所限，我们感到这套书仍有许多不尽如人意之处。我们深信，广大读者一定能为我们提供无穷的智慧和无尽的素材。在此，我们真诚地希望您能写信告诉我们：您对《龙门图解》有什么意见和建议；您有什么用图解形式学习的好方法、金点子；您还希望看到哪些领域的图解类书籍……您的这些宝贵意见将用于《龙门图解》的修订和品牌的延伸。相信在广大读者的支持下，《龙门图解》一定能茁壮成长。

来信请寄：

北京东黄城根北街16号龙门书局《龙门图解》编委会收。邮编100717

愿《龙门图解》成为您的、我的、大家的好朋友！

龙门书局

开创教辅读图时代

ISBN 7-80160-697-3

9 787801 606976 >

ISBN 7-80160-697-3

定价：12.00元

试验修订本

龙门图解

高一数学（下）

学科主编　傅荣强

本册主编　傅荣强

编　　写　常　青　朱　岩　任政忠

　　　　　孙吉利　张红旗

龍門書局

北京

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，凡无此标志者均为非法出版物。

图书在版编目(CIP)数据

龙门图解.高一数学：试验修订本.下／锴桢主编；傅荣强分册主编；常青，朱岩，任政忠编著. —北京：科学出版社：龙门书局，2003

ISBN 7-80160-697-3

Ⅰ.龙… Ⅱ.①锴…②傅…③常…④朱…⑤任… Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第080260号

责任编辑：王风雷 夏少宁　　封面设计：企鹅美编室

龙门图解

高一数学试验修订本(下)

出　　版：龙门书局
地　　址：北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
网　　址：http://www.sciencep.com
印　　刷：中国科学院印刷厂
发　　行：科学出版社总发行　　各地书店经销
版　　次：2003年1月第一版
印　　次：2003年1月第一次印刷
开　　本：890×1240　A5
印　　张：9
字　　数：221 000
印　　数：1—30 000
定　　价：12.00元
(如有印装质量问题，我社负责调换)

目录

第四章 三角函数

第五章 平面向量

第四章 三角函数

导引

晚会就要结束了,主持人推出一个“幸运转盘”来摇出现场观众的大奖,如图1.

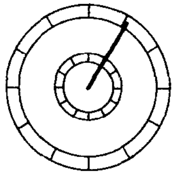

图1 幸运转盘

它有内外两环,环上分别标有数字,内环数字代表排号(即第几排的观众),外环数字代表列号(即第几列的观众).抽奖嘉宾先按逆时针方向旋转指针,指针飞速旋转并逐渐慢下来,直至停止,此时指针所指内环数字即选为排号,再按顺时针方向旋转指针,从外环上读出一个列号,则所取排号和列号惟一地确定出一名幸运观众.

主持人总是要鼓励抽奖嘉宾铆足力气转动指针,那么,力气大了会不会改变某些观众获奖的机会呢?怎样才能保证现场的每位观众都有机会中奖呢?

现在我们来详细分析指针的转动的过程.

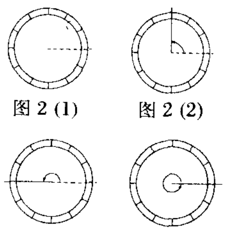

图2(1) 图2(2) 图2(3) 图2(4)

我们在初中已经学过角的概念.指针从图2(1)所示位置逆时针方向旋转至图2(2)所示位置时,转过一个$90°$,转到图2(3)所示位置时,转过一个$180°$,转到图2(4)所示位置时,转过一个$360°$.

再转下去的话,如何表示指针所转过的角度呢?

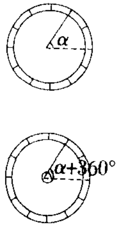

图3

过去我们只研究$0°\sim360°$范围的角,但在生活中还会遇到其他的角,因此,有必要对角的范围加以推广.我们规定按逆时针方向旋转形成的角叫做正角.假定α表示一个$0°\sim360°$范围的角,当指针比α的终边多转过一周,则这时所成的角可表示为$\alpha+360°$,如图3所示,依此类推,当指针比α的终边多转过k圈时,指针转过

的角可表示为 $\alpha+k\cdot360°$.

根据上述分析,"幸运转盘"上的指针无论转过多大的角度,它总是与0°~360°范围的某个角 α 的终边重合,换句话说,无论指针转多少圈,它总是会周而复始地指向内环上标注的数字.假定现场有10排观众,只要将1~10均匀地标注在内环上,则指针将周而复始地指向这些数字,每排的观众都有机会被抽中.

有了上面的分析,再来解决"按顺时针方向旋转指针选定列号"的问题就容易了.我们规定按顺时针方向旋转形成的角叫做负角(见图4),当射线没有进行任何旋转时,它形成的角是0°的角.这样,角就应该包括正角、负角和零角了.假定每排有50名观众,只要将1~50号均匀地标注在外环上,则类似地可得出结论:每列的观众也将都有机会被抽中.

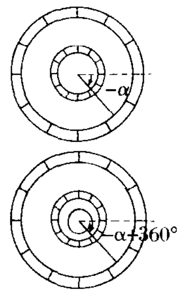

图4

不难理解,每个现场观众被抽到的机会是近似均等的,那用尽力气转动指针的目的何在呢?原来,摇奖时刻往往是现场的高潮部分,现场观众都在期待一份幸运降临在自己头上,为了让悬念更久些,让高潮气氛能多维持一段,主持人才鼓励嘉宾大力气地转动指针.

再回到角的分析上.初中我们已经学过锐角三角函数,现在角的概念已被推广,那么任意角的三角函数又是怎样定义的呢?下面我们利用平面直角坐标系,初步了解一下任意角的三角函数.

如图5,设 α 是一个任意角,α 的终边上任意一点 P 的坐标是 (x,y),它与原点的距离是 $r(r=\sqrt{x^2+y^2}>0)$,那么,比值 $\frac{y}{r}$, $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{x}$ 分别叫做 α 的正弦,余弦,正切,这与我们所学过的锐角三角函数的定义在形式上是一致的.

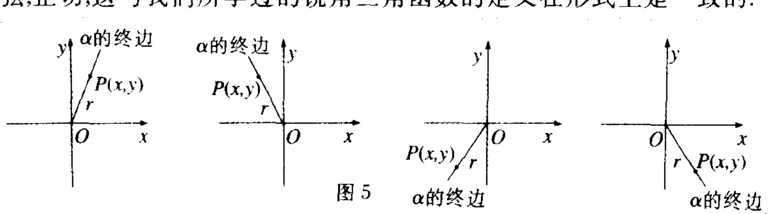

图5

三角函数以角为自变量,以比值为函数,使数(比值)与形(角)更加紧密地结合起来,由此引发出一系列的三角函数公式以及三角函数的图象和性质.

图录

- 三角函数
  - 任意角的三角函数
    - 角的概念的推广
    - 弧度制
    - 任意角的三角函数
    - 同角三角函数的基本关系式
    - 正弦、余弦的诱导公式
  - 两角和与差的三角函数
    - 两角和与差的正弦、余弦、正切
    - 二倍角的正弦、余弦、正切
  - 三角函数的图象和性质
    - 正弦函数、余弦函数的图象和性质
    - 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象
    - 正切函数的图象和性质
    - 已知三角函数值求角

4.1　角的概念的推广

图例

基础知识例解

本节的主旨是在已有$0°\sim360°$的角的概念的基础上，运用分类讨论的数学思想，实现角的范围的扩充，实施角的归属的分门别类.具体情况是：

一、按顺序性划分角

按顺序性划分角，角有三类，即：

可类比实数可以划分为正数、负数和零

角 $\begin{cases} \text{正角 —— 按逆时针方向旋转形成的角;} \\ \text{负角 —— 按顺时针方向旋转形成的角;} \\ \text{零角 —— 射线没有作任何旋转形成的角.} \end{cases}$

二、按角的终边的位置划分角

按角的终边的位置,角可划分为两类,即

角 $\begin{cases} \text{象限角——终边落在某个象限内的角;} \\ \text{轴线角——终边落在坐标轴上的角.} \end{cases}$

终边相同的角、轴线角的表述形式是

1. 终边相同的角

所有与角 α 终边相同的角,连同 α 在内,可构成一个集合

$$\boxed{S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot 360°,\ k\in\mathbf{Z}\}.}$$

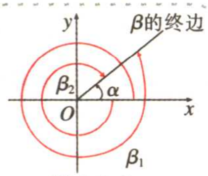

图 4-1-1

对 S 的图解,见图 4-1-1.

2. 轴线角

(1) 终边落在 x 轴的非负半轴上的角的形式是

$$\beta=k\cdot 360°,\ k\in\mathbf{Z}.$$

(2) 终边落在 x 轴的非正半轴上的角的形式是

$$\beta=k\cdot 360°+180°,\ k\in\mathbf{Z}.$$

(3) 终边落在 x 轴上的角的形式是

$$\beta=k\cdot 180°,\ k\in\mathbf{Z}.$$

(4) 终边落在 y 轴的非负半轴上、y 轴的非正半轴上、y 轴上的角的形式依次是

$$\left.\begin{array}{l}\beta=k\cdot 360°+90°,\ k\in\mathbf{Z};\\ \beta=k\cdot 360°-90°,\ k\in\mathbf{Z};\\ \beta=k\cdot 180°+90°,\ k\in\mathbf{Z}.\end{array}\right\}$$

$2k\cdot 180°+90°$

$(2k+1)180°+90°$.

表述形式不是惟一的

(5) 终边落在坐标轴上的角的形式是

$$\beta=k\cdot 90°,\ k\in\mathbf{Z}.$$

例题 1

判断下面的说法是否正确:

(1) 第一象限的角一定是锐角;

(2) 凡能表示成 $k\cdot360°+90°$ 形式的角一定是直角，其中 $k\in\mathbf{Z}$；

(3) 终边落在直线 $y=-x$ 上的角都可以表示成 $n\cdot180°-45°$的形式，其中 $n\in\mathbf{Z}$.

自助解题

欲证某一个数学命题成立，必须对该命题实施全面论证；但如果我们要否定一个数学命题成立，只需找到一个“适合已知条件，但结论却不成立”的例子即可.

由此看来，否定一个结论，举一个反例就可以了。

解：(1) 不正确. 如，361°的角是第一象限的角，但它不是锐角.

(2) 不正确.

如，$1\cdot360°+90°=450°$的角具有 $k\cdot360°+90°$的形式，此时 $k=1\in\mathbf{Z}$，但它不是直角.

(3) 正确.

如图 4-1-2，对于 $n\cdot180°-45°$，$n\in\mathbf{Z}$，有当角的终边落在射线 $y=-x(x\geqslant0)$上时，这时它可以表示成 $k\cdot360°-45°$的形式；当角的终边落在射线 $y=-x(x\leqslant0)$上时，这时它可以表示成$(k\cdot360°+180°)-45°$的形式，两种形式也

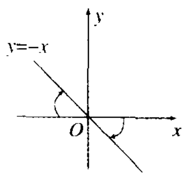

图 4-1-2

即 $2k\cdot180°-45°$，

$(2k+1)\cdot180°-45°$

的形式，可一并写成 $n\cdot180°-45°$的形式，$n\in\mathbf{Z}$.

即学即练

1. 把 2003°表示成 $k\cdot360°+\varphi$ 的形式，其中 $k\in\mathbf{Z}$，φ 满足

(1) $0°\leqslant\varphi<360°$；　(2) $360°\leqslant\varphi<720°$.

2. 写出与$-182°$的角终边相同的角 β 的集合 A，并求 A 中满足 $-180°\leqslant\dfrac{\beta}{4}\leqslant180°$的 β 的值.

答案　1. (1) $2003°=5\times360°+203°$. 这时，2003°已经表示成 $k\cdot360°+\varphi$ 的形式，且 $k=5\in\mathbf{Z}$，$0°\leqslant\varphi<360°$.

(2) $2003°=4\times360°+563°$，这时，$2003°$也已经表示成 $k\cdot360°+\varphi$ 的形式，且 $k=4\in\mathbf{Z}$，$360°\leqslant\varphi<720°$.

2. 与$-182°$的角终边相同的角的集合 $A=\{\beta\mid\beta=k\cdot360°-182°,\ k\in\mathbf{Z}\}$. 由$-180°\leqslant\dfrac{\beta}{4}\leqslant180°$知，$-720°\leqslant\beta\leqslant720°$.

因此，A 中满足不等式 $-180°\leqslant\dfrac{\beta}{4}\leqslant180°$的 β 的值是 $-542°$，$-182°$，$178°$，$538°$.

例题 2

终边落在坐标轴上的角 θ 的集合是(　　)

A. $\{\theta\mid\theta=2k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\theta\mid\theta=k\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\theta\mid\theta=\dfrac{k\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\theta\mid\theta=k\pi+\dfrac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\}$

自助解题

如图 4-1-3，根据终边相同的角的集合，得 A 为终边落在 x 轴的非负半轴上的角的集合，B 为终边落在 x 轴上的角的集合，D 为终边落在 y 轴上的角的集合.

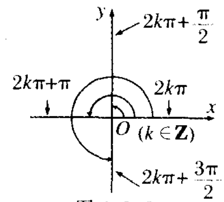

图 4-1-3

解：对 $\theta=\dfrac{k\pi}{2}$ $(k\in\mathbf{Z})$中的 k 分类讨论如下：

设 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$，则 $\theta=n\pi$，θ 的终边落在 x 轴上；

设 $k=2n+1(n\in\mathbf{Z})$，则 $\theta=n\pi+\dfrac{\pi}{2}$，$\theta$ 的终边落在 y 轴上.

所以，C 为终边在坐标轴上的角的集合. 选 C.

即学即练

已知集合 $M=\{x\mid x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{4},\ k\in\mathbf{Z}\}$，$P=\{x\mid x=\dfrac{k\pi}{4}+\dfrac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\}$，则(　)

A. $M=P$　　B. $M\supsetneqq P$　　C. $M\subsetneqq P$　　D. $M\cap P=\varnothing$

提示：观察集合 P，$\dfrac{k\pi}{4}$ $(k\in\mathbf{Z})$的分母是 4，所以应考虑 $k=4n$，$4n+1$，

$4n+2$，$4n+3(n\in\mathbf{Z})$时$\frac{k\pi}{4}$的形式.

答案 $\because x=\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$的终边落在坐标轴上(例题2)，

$\therefore x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$的终边落在直线$y=\pm x$上.

下面用分类讨论的数学思想讨论集合P.

在P中，设$k=4n$，$4n+1$，$4n+2$，$4n+3(n\in\mathbf{Z})$，则

$x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$分别为

$x=n\pi+\frac{\pi}{2}$，它的终边落在y轴上；

$x=\frac{4n+1}{4}\pi+\frac{\pi}{2}=(n\pi+\frac{\pi}{2})+\frac{\pi}{4}$，它的终边落在直线$y=-x$上；

$x=(n\pi+\frac{\pi}{2})+\frac{\pi}{2}$，它的终边落在$x$轴上；

$x=(n\pi+\frac{\pi}{2})+\frac{3\pi}{4}$，它的终边落在直线$y=x$上.

综上，$M\subsetneqq P$. 选C.

综合应用例解

例题

已知角α为第一象限的角，确定角$\frac{\alpha}{2}$所在的象限，并画出其变化区域.

自助解题

首先写出α满足的不等式$2k\pi<\alpha<2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，其次写出$k\pi<\frac{\alpha}{2}<k\pi+\frac{\pi}{4}$，最后讨论$k$为奇数、偶数两种情况即可.

解：首先写出角α的一般形式：$2k\pi<\alpha<2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，两边同时除以2，得$k\pi<\frac{\alpha}{2}<k\pi+\frac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$.

(1) 当k为奇数时，设$k=2m+1(m\in\mathbf{Z})$，则

$(2m+1)\pi<\frac{\alpha}{2}<(2m+1)\pi+\frac{\pi}{4}(m\in\mathbf{Z})$，

此时角$\frac{\alpha}{2}$是第三象限的角；

(2) 当 k 为偶数时，设 $k=2m(m\in\mathbf{Z})$，则

$$2m\pi<\frac{\alpha}{2}<2m\pi+\frac{\pi}{4}(m\in\mathbf{Z}),$$

此时角 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限的角.

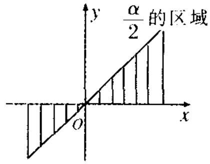

图 4-1-4

综上，角 $\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限或第三象限的角.

其变化区域如图 4-1-4 中阴影部分．这样的区域称为一、三象限的前半区域.

需要理解记忆第一、二、三、四象限的角的集合，它们分别为 $\{\alpha|2k\pi<\alpha<2k\pi+\frac{\pi}{2}\}$，$\{\alpha|2k\pi+\frac{\pi}{2}<\alpha<2k\pi+\pi\}$，$\{\alpha|2k\pi+\pi<\alpha<2k\pi+\frac{3\pi}{2}\}$，$\{\alpha|2k\pi+\frac{3\pi}{2}<\alpha<2k\pi+2\pi\}$ 以上 $k\in\mathbf{Z}$.

已知角 α 所在的象限或它的终边位置，判断角 $\frac{\alpha}{k}(k=2,3,\cdots)$ 的终边所在位置的题型的一般解法为：首先写出 α 满足的等式或不等式；其次写出 $\frac{\alpha}{k}$；最后要掌握对于 $m,n\in\mathbf{Z},k\in\mathbf{N}^*$，且 $k\geqslant2$，$\frac{n}{k}$ 中的 n 总能满足：$n=km$，$km+1$，$\cdots$，$km+(k-1)$.

第四章

即学即练

1. 已知角 α 是第四象限的角，判断角 $\beta=3\alpha$ 是第几象限的角，或其终边的位置.

2. 已知角 α 是第三象限的角，判断角 $\frac{\alpha}{4}$ 的终边的位置.

答案

1. $\because$ 角 α 是第四象限的角， $\therefore$ $k\cdot360^\circ-90^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ$，$k\in\mathbf{Z}$，
   由 $\beta=3\alpha$ 知，$k\cdot1080^\circ-270^\circ<\beta<k\cdot1080^\circ$，
   $\therefore$ 角 β 是第二、三、四象限的角，
   或终边落在 x 轴的非正半轴上，
   y 轴的非正半轴上.

2. $\because$ 角 α 是第三象限的角，
   $\therefore k\cdot360^\circ+180^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+270^\circ$，$k\in\mathbf{Z}$，
   $\therefore k\cdot90^\circ+45^\circ<\frac{\alpha}{4}<k\cdot90^\circ+67.5^\circ$，$k\in\mathbf{Z}$.

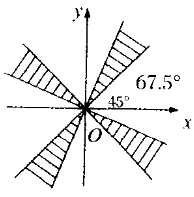

图 4-1-5

分别令 $k=0,1,2,3$ 知，$\frac{\alpha}{4}$ 角的终边落在图 4-1-5 所示的阴影区域内.

训练

1. 若角 α 与 β 的终边相同，则角 $\alpha-\beta$ 的终边(　　)

A. 在 x 轴的非负半轴上　　B. 在 x 轴的非正半轴上

C. 在 y 轴的非负半轴上　　D. 在 y 轴的非正半轴上

2. 若 α 是第四象限角，则 $\pi-\alpha$ 是(　　)

A. 第一象限的角　　B. 第二象限的角

C. 第三象限的角　　D. 第四象限的角

3. 集合 $M=\{x \mid x=(2n+1)\pi,\ n\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x \mid x=(4k\pm1)\pi,\ k\in\mathbf{Z}\}$，$M$ 与 N 之间的关系是(　　)

A. $M\subsetneqq N$　　B. $M\supsetneqq N$

C. $M=N$　　D. $M\subseteq N$ 或 $M\supseteq N$

4. 若集合 $M=\{x \mid x=(m+\frac{1}{6})\pi,\ m\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x \mid x=(\frac{n}{2}-\frac{1}{3})\pi,\ n\in\mathbf{Z}\}$，$P=\{x \mid x=(\frac{p}{2}+\frac{1}{6})\pi,\ p\in\mathbf{Z}\}$，则 M、N、P 的关系是(　　)

A. $M=N\subsetneqq P$　　B. $M\subsetneqq N\subsetneqq P$

C. $M\subsetneqq N=P$　　D. 以上结论都不对

5. 已知角 α 是第二象限的角，判断角 $\beta=2\alpha$ 是第几象限的角，或其终边的位置.

6. 已知角 α 和 β 的终边互为反向延长线，问 α 和 β 之间满足怎样的关系？

7. 角 α、β 的终边关于直线 $x+y=0$ 对称，且 $\alpha=-60°$，求 β 的值.

8. 设角 α 的终边与 $252°$ 的角的终边关于 y 轴对称，且 α 在 $-360°\sim360°$ 之间，求角 α 的值.

9. 若 $\alpha\in\{\beta \mid \beta=2k\pi+\frac{\pi}{3},\ k\in\mathbf{Z}\}$，且 $0<\alpha<2\pi$，求 α.

10. 在 $(-4\pi,-2\pi)$ 内找出与 $k\pi+\frac{\pi}{4}$ 终边相同的角，其中 $k\in\mathbf{Z}$.

1. 由角 α 与角 β 的终边相同，得 $\alpha=k\cdot360°+\beta$, $k\in\mathbf{Z}$, 所以，$\alpha-\beta=k\cdot360°$, $k\in\mathbf{Z}$, 所以，$\alpha-\beta$ 的终边在 x 轴的非负半轴上. 选 A.

2. 若 α 是第四象限的角，即 $2k\pi-\frac{\pi}{2}<\alpha<2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，则 $-2k\pi<-\alpha<-2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，于是 $-2k\pi+\pi<\pi-\alpha<-2k\pi+\frac{3\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，所以，$\pi-\alpha$ 是第三象限的角. 选 C.

3. 因为 $2n+1(n\in\mathbf{Z})$表示奇数，$4k\pm1=\begin{cases}4k+1\\4k-1\end{cases}(k\in\mathbf{Z})$也表示奇数，所以 $M=N$.

选 C.

4. 这里 M、N、P 都是无限集，$\because M=\{x\mid x=\dfrac{6m+1}{6}\pi,\ m\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x\mid x=\dfrac{3n-2}{6}\pi,$

$n\in\mathbf{Z}\}=\{x\mid x=\dfrac{3(n-1)+1}{6}\pi,\ n\in\mathbf{Z}\}$，$P=\{x\mid x=\dfrac{3p+1}{6}\pi,\ p\in\mathbf{Z}\}$，

$\therefore M\subsetneqq N=P$. 选 C.

5. $\because$ 角 α 是第二象限的角，

$\therefore k\cdot360^\circ+90^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+180^\circ$，$k\in\mathbf{Z}$. 由 $\beta=2\alpha$，得

$k\cdot720^\circ+180^\circ<\beta<k\cdot720^\circ+360^\circ$，$k\in\mathbf{Z}$. ①

$\because k\cdot720^\circ$的角的终边落在 x 轴的非负半轴上，

$\therefore k\cdot720^\circ+180^\circ$的角的终边落在 x 轴的非正半轴上.

同样可以分析出 $k\cdot720^\circ+360^\circ$的角的终边落在 x 轴的非负半轴上.

以上 $k\in\mathbf{Z}$.

由①式可知：角 β 是第三、四象限的角，或角 β 的终边落在 y 轴的非正半轴上.

6. $\because \alpha$ 和 β 的终边互为反向延长线，

$\therefore \beta=k\cdot360^\circ+180^\circ+\alpha, k\in\mathbf{Z}$.

7. 如图 4-1-6，设 OA 是角 α 的终边，OC 是角 β 的终边.

$\because OA$、OC 关于直线 $x+y=0$ 对称，且 $\alpha=-60^\circ$，

$\therefore \beta=k\cdot360^\circ-30^\circ$，$k\in\mathbf{Z}$.

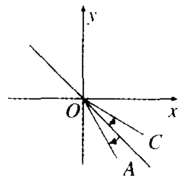

图 4-1-6

8. $\because$ 角 α 的终边与 252°的角的终边关于 y 轴对称，

$\therefore$ 在 $0^\circ\sim360^\circ$之间的 $\alpha=288^\circ$，

$\therefore$ 与 288°的角终边相同的角可写成 $\beta=k\cdot360^\circ+288^\circ$，$k\in\mathbf{Z}$，

$\therefore$ 在$-360^\circ\sim360^\circ$之间角的 α 的值是-72°和 288°.

9. $\because \alpha\in\{\beta\mid\beta=2k\pi+\dfrac{\pi}{3},\ k\in\mathbf{Z}\}$，$0<\alpha<2\pi$，

$\therefore \alpha$ 满足 $0<2k\pi+\dfrac{\pi}{3}<2\pi$，此时 $k=0$，$\alpha=\dfrac{\pi}{3}$.

10. 令 $k=-4$，则 $k\pi+\dfrac{\pi}{4}=-4\pi+\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{15}{4}\pi$；

令 $k=-3$，则 $k\pi+\dfrac{\pi}{4}=-3\pi+\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{11}{4}\pi$；

令 $k=-2$，则 $k\pi+\dfrac{\pi}{4}=-2\pi+\dfrac{\pi}{4}>-2\pi$；

$\therefore$ 所求与 $k\pi+\dfrac{\pi}{4}$ 终边相同的角 $\alpha(-4\pi<\alpha<-2\pi)$为$-\dfrac{15}{4}\pi$、$-\dfrac{11}{4}\pi$.

4.2 弧度制

图例

基础知识例解

本节的主要目的是实现一个观念的转变；实施用两种制度下的两个度量单位去度量角，并建立两个度量单位的关系.

一、实现一个观念的转变

1. 过去对角的规定

规定周角的$\frac{1}{360}$为1°的角，它是对"曲"的定论.

2. 现在对角的规定

长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做1弧度的角. 通过对应，用弧度表示的角可以"变曲为直"，见图4-2-1.

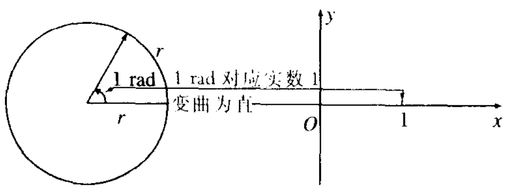

图 4-2-1

3. 实现观念的转变

度量角，"度"没有"专利". 今后，角可以用"°"表示，也可以用"rad"表示.

用弧度表示角的本质就是用实数表示角.

二、两种度量单位的换算

π rad=180°	一角两制的桥梁

值得注意的是，在一个数学式子中，不允许"°"、"rad"并用，并用的本质是混用、乱用，危害很大！