



大学生 数学手册

陈文灯 主编

中国铁道出版社

CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

大学生数学手册

陈文灯 主编

中国铁道出版社

2006年·北京

图书在版编目(CIP)数据

大学生数学手册/陈文灯编著. —北京:中国铁道出版社, 2005. 7

ISBN 7 - 113 - 06610- 0

I. 大… II. 陈… III. 高等数学-高等学校-自学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)077903 号

书 名:大学生数学手册

作 者:陈文灯 主编

出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街8号)

责任编辑:李小军 编辑部电话:010- 83550579

封面设计:冯龙彬

印 刷:北京市彩桥印刷有限责任公司

开 本:880×1230 毫米 1/64 印张:4.625 字数:139 千字

版 本:2006 年 2 月第 1 版 2006 年 2 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 7 - 113 - 06610- 0/O · 150

定 价:10.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。

发行部电话:010-63549466

<http://www.tdpress.com>

前 言

在大学生期末考试和考研中,我们发现不少同学数学考不好的一个原因,是公式记不住。为了帮助同学们记住繁多的公式,节省从厚厚的辅导书或教科书中查阅公式的时间,我们特意编写了这本携带方便、查阅快捷的《大学生数学手册》。其中除了有常见的各种公式,还有一些重要概念、定理和解题方法。

我们相信,本手册的出版,会给同学们的复习提供方便,提高效率,为同学们在期末考试和考研中数学考高分助上一臂之力。

编 者

2005 年 9 月

目 录

第一章 解析几何

- 一、基本公式 (1)
- 二、直线与平面方程 (3)
- 三、点线与点面距离 (6)
- 四、直线间、平面间、直线与平面间关系 (7)
- 五、重要曲线与重要曲面 (9)

第二章 高等数学

- 一、极限和连续 (19)
- 二、导数 (28)
- 三、中值定理 (34)
- 四、不定积分 (39)

2 大学生数学手册

五、定积分与广义积分	(48)
六、常微分方程	(55)
七、一元微积分的应用	(67)
八、无穷级数	(75)
九、多元函数微分学	(89)
十、向量代数	(98)
十一、重积分	(102)
十二、曲线、曲面积分及场论初步	(116)

第三章 线性代数

一、初等代数	(130)
二、矩阵	(134)
三、向量	(141)
四、线性方程组	(148)
五、特征值与特征向量	(151)
六、二次型	(156)

第四章 概率论与数理统计

一、随机事件与概率	(160)
二、一维随机变量及其概率分布	(166)
三、二维随机变量及其概率分布	(170)
四、随机变量的数字特征	(175)
五、大数定律和中心极限定理	(180)
六、数理统计的基本概念	(182)
七、参数估计	(185)
八、假设检验	(188)

第五章 复变函数

一、基本概念	(191)
二、解析函数	(194)
三、积 分	(200)
四、级 数	(205)
五、留 数	(211)

4 大学生数学手册

六、保角映射	(219)
--------------	-------

第六章 积分变换

一、傅里叶变换	(230)
---------------	-------

二、拉普拉斯变换	(241)
----------------	-------

附录 A 初等数学

一、初等代数	(247)
--------------	-------

二、平面几何	(253)
--------------	-------

三、平面三角	(256)
--------------	-------

附录 B 微积分在经济中的应用所涉及的基本概念

和公式	(260)
-----------	-------

附录 C 考研数学中的 21 个思维定式

一、高数解题的 4 种思维定式	(265)
-----------------------	-------

二、线性代数解题中的 8 种思维定式	(271)
--------------------------	-------

三、概率论与数理统计解题中的 9 种思维定式	(278)
---------------------------------	-------

第一章 解析几何

一、基本公式

1. 两点距离公式

(1) 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 为平面上两点, 则 A 与 B 的距离

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(2) 设 $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ 为空间上两点, 则 A 与 B 的距离

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

2. 定比分点公式

(1) 设 $M(x, y)$ 是线段 AB 的分点

$$\textcircled{1} \frac{AM}{MB} = \lambda, \begin{cases} \lambda > 0, \text{内分} \\ \lambda < 0, \text{外分} \end{cases}, \text{则} \begin{cases} x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda} \\ y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} M \text{ 为 } AB \text{ 中点时}, \begin{cases} x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \\ y = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \end{cases}$$

(2) 设 $M(x, y, z)$ 是空间线段 AB 的分点

$$\textcircled{1} \frac{AM}{MB} = \lambda, \begin{cases} \lambda > 0, \text{内分} \\ \lambda < 0, \text{外分} \end{cases}, \text{则} \begin{cases} x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda} \\ y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda} \\ z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} M \text{ 为 } AB \text{ 中点时}, \begin{cases} x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \\ y = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \\ z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2) \end{cases}$$

3. 平面上不在同一直线上的三点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ 所围三角形面积公式

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

二、直线与平面方程

1. 平面直线方程

(1) 一般式: $Ax + By + C = 0$, 斜率 $k = -\frac{A}{B}$

(2) 斜截式: $y = kx + b$, k —斜率, b —截距

(3) 点斜式: $y - y_0 = k(x - x_0)$, 通过点 (x_0, y_0) , k —斜率

(4) 截距式: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, $a \neq 0, b \neq 0$, a, b 为 x 轴、 y 轴上

截距

(5) 两点式: $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

或 $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$

(6) 参数式: $\begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \end{cases}$, 斜率 $k = \frac{m}{l}$, 过 (x_0, y_0) 点.

2. 空间直角坐标系中的平面方程

(1) 一般式: $Ax + By + Cz + D = 0$

① $D = 0$, 则 $Ax + By + Cz = 0$, 通过原点

② $C = 0$, 则 $Ax + By + D = 0$, 与 z 轴平行

③ $Ax + By = 0$, 通过 z 轴

(2) 点法式: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

过 (x_0, y_0, z_0) 点, 法向量 $\vec{n} = \{A, B, C\}$

(3) 截距式: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, $abc \neq 0$, a, b, c 为 x 轴、 y 轴、 z 轴上截距.

$$(4) \text{ 三点式: } \begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3)$ 为不在同一直线上的三点

3. 空间直线方程

$$(1) \text{ 一般式: } \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{方向数: } \begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} C_1 & A_1 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}$$

$$(2) \text{ 参数式: } \begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \\ z = z_0 + nt \end{cases} \text{ 过 } (x_0, y_0, z_0), \text{ 方向数: } l, m, n$$

$$(3) \text{ 标准式(对称式): } \frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$

过 (x_0, y_0, z_0) , 方向数: l, m, n

$$(4) \text{ 两点式: } \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

过 $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$, 方向数: $x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1$

三、点线与点面距离

(1) 点 (x_0, y_0) 到直线 $Ax + By + C = 0$ 的距离

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

(2) 点 (x_0, y_0, z_0) 到平面 $Ax + By + Cz + D = 0$ 的距离

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

注意:平面上的直线对应于空间上的平面.

四、直线间、平面间、直线与平面间关系

(1) 平面上两直线的位置关系

设直线 $L_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0, k_1 = -\frac{A_1}{B_1}$

直线 $L_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0, k_2 = -\frac{A_2}{B_2}$

$$\textcircled{1} L_1 // L_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2 \quad \text{或} \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$$

$$\textcircled{2} L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow k_1 k_2 = -1 \quad \text{或} \quad A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$$

$$\textcircled{3} \text{重合} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$\textcircled{4} \text{夹角 } \theta: \tan \theta = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$$

(2) 空间中直线间, 平面间及直线平面间位置关系

设平面 $\pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$

平面 $\pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

直线 $L_1: \frac{x - x_1}{l_1} = \frac{y - y_1}{m_1} = \frac{z - z_1}{n_1}$

直线 $L_2: \frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2} = \frac{z - z_2}{n_2}$

① 平面间夹角 θ

$$\cos\theta = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

$$\text{平面 } \pi_1 // \text{平面 } \pi_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$\text{平面 } \pi_1 \perp \text{平面 } \pi_2 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$$

② 直线间夹角 θ

$$\cos\theta = \frac{l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$$

$$\text{直线 } L_1 // \text{直线 } L_2 \Leftrightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\text{直线 } L_1 \perp \text{直线 } L_2 \Leftrightarrow l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2 = 0$$

③ 直线 L_1 与平面 π_1 的夹角 θ

$$\sin\theta = \frac{|l_1A_1 + m_1B_1 + n_1C_1|}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}}$$

$$\text{直线 } L_1 // \text{平面 } \pi_1 \Leftrightarrow A_1l_1 + B_1m_1 + C_1n_1 = 0$$

$$\text{直线 } L_1 \perp \text{平面 } \pi_1 \Leftrightarrow \frac{l_1}{A_1} = \frac{m_1}{B_1} = \frac{n_1}{C_1}$$

五、重要曲线与重要曲面

1. 平面曲线

(1) 立方抛物线 $y = ax^3$ ($a > 0$) (如图 1-1)

(2) 半立方抛物线 $y^2 = ax^3$ ($a > 0$) (如图 1-2)

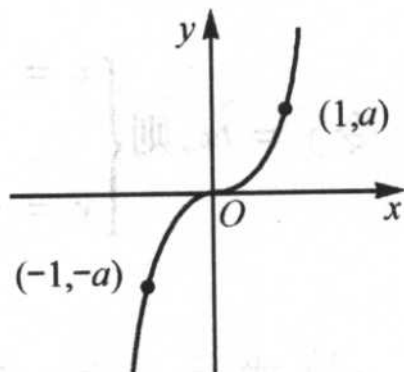


图 1-1

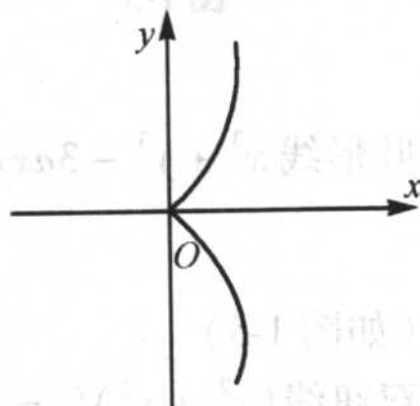


图 1-2

(3) 抛物线 $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}$ ($a > 0$) 或 $\begin{cases} x = a\cos^4 t \\ y = a\sin^4 t \end{cases}$

(如图 1-3)

(4) 箕舌线 $y = \frac{8a^3}{x^2 + 4a^2}$ 或 $\begin{cases} x = 2a\tan\theta \\ y = 2a\cos^2\theta \end{cases}$ (如图 1-4)